



308C

پی اچ دی تست

سایت مشاور آزمون دکتری

www.phdtest.ir

308

C

نام
نام خانوادگی
محل امضاء

صبح جمعه
۹۱/۱/۲۵

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

**آزمون ورودی
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل
در سال ۱۳۹۱**

**رشته‌ی
مجموعه فیزیک (کد ۲۲۳۸)**

شماره داوطلبی:
نام و نام خانوادگی داوطلبی:

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه
تعداد سؤال ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤالی	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه درس تخصصی (مکانیک کوانتومی پیشرفته، الکترودینامیک، مکانیک آماری پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

فروردین سال ۱۳۹۱

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱- باریکه‌ای از ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ از سه دستگاه اشترن گریخ زیر می‌گذرد. دستگاه اول ذرات دارای $S_z = \frac{\hbar}{2}$ را عبور می‌دهد

و $S_z = -\frac{\hbar}{2}$ را سد می‌کند. دستگاه دوم ذرات دارای $S_{\hat{n}} = \frac{\hbar}{2}$ را عبور می‌دهد و $S_{\hat{n}} = -\frac{\hbar}{2}$ را سد می‌کند. دستگاه سوم

ذرات دارای $S_{\hat{m}} = \frac{\hbar}{2}$ را عبور می‌دهد و $S_{\hat{m}} = -\frac{\hbar}{2}$ را سد می‌کند که $\hat{m} = \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i} + \sqrt{\frac{2}{3}}\hat{j}$ و $\hat{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{j} + \hat{k})$ اگر

شدت باریکه‌ای که از دستگاه اول خارج می‌شود I باشد، شدت باریکه خروجی از دستگاه سوم چقدر است؟

۱) $0,5I$

۲) $0,4I$

۳) $0,6I$

۴) $0,7I$

۲- X یک ماتریس 2×2 است که بر حسب ماتریس‌های پاولی $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ و ماتریس یکه I به صورت

$$X = 2I + \sigma_x + i\sigma_y + 3\sigma_z$$

است. $\text{Tr}(X^2)$ کدام است؟

۱) ۶

۲) ۴

۳) ۲۶

۴) ۳۰

۳- در پایه‌ای که ماتریس پاولی σ_x قطری است، σ_y و σ_z کدام‌اند؟

۱) $\sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$

۲) $\sigma_z = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

۳) $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$

۴) $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ و $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

۴- هامیلتونی ذره‌ای به جرم m ، $H = \frac{p^2}{2m} + V(x)$ است که $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & x < 0, x > L \end{cases}$ اگر

$$x_{1n} = \frac{\hbar}{L} \int_0^L x \sin\left(\frac{1\pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$

باشد (n و l اعداد صحیح مثبت‌اند)، حاصل عبارت $\sum_{n=1}^{\infty} (x_{nl})^2 (n^2 - l^2)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (2)$$

$$\left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{L}{\pi}\right)^2 \quad (4)$$

۵- دو پتانسیل برداری $\vec{A}_1 = (-By, Bx, 0)$ و $\vec{A}_2 = (-2By, 0, 0)$ با یک تبدیل پیمانه‌ای و از طریق $\vec{\nabla} \Lambda$ به هم

مربوط‌اند. حاصل $\vec{P} e^{\frac{ie}{\hbar c} \Lambda}$ و $e^{-\frac{ie}{\hbar c} \Lambda} \vec{P}$ کدام است؟ (\vec{P} عملگر تکانه خطی است).

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{c} (y\hat{i} + x\hat{j}) \quad (1)$$

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{\hbar c} (y\hat{i} + x\hat{j}) \quad (2)$$

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{c} (x\hat{i} + y\hat{j}) \quad (3)$$

$$\vec{P} \pm \frac{eB}{\hbar c} (x\hat{i} + y\hat{j}) \quad (4)$$

۶- دستگاهی متشکل از سه آنسامبل خالص از ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ شامل: 73.5% از $|S_z, +\rangle$ ، 5.0% از $|S_z, -\rangle$ و 15% از $|S_x, +\rangle$

در نظر بگیرید. میانگین آنسامبلی $[S_x]$ چقدر است؟

$$\frac{3\hbar}{15} \quad (1)$$

$$\frac{3\hbar}{10} \quad (2)$$

$$\frac{3\hbar}{20} \quad (3)$$

$$\frac{3\hbar}{40} \quad (4)$$

۷- $|j, m\rangle$ ویژه حالت مشترک دو عملگر J^2 و J_z است. $|j, m\rangle$ را حول محور y به اندازه زاویه بینهایت کوچک δ

دوران می‌دهیم. احتمال یافت شدن حالت دوران یافته در حالت اولیه تا مرتبه δ^2 چقدر است؟

$$1 - \frac{\delta^2}{4}(j^2 + j - m^2) \quad (1)$$

$$1 - \frac{\delta^2}{2}(j^2 + j - m^2) \quad (2)$$

$$1 - \frac{\delta^2}{2}(j^2 - m^2 + j - m) \quad (3)$$

$$1 - \frac{\delta^2}{4}(j^2 - m^2 + j - m) \quad (4)$$

۸- ضرایب کلبش گوردن $\langle jm | j_1 j_2 ; m_1 m_2 | j_1 j_2 ; m \rangle$ کدام یک از خاصیت‌های زیر را لزوماً ندارد؟

(۱) اگر ضرایب کلبش گوردن حقیقی باشند یک ماتریس متعامد تشکیل می‌دهند.

(۲) اگر $m_1 + m_2 \neq m$ آنگاه $\langle jm | j_1 j_2 ; m_1 m_2 | j_1 j_2 ; m \rangle = 0$.

(۳) در صورتی که $j_1 + j_2 \leq j \leq |j_1 - j_2|$ ضراب کلبش گوردن ممکن است غیر صفر باشند.

(۴) اگر ضرایب کلبش گوردن مختلط باشند یک ماتریس یکانی بدون رد تشکیل می‌دهند.

۹- عملگر وارون زمان، π عملگر پاریته، \bar{S} عملگر اسپین و \bar{X} عملگر مکان است، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) \bar{S}, \bar{X} شبه نرده‌ای است.

$$[\Theta, \bar{S}, \bar{X}] = 0 \quad (2)$$

(۳) اگر $[H, \pi] = 0$ و طیف H ناتبهگن باشد آنگاه پاریته‌ی ویژه توابع انرژی بقاء دارد.

(۴) اگر $[H, \Theta] = 0$ و طیف H ناتبهگن باشد آنگاه ویژه توابع انرژی حقیقی‌اند.

۱۰- اگر $\psi_\alpha(\vec{x}) = \langle \vec{x} | \alpha \rangle$ و $\phi_\alpha(\vec{p}) = \langle \vec{p} | \alpha \rangle$ تابع موج در فضای مکان و تکانه و Θ و π به ترتیب عملگر وارون

زمان و پاریته باشد، کدام گزینه نادرست است؟

$$\langle \vec{p} | \pi \Theta | \alpha \rangle = \phi_\alpha^*(-\vec{p}) \quad (۱)$$

$$\langle \vec{x} | \Theta \pi | \alpha \rangle = \psi_\alpha^*(-\vec{x}) \quad (۲)$$

$$\langle \vec{p} | \pi | \alpha \rangle = \phi_\alpha(-\vec{p}) \quad (۳)$$

$$\langle \vec{x} | \Theta | \alpha \rangle = \psi_\alpha^*(\vec{x}) \quad (۴)$$

۱۱- به یک گاز هیدروژن که اتم‌های آن در حالت پایه انرژی هستند میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} اعمال می‌شود. اگر

جابجایی انرژی حالت پایه را به صورت χB^2 بنویسیم، χ چقدر است؟ $\langle 100 | r^2 | 100 \rangle = 3a_0^2$

$$\frac{3e^2 a_0^2}{4m_e c^2} \quad (۱)$$

$$\frac{3e^2 a_0^2}{4m_e c^2} \quad (۲)$$

$$\frac{e^2 a_0^2}{4m_e c^2} \quad (۳)$$

$$\frac{e^2 a_0^2}{2m_e c^2} \quad (۴)$$

۱۲- یک اتم پوزیترونیم (که از ناپایداری آن صرفنظر می‌کنیم) در حالت پایه انرژی با تکانه زاویه‌ای کل ۱ و مؤلفه‌ی z تکانه

زاویه‌ای کل ۰ در نظر بگیرید. در لحظه $t = 0$ میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B\hat{z}$ بر اتم اعمال می‌شود. میدان

مغناطیسی آن قدر قوی هست که از بر هم کنش اسپین - اسپین می‌توان چشم پوشی کرد. تا اولین مرتبه اختلال وابسته به

زمان تابع حالت اتم پوزیترونیم در لحظه t کدام است؟

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{i|e|B}{m_e c} t \right) |+- \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{i|e|B}{m_e c} t \right) |-+ \rangle \quad (۱)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{i|e|B}{2m_e c} t \right) |+- \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{i|e|B}{2m_e c} t \right) |-+ \rangle \quad (۲)$$

$$|+- \rangle + \frac{i|e|B}{m_e c} t |-+ \rangle \quad (۳)$$

$$|+- \rangle + \frac{i|e|B}{2m_e c} t |-+ \rangle \quad (۴)$$

۱۳- چند تابع موج اسپین متقارن برای سه ذره هر یک با اسپین $\frac{3}{2}$ وجود دارد که ویژه تابع همزمان عملگر S_z و S^2 است؟

$$\bar{S} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3$$

۱۶ (۱)

۱۲ (۲)

۲۰ (۳)

۳۲ (۴)

۱۴- در پراکندگی کشسان ذره‌ای به جرم m و انرژی E در پتانسیل کروی $V(r) = V_0 a \delta(r-a)$ در $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$ اینکۀ موج $l=0$ تنها جمله غالب در دامنه پراکندگی، $f(\theta)$ ، باشد کدام است؟

$$\text{tg}(ka + \delta_0) = \text{tg} ka + \frac{V_0}{E} ka \quad (1)$$

$$\text{cotg}(ka + \delta_0) = \text{cotg} ka + \frac{V_0}{E} ka \quad (2)$$

$$\text{cotg}(ka + \delta_0) = \text{cotg} ka + \left(\frac{V_0}{E}\right)^2 ka \quad (3)$$

$$\text{tg}(ka + \delta_0) = \text{tg} ka + \left(\frac{V_0}{E}\right)^2 ka \quad (4)$$

۱۵- در پراکندگی ذرات به جرم m و دارای انرژی کم (امواج S) از پتانسیل متقارن کروی

$$V(r) = \begin{cases} \infty & 0 \leq r < r_0 \\ -V_0 & r_0 < r < a \\ 0 & a < r < \infty \end{cases}$$

که $V_0 > 0$ است طول پراکندگی چقدر است؟ $q = \sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}$

$$a \left(1 - \frac{\text{tg } q(a - r_0)}{qr_0} \right) \quad (1)$$

$$a \left(1 - \frac{\text{tgh } q(a - r_0)}{qr_0} \right) \quad (2)$$

$$a \left(1 - \frac{\text{tgh } q(a - r_0)}{qa} \right) \quad (3)$$

$$a \left(1 - \frac{\text{tg } q(a - r_0)}{qa} \right) \quad (4)$$

۱۶- بار الکتریکی به صورت یکنواخت با چگالی سطحی σ بر روی سطح قرص عایقی به شعاع R که در صفحه $x-y$ واقع است توزیع شده است. مبدأ مختصات در مرکز قرص قرار دارد. اگر $\theta(x)$ تابع پله‌ای و $\delta(x)$ تابع دلتای دیراک باشد، معادله

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases} \quad \text{پواسون این توزیع بار در دستگاه مختصات استوانه‌ای کدام است؟}$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R^2}{2\epsilon_0 \rho} \delta(R - \rho) \delta(z) \quad (1)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R}{\epsilon_0 \rho} \theta(R - \rho) \delta(z) \quad (2)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R}{2\epsilon_0 \rho} \theta(R - \rho) \delta(z) \quad (3)$$

$$\nabla^2 \phi = -\frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 \rho} \delta(R - \rho) \delta(z) \quad (4)$$

سوالهای ۱۷ و ۱۸

پتانسیل الکتریکی روی سطح یک پوسته کروی به شعاع a که مرکز آن منطبق بر مبدأ مختصات است در مختصات کروی به

$$\text{شکل، } V(\theta) = \begin{cases} 2V & 0 \leq \theta < \frac{\pi}{2} \\ -V & \frac{\pi}{2} < \theta \leq \pi \end{cases} \text{ است.}$$

۱۷- پتانسیل الکتریکی در نقاط خارج پوسته تا مرتبه $\left(\frac{a}{r}\right)^3$ کدام است؟

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1), P_1(x) = x, P_0(x) = 1$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta \right) \quad (1)$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{9}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta \right) \quad (2)$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{3}{2} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta + \frac{13}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \frac{r \cos^2 \theta - 1}{2} \right) \quad (3)$$

$$\phi(r, \theta) \approx V \left(\frac{1}{2} \left(\frac{a}{r} \right) + \frac{9}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \cos \theta + \frac{13}{4} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \frac{r \cos^2 \theta - 1}{2} \right) \quad (4)$$

۱۸- گشتاور دو قطبی الکتریکی q_{10} وابسته به پتانسیل فوق کدام است؟

$$Y_{\ell 0}(\theta, \varphi) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} P_{\ell}(\cos \theta), \quad q_{\ell m} = \int Y_{\ell m}^*(\theta', \varphi') r'^{\ell} \rho(\vec{x}') d^3 x'$$

$$\frac{9\sqrt{3}\pi}{4} \epsilon_0 V a^2 \quad (1)$$

$$3\sqrt{3}\pi \epsilon_0 V a^2 \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{3}\pi}{2} \epsilon_0 V a^2 \quad (3)$$

$$\frac{9\sqrt{3}\pi}{2} \epsilon_0 V a^2 \quad (4)$$

۱۹- تابع گرین با شرط مرزی دیریشله برای نقاط داخل یک پوسته کروی به شعاع a کدام است؟

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{z}'|} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} P_{\ell}(\cos\theta)$$

$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{z'^{\ell}}{r^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell}}{a^{2\ell+1}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (۱)$$

$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell}}{a^{2\ell+1}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (۲)$$

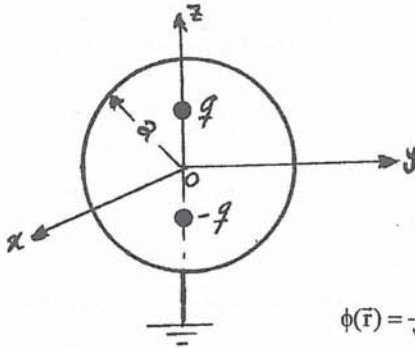
$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{r_{<}^{\ell}}{r_{>}^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell+1}}{a^{2\ell+2}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (۳)$$

$$G(\vec{x}, \vec{z}') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{z'^{\ell}}{r^{\ell+1}} - \frac{r^{\ell} z'^{\ell+1}}{a^{2\ell+2}} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (۴)$$

۲۰- دو بار نقطه‌ای q مطابق شکل در مکان $z = \frac{a}{\gamma}$ و $z = -\frac{a}{\gamma}$ داخل پوسته کروی رسانایی به شعاع a قرار دارند و پوسته در

پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطه (r, θ) در داخل کره برای $\frac{a}{\gamma} < r < a$ کدام

است؟



$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{\gamma} \right)^{\ell} \frac{1}{r^{\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2\ell+1} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (۱)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{\gamma} \right)^{2\ell} \frac{1}{r^{2\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{4\ell+1} \right) P_{2\ell}(\cos\theta) \quad (۲)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{\gamma} \right)^{\ell} (1 + (-1)^{\ell}) \frac{1}{r^{\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2\ell+1} \right) P_{\ell}(\cos\theta) \quad (۳)$$

$$\phi(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\ell=0}^{\infty} \left(\frac{a}{\gamma} \right)^{2\ell} (1 + (-1)^{\ell}) \frac{1}{r^{2\ell+1}} \left(1 - \left(\frac{r}{a} \right)^{2\ell+1} \right) P_{2\ell}(\cos\theta) \quad (۴)$$

۲۱- فرض کنید میدان الکتریکی یکنواخت $\vec{E} = E_0 \hat{z}$ در فضا برقرار است. یک کره‌ی دی‌الکتریک (از یک ماده خطی) به شعاع a را در این میدان قرار می‌دهیم. اگر مبدأ مختصات را در مرکز کره در نظر بگیریم پتانسیل الکتریکی در فضای خارج کره در

مختصات کروی $\phi_{out}(\vec{r}) = -E_0 z + \frac{E_0}{\epsilon_0} \frac{a^3}{r^2} \cos \theta$ است. چگالی بار سطحی قطبشی روی سطح کره کدام است؟

$$\frac{1}{\epsilon_0} E_0 \cos \theta \quad (1)$$

$$\frac{3}{\epsilon_0} E_0 \cos \theta \quad (2)$$

$$\frac{3}{2} E_0 \cos \theta \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} E_0 \cos \theta \quad (4)$$

۲۲- بار الکتریکی با چگالی حجمی $\rho(\vec{r}) = \frac{q}{R^3} \left(\frac{r}{\Delta} Y_{00}(\theta, \varphi) - \frac{1}{\Delta} Y_{20}(\theta, \varphi) \right) \left(\frac{r}{R} \right)^2 e^{-\frac{r}{R}}$ در تمام فضا توزیع شده

است. گشتاورهای چند قطبی q_{lm} آن کدام است؟ $\int_0^\infty x^n e^{-x} dx = n!$

$$24q (\frac{4}{\Delta} \delta_{l0} - \frac{6}{\Delta} R^2 \delta_{l2}) \delta_{m0} \quad (1)$$

$$24q (\frac{4}{\Delta} \delta_{l0} - \frac{6}{\Delta} R^2 \delta_{l2}) \delta_{m0} \quad (2)$$

$$24q (\frac{4}{\Delta} \delta_{l0} - \frac{6}{\Delta} R^2 \delta_{l2}) \delta_{m0} \quad (3)$$

$$24q (\frac{4}{\Delta} \delta_{l0} - \frac{6}{\Delta} R^2 \delta_{l2}) \delta_{m0} \quad (4)$$

۲۳- یک کره توپر از آهن نرم (محیط خطی) با تراوایی مغناطیسی μ را در میدان مغناطیسی \vec{B}_0 که قبل از قرار گرفتن کره در

آن یکنواخت است، قرار می‌دهیم. مغناطش (در واحد حجم) القا شده در داخل کره کدام است؟

$$\frac{3}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{2\mu + \mu_0} \vec{B}_0 \quad (1)$$

$$\frac{3}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{\mu + 2\mu_0} \vec{B}_0 \quad (2)$$

$$\frac{3}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{2\mu + \mu_0} \vec{B}_0 \quad (3)$$

$$\frac{3}{\mu_0} \frac{\mu - \mu_0}{\mu + 2\mu_0} \vec{B}_0 \quad (4)$$

۲۴- در ناحیه‌ی بین دو پوسته‌ی استوانه‌ای هم محور به شعاع‌های داخلی و خارجی a و b ($b > a$) و طول L میدان‌های الکتریکی

و مغناطیسی $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0\rho}\hat{\rho}$ و $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho}\hat{\phi}$ ایجاد شده است. محور z منطبق بر محور استوانه و $(\hat{\rho}, \hat{\phi}, \hat{z})$

بردارهای یکه در مختصات استوانه‌ای هستند. در ناحیه $a < \rho < b$ و $\rho > b$ میدان الکتریکی و مغناطیسی صفر است. اندازه تکانه خطی الکترومغناطیسی ذخیره شده در ناحیه بین دو استوانه چقدر است؟

$$\frac{\mu_0 \lambda I L}{4\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (۱)$$

$$\left(\frac{\mu_0}{4\pi} I^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda^2\right) \frac{L^2}{2} \ln \frac{b-a}{ab} \quad (۲)$$

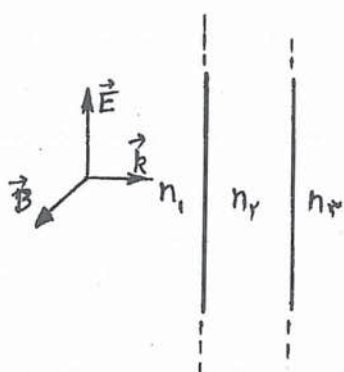
$$\left(\frac{\mu_0}{4\pi} I^2 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \lambda^2\right) L^2 \ln \frac{b-a}{ab} \quad (۳)$$

$$\frac{\mu_0 \lambda I L}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \quad (۴)$$

۲۵- مطابق شکل دو محیط نیمه نامتناهی عایق با ضرایب شکست n_1 و n_2 محیط عایقی با ضریب شکست n_3 و ضخامت d را

احاطه کرده‌اند. یک موج الکترومغناطیسی تخت تک فام با بسامد زاویه‌ای ω از محیط n_1 به طور عمود به مرز ناحیه n_2

می‌تابد. اگر $R = |\vec{r}|^2$ ضریب بازتاب کل باشد، چگونه به ضرایب فرنل $r_{ij} = \frac{n_i - n_j}{n_i + n_j}$ مربوط است؟



$$r = \frac{r_{12} + r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}} \quad (۱)$$

$$r = r_{12} + \frac{r_{12} r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}} \quad (۲)$$

$$r = \frac{r_{12} + r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}} \quad (۳)$$

$$r = r_{12} + \frac{r_{12} r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}}{1 + r_{12} r_{23} e^{\frac{i\omega n_2 d}{c}}} \quad (۴)$$

۲۶- میدان الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی کروی در خلاء

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{E_0}{kr} \left(\cos(kr - \omega t) - \frac{1}{kr} \sin(kr - \omega t) \right) \sin \theta \hat{\phi}$$

است. (r, θ, ϕ) مختصات کروی یک نقطه از فضا و E_0 ثابت است. توان تابشی متوسط (در یک دوره تناوب) موج چقدر

$$\vec{\nabla} \times (A\hat{\phi}) = \frac{\hat{r}}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (A \sin \theta) - \frac{\hat{\theta}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rA) \quad \text{است؟}$$

$$\frac{4\pi}{k\omega\mu_0} E_0^2 \quad (1)$$

$$\frac{4\pi}{\mu_0\omega^2} E_0^2 c^2 \quad (2)$$

$$\frac{4\pi}{r} \frac{E_0^2}{k\omega\mu_0} \quad (3)$$

$$\frac{4\pi}{r} \frac{E_0^2 c^2}{\mu_0\omega^2} \quad (4)$$

سوالهای ۲۷ و ۲۸

دو نیمه‌ی یک پوسته‌ی کروی رسانا به شعاع R و رسانندگی نامتناهی به وسیله یک نوار عایقی نازک از هم جدا شده‌اند. مبدأ مختصات در مرکز کره و نوار عایق در صفحه $x-y$ واقع است. پتانسیل‌های الکتریکی $V_0 \cos \omega t$ و $-V_0 \cos \omega t$ به ترتیب به نیم کره‌های بالایی و پایینی اعمال می‌شود.

۲۷- در حد طول موج‌های بلند و در منطقه تابش، میدان مغناطیسی موج تابشی، $\vec{B}(\vec{r}, t)$ ، در مختصات کروی در خلاء کدام است؟

$$-\frac{\gamma}{\lambda} \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (1)$$

$$-\frac{\gamma}{r} \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (2)$$

$$-\gamma \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (3)$$

$$-\frac{\gamma}{r} \frac{\omega^2 V_0 R^2}{c^2} \sin \theta \frac{\cos(kr - \omega t)}{r} \hat{\phi} \quad (4)$$

۲۸- با توجه به توضیحات فوق توان تابشی متوسط (در یک دوره تناوب) چقدر است؟

$$\frac{\gamma}{2} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3} \quad (1)$$

$$\frac{\gamma}{8} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3} \quad (2)$$

$$\frac{\gamma}{2} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3} \quad (3)$$

$$\frac{\gamma}{4} \frac{\pi \epsilon_0 V_0^2 R^2 \omega^4}{c^3} \quad (4)$$

۲۹- اگر $F^{\alpha\beta}$ تانسور میدان الکترومغناطیسی (در دستگاه یکاهای گاوسی) باشد حاصل $\sum_{\alpha=0}^3 \sum_{\beta=0}^3 F^{\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$ کدام است؟

$$-4\vec{E} \cdot \vec{B} \quad (1)$$

$$-4(\vec{E} \times \vec{B}) \cdot (\vec{E} \times \vec{B}) \quad (2)$$

$$-2(E^2 + B^2) \quad (3)$$

$$-2(E^2 - B^2) \quad (4)$$

۳۰- معادله حرکت الکترونی به جرم m و بار $-e$ در حضور میدان الکترومغناطیسی \vec{E} و \vec{B} و با در نظر گرفتن نیروی واکنش

تابشی به صورت $m\dot{\vec{v}} = -e(\vec{E} + \frac{1}{c}\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \ddot{\vec{v}}$ است. فرض کنید $v \ll c$ و سهم نیروی واکنش تابشی در

مقابل جملات وابسته به \vec{E} و \vec{B} ناچیز است. نیروی واکنش تابشی تا مرتبه صفرم $\left(\frac{v}{c}\right)$ کدام است؟

$$\frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{E}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} \right) \quad (1)$$

$$\frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{B}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 E^2 \right) \quad (2)$$

$$\frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{B}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} \right) \quad (3)$$

$$\frac{\gamma}{3} \frac{e^2}{c^3} \left(-\left(\frac{e}{m}\right) \dot{\vec{E}} + \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \vec{E} \times \vec{B} - \frac{1}{c} \left(\frac{e}{m}\right)^2 B^2 \right) \quad (4)$$

۳۱- احتمال سقوط یک هواپیما 10^{-5} است. احتمال سقوط بعد از 10^5 پرواز چقدر است؟

$$\frac{1}{e} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2e^2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2e} \quad (3)$$

$$\frac{1}{e^2} \quad (4)$$

۳۲- برای یک گاز ایده آل تک اتمی شامل N ذره هر یک به جرم m در حجم V و دمای T ، رابطه بین انرژی داخلی گاز، E ،

آنترپپی گاز و S ، کدام است؟

$$E = \frac{3\pi\hbar^2}{m} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} e^{\left(\frac{3S}{\Delta NK} - \frac{\Delta}{3}\right)} \quad (2)$$

$$E = \frac{3\pi\hbar^2}{m} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} e^{\left(\frac{3S}{\Delta NK} - \frac{\Delta}{3}\right)} \quad (1)$$

$$E = \frac{3\pi\hbar^2}{m} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} e^{\left(\frac{3S}{\Delta NK} - \frac{\Delta}{3}\right)} \quad (4)$$

$$E = \frac{3\pi\hbar^2}{m} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} e^{\left(\frac{3S}{\Delta NK} - \frac{\Delta}{3}\right)} \quad (3)$$

۳۳- ضریب انبساط ژول کلونین به صورت $\eta = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_H$ تعریف می‌شود که H آنتالپی دستگاه است، برای یک دستگاه

ترمودینامیکی که تعداد ذرات آن ثابت است ضریب انبساط ژول کلونین بر حسب ظرفیت گرمایی در فشار ثابت، C_p ،

ظرفیت گرمایی در حجم ثابت C_v ، و ضریب انبساط حجمی در فشار ثابت، β ، کدام است؟

$$\frac{V}{C_p}(\beta T - 1) \quad (1)$$

$$\frac{V}{C_v}(\beta T + 1) \quad (2)$$

$$\frac{V}{C_v}(\beta T - 1) \quad (3)$$

$$\frac{V}{C_p}(\beta T + 1) \quad (4)$$

۳۴- یک دستگاه تک ذره‌ای دو حالتی، یکی با انرژی ۰ و دیگری با انرژی ε در تماس گرمایی با منبعی به دمای T در نظر بگیرید. ظرفیت گرمایی، در حجم ثابت این دستگاه کدام است؟

$$k \left(\frac{\varepsilon}{\gamma kT} \right) \frac{e^{\frac{\varepsilon}{\gamma kT}}}{\left(e^{\frac{\varepsilon}{\gamma kT}} + 1 \right)^{\gamma}} \quad (۲) \qquad k \left(\frac{\varepsilon}{kT} \right)^{\gamma} \operatorname{sech}^{\gamma} \left(\frac{\varepsilon}{kT} \right) \quad (۱)$$

$$k \left(\frac{\varepsilon}{kT} \right) \frac{e^{\frac{\varepsilon}{kT}}}{\left(e^{\frac{\varepsilon}{kT}} + 1 \right)^{\gamma}} \quad (۴) \qquad k \left(\frac{\varepsilon}{\gamma kT} \right)^{\gamma} \operatorname{sech}^{\gamma} \left(\frac{\varepsilon}{\gamma kT} \right) \quad (۳)$$

سوال‌های ۳۵ و ۳۶

۳۵- دو قطبی الکتریکی با گشتاور دو قطبی \vec{p}_0 در میدان الکتریکی خارجی و یکنواخت $\vec{E}_0 \hat{z}$ در تماس با منبعی به دمای T در نظر بگیرید، \vec{p}_0 هر جهت دلخواهی با \vec{E}_0 می‌تواند اختیار کند، $\langle p_z \rangle$ کدام است؟

$$p_0 \left(\frac{\frac{-p_0 E_0}{1+e^{-\frac{p_0 E_0}{kT}}}}{\frac{-p_0 E_0}{1-e^{-\frac{p_0 E_0}{kT}}}} - \frac{p_0 E_0}{kT} \right) \quad (۱)$$

$$p_0 \left(\frac{\frac{-p_0 E_0}{1+e^{-\frac{p_0 E_0}{kT}}}}{\frac{-p_0 E_0}{1-e^{-\frac{p_0 E_0}{kT}}}} - \frac{\gamma p_0 E_0}{kT} \right) \quad (۲)$$

$$p_0 \left(\frac{\frac{-\gamma p_0 E_0}{1+e^{-\frac{\gamma p_0 E_0}{kT}}}}{\frac{-\gamma p_0 E_0}{1-e^{-\frac{\gamma p_0 E_0}{kT}}}} - \frac{kT}{\gamma p_0 E_0} \right) \quad (۳)$$

$$p_0 \left(\frac{\frac{-\gamma p_0 E_0}{1+e^{-\frac{\gamma p_0 E_0}{kT}}}}{\frac{-\gamma p_0 E_0}{1-e^{-\frac{\gamma p_0 E_0}{kT}}}} - \frac{kT}{p_0 E_0} \right) \quad (۴)$$

۳۶- جامدی متشکل از N ملکول در واحد حجم هر یک با گشتاور دو قطبی الکتریکی دائمی p_0 در نظر بگیرید، اگر بر این جامد میدان الکتریکی یکنواخت خارجی E_0 اعمال شود، جامد قطبیده می‌شود. انرژی پتانسیل یک دو قطبی با گشتاور دو قطبی p_0 در میدان الکتریکی E_0 هر مقداری بین $-p_0 E_0$ و $+p_0 E_0$ می‌تواند داشته باشد. پذیرفتاری الکتریکی این جامد در دمای T ($\frac{p_0 E_0}{kT} \ll 1$) کدام است؟ میدان الکتریکی خارجی E_0 با میدان ملکولی E_m و قطبش \bar{P} به صورت

$$\bar{E}_m = \bar{E} + \frac{\bar{P}}{\epsilon}$$

مربوط است.

$$\left(\frac{\epsilon kT}{N p_0^2} + \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$\left(\frac{\epsilon kT}{N p_0^2} - \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \right)^{-1} \quad (2)$$

$$\left(\frac{kT}{N p_0^2} - \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$\left(\frac{kT}{N p_0^2} + \frac{1}{\epsilon \epsilon_0} \right)^{-1} \quad (4)$$

۳۷- عناصر ماتریس چگالی یک ذره آزاد به جرم m در بازه‌ی یک بعدی $0 \leq x \leq L$ در تماس با منبع گرمایی به دمای T در نمایش پایه‌های فضای مکان، $\langle x | \rho | x' \rangle$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{L} e^{-\frac{mkT}{\hbar^2}(x-x')^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{L} e^{\frac{\hbar^2}{mkT} \frac{d^2}{dx^2}} \delta\left(\frac{1}{L}(x-x')\right) \quad (2)$$

$$\frac{1}{L} e^{\frac{\hbar^2}{\epsilon mkT} \frac{d^2}{dx^2}} \delta\left(\frac{1}{L}(x-x')\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{L} e^{-\frac{mkT}{\epsilon \hbar^2}(x-x')^2} \quad (4)$$

سوال های ۳۸ و ۳۹

۳۸- در دمای T تعداد متوسط فوتون‌ها در واحد حجم یک کاواک کدام است؟ تعداد مدهای تابش الکترومغناطیسی در بازه‌ی

بسامد $\nu, \nu + d\nu$ در واحد حجم کاواک $\frac{8\pi\nu^2}{e^3} d\nu$ است.

$$350 \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \quad (1)$$

$$30 \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \quad (2)$$

$$60 \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \quad (3)$$

$$175 \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \quad (4)$$

۳۹- تعداد متوسط فوتون‌ها در واحد حجم کاواک در دمای اتاق چقدر است؟

$$3 \times 10^{19} \quad (1)$$

$$6 \times 10^{14} \quad (2)$$

$$3 \times 10^{14} \quad (3)$$

$$6 \times 10^{19} \quad (4)$$

۴۰- آستانه دمایی که برای N ذره بوزونی هر یک به جرم m و اسپین صفر در حجم V ، پدیده چگالش اینشتین اتفاق می‌افتد

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{x} dx}{e^x - 1} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi} \quad \text{چقدر است؟}$$

$$\frac{\pi \hbar^3}{mk} \left(\frac{N}{1/2 V} \right)^{3/2} \quad (1)$$

$$\frac{2\pi \hbar^3}{mk} \left(\frac{N}{2/6 V} \right)^{3/2} \quad (2)$$

$$\frac{2\pi \hbar^3}{mk} \left(\frac{N}{1/2 V} \right)^{3/2} \quad (3)$$

$$\frac{\pi \hbar^3}{mk} \left(\frac{N}{2/6 V} \right)^{3/2} \quad (4)$$

سوال های ۴۱ - ۴۲

۴۱- فشار یک گاز N الکترونی کاملاً تبهگن ($T = 0$) غیرنسبیتی، آزاد و محبوس در حجم V کدام است؟

$$(1) \frac{1}{20} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m_e} \left(\frac{N}{V}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$(2) \frac{1}{10} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m_e} \left(\frac{N}{V}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$(3) \frac{1}{40} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m_e} \left(\frac{N}{V}\right)^{\frac{5}{3}}$$

$$(4) \frac{1}{5} (3\pi^2)^{\frac{2}{3}} \frac{h^2}{m_e} \left(\frac{N}{V}\right)^{\frac{5}{3}}$$

۴۲- یک ستاره کوتوله سفید متشکل از $2N$ نوکلئون (پروتون+نوترون) و N الکترون را در نظر بگیرید ($m_n \approx m_p$). فرض کنید

$T = 0$ است و از برهم کنش بین ذرات صرفنظر کنید. شعاع حالت تعادل پایدار ستاره (که در آن فشار دافعه الکترونی با

فشار جاذبه گرانشی خنثی می شود) چقدر است؟

$$(1) \frac{1}{2} \left(\frac{9\pi}{32}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{h^2 N^{-\frac{1}{3}}}{G m_e m_n^2}$$

$$(2) \left(\frac{3}{16\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{h^2 N^{-\frac{1}{3}}}{G m_e m_n^2}$$

$$(3) \frac{1}{2} \left(\frac{3}{16\pi}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{h^2 N^{-\frac{1}{3}}}{G m_e m_n^2}$$

$$(4) \left(\frac{9\pi}{32}\right)^{\frac{1}{3}} \frac{h^2 N^{-\frac{1}{3}}}{G m_e m_n^2}$$

۴۳- برای یک گاز بولتزنم فرا نسبیتی در دمای T متوسط مربع تکانه خطی یک ذره کدام است؟ c سرعت نور در خلاء است.

$$\sqrt{\left(\frac{kT}{c}\right)^2} \quad (1)$$

$$\sqrt[12]{\left(\frac{kT}{c}\right)^2} \quad (2)$$

$$\sqrt[9]{\left(\frac{kT}{c}\right)^2} \quad (3)$$

$$\sqrt[6]{\left(\frac{kT}{c}\right)^2} \quad (4)$$

سوال های ۴۵ - ۴۴

۴۴- یک ذره گاز ایده آل به جرم m در دمای T تندی اش با احتمال $P(v)dv$ در بازه v و $v+dv$ است که در آن

$$P(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

اگر در ظرفی به حجم V و در دمای T که حاوی n ذره از این گاز در واحد حجم است روزنه دایره ای کوچکی به قطر d ایجاد کنیم، آهنگ نشت گاز از روزنه در لحظه ایجاد آن چقدر است؟

$$\frac{1}{4}nd^2\sqrt{\frac{\pi kT}{2m}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4}nd^2\sqrt{\frac{\pi kT}{\lambda m}} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4}nd^2\sqrt{\frac{\lambda \pi kT}{m}} \quad (3)$$

$$\frac{1}{4}nd^2\sqrt{\frac{2\pi kT}{m}} \quad (4)$$

۴۵- اگر در ظرفی به حجم 1 m^3 محتوی گاز (ملکول) هیدروژن که دمای آن همواره در 300 K نگه داشته می شود روزنه‌ای به قطر 2 mm ایجاد کنیم، پس از چند ثانیه فشار داخل ظرف به نصف مقدار اولیه خود می رسد؟ فرض کنید هوای بیرون از روزنه وارد ظرف نمی شود. $\ln 2 \approx 0.7$

۱۲۵ (۱)

۱۰۰۰ (۲)

۵۰۰ (۳)

۲۵۰ (۴)