

313

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

| | | | | |
|---|---|--|----------|----------|
| صبح جمعه ۹۳/۱۲/۱۵ دفترچه شماره ۱ از ۲ | | اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود. امام خمینی (ره) | | |
| جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور | | | | |
| آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۴ | | | | |
| هواشناسی (کد ۲۲۱۹) | | | | |
| مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه | | تعداد سؤال: ۴۵ | | |
| عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات | | | | |
| ردیف | مواد امتحانی | تعداد سؤال | از شماره | تا شماره |
| ۱ | مجموعه دروس تخصصی (ریاضی عمومی ۱ و ۲ - فیزیک عمومی ۱ و ۲ - دینامیک جو و مدل‌سازی عددی جو و اقیانوس + فیزیک جو - هواشناسی سینوپتیکی) | ۴۵ | ۱ | ۴۵ |
| این آزمون نمره منفی دارد. | | | | |
| استفاده از ماشین حساب مجاز نیست. | | | | |
| اسفند ماه - سال ۱۳۹۳ | | | | |
| حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود. | | | | |

۱- اگر $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ و $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$ و $h(x) = (f \circ g)(2x)$ آنگاه $h'(x)$ کدام است؟

(۱) $\frac{8x}{1+(1+2x^2)^2}$

(۲) $\frac{8x}{1+(1+4x^2)^2}$

(۳) $\frac{2x}{1+(1+x^2)^2}$

(۴) $\frac{4x}{(1+2x^2)^2}$

۲- مقدار $\int_0^3 x^2 \sqrt{9-x^2} dx$ کدام است؟

(۱) $\frac{81\pi}{16}$

(۲) $\frac{64}{15}\pi$

(۳) $\frac{49}{8}\pi^2$

(۴) $\frac{36}{7}\pi^2$

۳- مقدار $\sum_{n=2}^{+\infty} \ln\left(1 - \frac{1}{n}\right)$ کدام است؟

(۱) $\ln(3)$

(۲) $\ln(2)$

(۳) $\ln\left(\frac{1}{2}\right)$

(۴) سری واگراست

۴- پنج جمله اول سری مک لورن تابع $f(x) = e^{2x-x^2}$ کدام است؟

(۱) $1+2x+x^2+\frac{2}{3}x^3+\frac{5}{6}x^4$

(۲) $1+2x+x^2-\frac{2}{3}x^3-\frac{5}{6}x^4$

(۳) $1+2x+x^2+\frac{4}{3}x^3-\frac{5}{6}x^4$

(۴) $1+2x+x^2-\frac{4}{3}x^3+\frac{5}{6}x^4$

۵- طول منحنی تابع $y = \cosh x$ بر بازه $[0, 1]$ کدام است؟

(۱) $\frac{e^2 - 1}{e}$

(۲) $\frac{e^2 + 1}{2e}$

(۳) $\frac{e^2 - 1}{2e}$

(۴) $\frac{e^2 + 1}{e}$

۶- حجم ناحیه محدود به رویه‌های $z = x^2 + y^2$ و $z = 2x$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi}{6}$

(۲) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{\pi}{3}$

(۴) $\frac{\pi}{2}$

۷- اگر C منحنی حاصل از برخورد استوانه $x^2 + y^2 = 9$ با صفحه $z = x + y + 4$ در جهت مثلثاتی باشد،

مقدار $\oint_C x dx + (x + y) dy + (x + y + z) dz$ کدام است؟

(۱) 9π

(۲) 6π

(۳) 3π

(۴) 0

۸- به ازای چه مقادیری از c ، صفحات مماس در هر نقطه از فصل مشترک دو کره $(x - c)^2 + y^2 + z^2 = 3$ و

$x^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 1$ بر هم عمود هستند؟

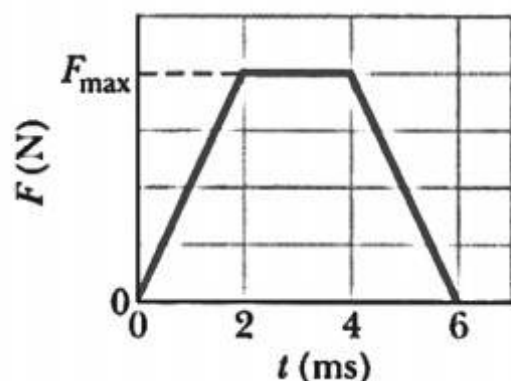
(۱) ± 1

(۲) $\pm\sqrt{3}$

(۳) $\pm\sqrt{2}$

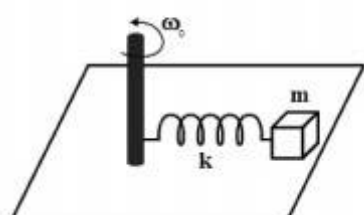
(۴) ± 3

۹- گلوله‌ای به جرم 60g و تندی ثابت 40 m/s به دیواری قائم به طور عمودی برخورد کرده و در همان راستا و با همان تندی اولیه بازتاب می‌کند. اگر نمودار نیروی وارد بر گلوله در هنگام برخورد بر حسب زمان به شکل زیر باشد، مقدار F_{\max} چند نیوتن است؟



- (۱) $0/6$
 (۲) $1/2$
 (۳) 600
 (۴) 1200

۱۰- در شکل زیر مکعب m به فنر سبکی با طول آزاد ℓ_0 و ثابت فنر k متصل است. سر دیگر فنر به میله قائم ثابتی متصل است و میله با سرعت زاویه‌ای ثابت ω_0 به دور خود در حال چرخش است. مکعب روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد. با فرض آن که $m\omega_0^2 < k$ باشد، انرژی مکانیکی مجموعه مکعب و فنر کدام است؟



- (۱) $\frac{1}{2} m \omega_0^2 \ell_0^2 \frac{1 + m \omega_0^2 / k}{1 - m \omega_0^2 / k}$
 (۲) $\frac{1}{2} m \omega_0^2 \ell_0^2 \left(\frac{1 + m \omega_0^2 / k}{1 - m \omega_0^2 / k} \right)^2$
 (۳) $\frac{1}{2} m \omega_0^2 \ell_0^2 \frac{1 + m \omega_0^2 / k}{(1 - m \omega_0^2 / k)^2}$
 (۴) $\frac{1}{2} m \omega_0^2 \ell_0^2 \frac{1}{(1 - m \omega_0^2 / k)^2}$

۱۱- ذره‌ای به جرم 3kg در یک لحظه معین در مکان $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - 3\hat{k}$ نسبت به مبدا مختصات قرار دارد، در این لحظه سرعت آن $\vec{v} = -2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ است و نیروی $\vec{F} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ بر ذره وارد می‌شود. زاویه میان بردارهای گشتاور وارد بر ذره و تکانه زاویه‌ای آن نسبت به مبدا مختصات کدام است؟ همه کمیت‌ها در سیستم واحدهای SI داده شده‌اند.

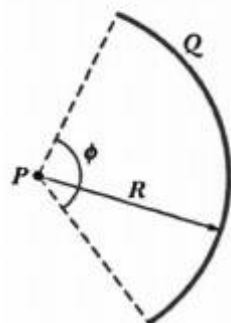
$$\cos^{-1}\left(-\frac{4}{\sqrt{30}}\right) \quad (1)$$

$$\cos^{-1}\left(-\frac{4}{3\sqrt{5}}\right) \quad (2)$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{8}{\sqrt{176}}\right) \quad (3)$$

$$\cos^{-1}\left(\frac{8}{3\sqrt{29}}\right) \quad (4)$$

۱۲- بار الکتریکی $Q = 40\mu\text{C}$ مطابق شکل زیر روی کمانی از یک دایره به شعاع $R = 5\text{cm}$ و زاویه مرکزی $\phi = 120^\circ$ به طور یکنواخت توزیع شده است. پتانسیل الکتریکی در نقطه P (مرکز دایره) چند ولت است؟



$$2/4 \times 10^4 \quad (1)$$

$$7/2 \times 10^4 \quad (2)$$

$$2/4 \times 10^6 \quad (3)$$

$$7/2 \times 10^6 \quad (4)$$

۱۳- درون ناحیه‌ای میدان الکتریکی به شکل $\vec{E}(x, y, z) = (x + 3)\hat{i}$ است که در آن x بر حسب متر و E بر حسب نیوتن بر متر است. در این ناحیه استوانه‌ای گاوسی به شعاع 10cm که محور آن موازی محور x و یکی از قاعده‌های آن منطبق بر صفحه $x = 0$ و دیگری منطبق بر صفحه $x = 5\text{m}$ است را در نظر بگیرید. مقدار بار الکتریکی موجود در این استوانه تقریباً کدام است؟

$$1/39\text{nC} \quad (1)$$

$$1/39\text{pC} \quad (2)$$

$$0/28\text{nC} \quad (3)$$

$$0/28\text{pC} \quad (4)$$

۱۴- بار $1/6 \mu C$ روی حلقه‌ای به شعاع 40 cm به طور یکنواخت توزیع شده است. الکترونی با بار $-e$ روی محور تقارن حلقه در فاصله z از مرکز حلقه قرار دارد. اگر $z \ll R$ باشد، بسامد زاویه‌ای نوسانات الکترون حول مرکز حلقه، تقریباً چند رادیان بر ثانیه است؟

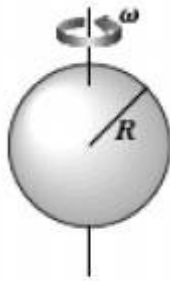
(۱) $1/4 \times 10^8$

(۲) 2×10^8

(۳) $6/4 \times 10^9$

(۴) $4/6 \times 10^9$

۱۵- کره عایق توپری به شعاع R دارای بار الکتریکی با چگالی بار حجمی یکنواخت ρ است. این کره حول یکی از قطرهای خود با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخد. گشتاور مغناطیسی کره کدام است؟



(۱) $\frac{4\pi}{15} \rho \omega R^5$

(۲) $\frac{4\pi}{3} \rho \omega R^5$

(۳) $\frac{2\pi}{3} \rho \omega R^5$

(۴) $\frac{\pi}{10} \rho \omega R^5$

۱۶- برای یک جریان خالص لختی مداری در عرض‌های میانی، تاوایی نسبی جریان باید درست چقدر (بر حسب s^{-1}) باشد تا جریان ناپایدار شود؟ ($f = 10^{-4} s^{-1}$)

- (۱) -10^{-4} (۲) 10^{-4}
(۳) 10^{-5} (۴) -10^{-5}

۱۷- اگر مقیاس کوچک‌تر پیچک، η در یک جریان تلاطمی لایه مرزی جو وابسته به اتلاف انرژی ε با یکای $\frac{m^2}{s^3}$

و وشکسانی جنبشی شناختی ν با یکای $\frac{m^2}{s}$ باشد، با تحلیل ابعادی η متناسب با کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{\varepsilon^2} \nu^{\frac{4}{3}}$ (۲) $\frac{1}{\varepsilon^2} \nu^{-\frac{4}{3}}$
(۳) $\left(\varepsilon^{-1} \nu^3\right)^{\frac{1}{4}}$ (۴) $\left(\varepsilon^1 \nu^{-3}\right)^{\frac{1}{4}}$

۱۸- جریانی از هوا در نظر بگیرید که از روی یک کوهستان به ارتفاع متوسط ۵۰۰ متر با سرعت ۱۰ متر بر ثانیه عبور می‌کند، اگر قرار باشد فعالیت موج کوهستان در آن بیشینه باشد، فرکانس شناوری جو باید چقدر (برحسب s^{-1}) باشد؟

- (۱) 10^{-3} (۲) ۰/۰۱
(۳) ۰/۰۲ (۴) ۰/۰۴

۱۹- دوره (پریود) امواج راسبی بلند که بیشترین رشد را از نظر ناپایداری باروکلینیکی دارند و دارای سرعت فاز مداری $10 \frac{m}{s}$ است، حدوداً چند روز است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵
(۳) ۸ (۴) ۱۰

۲۰- بادی در عرض‌های میانی در نظر بگیرید که سرعت آن ۲۰ متر بر ثانیه و شعاع انحنای آن ۴۰۰ کیلومتر است، چه الگویی بر آن حاکم است؟

- (۱) باد لختی (۲) باد چرخگرد
(۳) باد زمینگرد (۴) باد گرادپانی

۲۱- در حرکات بزرگ مقیاس جو به صورت بی‌دررو با چینه‌بندی قائم دمای پتانسیلی، در صورتی که فرکانس شناوری ستون هوا دو برابر شود و تمام پارامترهای دخیل دیگر ثابت باشد، تاوایی مطلق چقدر تغییر می‌کند؟

- (۱) به یک چهارم کاهش خواهد یافت. (۲) چهار برابر خواهد شد.
(۳) دو برابر خواهد شد. (۴) تغییر نخواهد کرد.

۲۲- برای یک جریان لختی در عرض‌های میانی، عدد راسبی چقدر است؟

- (۱) خیلی کوچک‌تر از یک (۲) کمتر از یک
(۳) بزرگتر از یک (۴) یک

۲۳- در حرکت یک شاره به صورت دو بعدی هنگامی می‌توان پتانسیل سرعت را تعیین کرد که، حرکت شاره:

- (۱) واگرا باشد. (۲) غیرچرخشی باشد.
(۳) ناواگرا باشد. (۴) چرخشی باشد.

۲۴- مکان‌های مطلوب برای چرخندزایی عبارتند از:

- (۱) عقب چرخند عرض‌های میانی.
(۲) قطاع گرم چرخند عرض‌های میانی.
(۳) امتداد جبهه قطبی و در پشت به باد (Lee) موانع کوهستانی.
(۴) روی اقیانوس‌های خیلی گرم (دمای آب‌های سطحی بیش از $27^{\circ}C$ است).

۲۵- فرض کنید در اواخر یک روز خوب در اوایل پاییز هستید و سازمان هواشناسی کمینه دما را در طول شب (صفر درجه سانتی گراد) 0°C پیش بینی کرده است، که این نشان می دهد آن شب آسمان صاف و آرام است. اگر برعکس این انتظارات باد افزایش یافته و در طول شب گاستی (gusty) باقی بماند، کمینه دما به احتمال زیاد خواهد بود.

(۱) بواسطه آمیختگی قائم غیر منتظره بالاتر از پیش بینی

(۲) بواسطه تابش طول موج بلند خیلی کمتر از پیش بینی

(۳) بواسطه همرفت واداشته کمتر از پیش بینی

(۴) بواسطه آزاد شدن گرما از گرمای نهان فرارفت یافته بالاتر از پیش بینی

۲۶- کدام معادله ارائه شده، بیانگر گرایش دما است؟

$$\frac{DT}{Dt} = -\nabla^2 T + \omega \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} - \frac{1}{c_p} \frac{DQ}{Dt} \quad (2) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = -V \cdot \nabla_p T - \omega \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} + \frac{1}{c_p} \frac{DQ}{Dt} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = -V \cdot \nabla_p T + \omega \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} + \frac{1}{c_p} \frac{DQ}{Dt} \quad (4) \quad \frac{\partial T}{\partial t} = V \cdot \nabla_p T - \omega \frac{T}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} - \frac{1}{c_p} \frac{DQ}{Dt} \quad (3)$$

۲۷- چگونه واگرایی تراز فوقانی منجر به تقویت چرخندها در سطح می شود؟

(۱) جت های رگه ای تراز فوقانی نواحی همگرایی و واگرایی را ایجاد می کنند.

(۲) اگر واگرایی تراز فوقای بیشتر از همگرایی تراز پایین باشد فشار چرخند کاهش می یابد.

(۳) اگر همگرایی تراز پایین از واگرایی تراز فوقانی تجاوز کند فشار چرخند کاهش می یابد.

(۴) واگرایی تراز فوقانی با کاهش تاوایی چرخندی همراه است که آن هم به نوبه خود اسپین (چرخش) چرخندها را سریعتر می کند.

۲۸- کدام عبارت درست نیست؟

(۱) چرخندها هوای سرد را به سمت استوا و هوای گرم را به سمت قطب حرکت می دهند.

(۲) اختلاف دمای شدید در دو سمت جبهه قطبی به عنوان منبع انرژی پتانسیلی برای چرخندهای در حال توسعه محسوب می شوند.

(۳) چرخندها چنانچه باد در آنها قوی باشد انرژی پتانسیلی را به انرژی جنبشی تبدیل می کنند.

(۴) چرخندها از آزاد شدن گرمای نهان توسط میعان بخار آب انرژی می گیرند.

۲۹- کدام اصل یا اصول در تشکیل تنوره دیو dust devil دخالت دارند؟

(۱) پایستگی تکانه زاویه ای

(۲) تاوایی بسته هوا

(۳) همرفت

(۴) همه موارد

۳۰- سه گاز گلخانه ای خیلی مهم در جو عبارتند از:

(۱) $\text{O}_3, \text{N}_2, \text{CH}_4$

(۲) $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{CH}_4$

(۳) $\text{NO}_2, \text{CO}_2, \text{CH}_4$

(۴) $\text{SO}_2, \text{N}_2, \text{CO}_2$

۳۱- هنگام پیش‌بینی تگرگ درشت، کدام دسته از عوامل ترمودینامیکی زیر در ایجاد آن دخالت دارند و باید در نظر گرفته شوند؟

- (۱) ارتفاع، تراز انجماد و CAPE
 (۲) چینش باد قائم و دمای سطح
 (۳) نقطه شبنم PBL و آب قابل بارش
 (۴) فشار سطحی و شاخص فرازش ۵۰۰ هکتوپاسکال

۳۲- در ناحیه‌ای عمق لایه اکمن ۹۰۰ متر برآورد شده است، در صورتی که پارامتر کوریولیس $f = 10^{-4} s^{-1}$

باشد، ضریب وشکسانی (K_m) (بر حسب $\frac{m^2}{s}$) چیست؟ $\pi = 3$

- (۱) ۴/۵
 (۲) ۱۰
 (۳) ۲۰
 (۴) ۴۵

۳۳- براساس معادله پیوستگی، مقدار واگرایی در زیر لایه ۵۰۰ هکتوپاسکال و در سرعت قائم (ω) برابر

با $10^{-4} \frac{kPa}{s}$ ، (بر حسب s^{-1}) چقدر است؟

- (۱) 2×10^6
 (۲) 10^4
 (۳) 10^{-4}
 (۴) 2×10^{-6}

۳۴- در طی زمستان در کف دره‌ای دمای $30^\circ C$ - و در بالای دامنه‌ها به ارتفاع ۲ کیلومتر، دمای $10^\circ C$

اندازه‌گیری شده است، لپس ریت یا افت آهنگ دما چقدر است؟

- (۱) $\frac{20^\circ C}{100m}$
 (۲) $\frac{2^\circ C}{100m}$
 (۳) $\frac{10^\circ C}{100m}$
 (۴) $\frac{0.1^\circ C}{100m}$

۳۵- ضخامت (عمق) لایه میانگین جوی برای رخداد بارش به صورت برف چقدر است؟

- (۱) ۳۲۰۰ m
 (۲) ۵۴۰۰ m
 (۳) ۶۴۰۰ m
 (۴) ۸۰۰۰ m

۳۶- عمق نفوذ بی‌هنجاری تاوایی پتانسیلی در محیط ناپایدار با بسامد شناوری $N = 10^{-4} s^{-1}$ و طول مشخصه‌ی

بی‌هنجاری ۵۰۰ متر در عرض جغرافیایی 45° چقدر است؟

- (۱) ۵ m
 (۲) ۵۰۰ m
 (۳) ۱۰۰۰ m
 (۴) ۲۰۰۰ m

۳۷- در نقطه‌ای در عرض جغرافیایی 45° ، اندازه باد زمینگرد $\frac{m}{s} = 35 |vg|$ می‌باشد، در این منطقه واگرایی باد چقدر است؟ شعاع زمین $R = 6370 \text{ km}$ است.

- (۱) 10^{-6} s^{-1} (۲) 10^{-5} s^{-1}
 (۳) $-5 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$ (۴) $5 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$

۳۸- براساس گزارش هواشناسی، توفان حاره‌ای گونو سرعت قائمی (W) معادل $30 \frac{m}{s}$ در منطقه‌ای از دریای عمان داشته است، انرژی پتانسیل قابل دسترسی همرفتی (CAPE) توفان (بر حسب $\frac{m^2}{s^2}$) چقدر است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۵۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۴۵۰

۳۹- سرعت قائم در توفان حاره‌ای که تاوایی آن 10^{-4} s^{-1} و هلیستی آن $2 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-2}$ است، چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۲۰ (۴) ۱۰

۴۰- اگر ضخامت لایه بین سطوح ۱۰۰۰ و ۷۰۰ هکتوپاسکال، در منطقه‌ای مشخص $2/9$ کیلومتر باشد و در ۵۰۰ کیلومتری شرق این منطقه ضخامت ۳ کیلومتر باشد در این صورت مولفه‌های بادگرمایی ایجاد شده بر حسب $\frac{m}{s}$ برابر کدام است؟

- (۱) $u_T = 0, v_T = 0$ (۲) $u_T = 0, v_T = 19/6$
 (۳) $u_T = 19/6, v_T = 0$ (۴) $u_T = 19/6, v_T = 19/6$

۴۱- شرط وجود جواب حقیقی برای سرعت باد گرادیان در حالت واچرخندی کدام است؟ (f پارامتر کوریولیس است)

- (۱) $\left| \frac{\partial \phi}{\partial n} \right| < \frac{fR}{2}$ (۲) $\left| \frac{\partial \phi}{\partial n} \right| > \frac{fR}{4}$
 (۳) $\left| \frac{\partial \phi}{\partial n} \right| > \frac{fR^2}{4}$ (۴) $\left| \frac{\partial \phi}{\partial n} \right| < \frac{f^2 R}{4}$

۴۲- شتاب کلی یک بسته هوا در میدان سرعت $(u_0, y, t, 0)$ که u_0 مقدار ثابتی است، چقدر است؟

- (۱) $(0, yt^2, 0)$ (۲) $(0, y^2 t, 0)$
 (۳) $(0, u_0 y + yt^2, 0)$ (۴) $(0, y + yt^2, 0)$

۴۳- معادله فرارفت یک بعدی با ضریب ثابت $c > 0$, $\psi_t + c\psi_x = 0$ را در نظر بگیرید. شکل گسسته این معادله با استفاده از روش پیشرو در زمان و مرکزی در مکان کدام مورد است؟

$$\frac{\phi_j^{n+1} - \phi_j^n}{\Delta t} + c \frac{\phi_{j+1}^n - \phi_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\phi_{j+1}^{n+1} + \phi_{j-1}^{n+1}}{\Delta t} + c \frac{\phi_j^n - \phi_{j-1}^n}{\Delta x} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\phi_j^{n+1} + \phi_{j-1}^{n+1}}{\Delta t} + c \frac{\phi_{j+1}^n - \phi_j^n}{\Delta x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\phi_{j+1}^n + \phi_{j-1}^n}{2\Delta t} + c \frac{\phi_{j+1}^{n+1} - \phi_{j-1}^{n+1}}{2\Delta x} = 0 \quad (4)$$

۴۴- نوع معادله دیفرانسیل جزئی مرتبه دوم زیر کدام است؟

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

(۱) هذلولوی

(۲) سهموی

(۳) بیضوی

(۴) بیضوی و سهموی

۴۵- رابطه تفاضل متناهی (finite difference) مرتبه اول پسرو (backward) برای تخمین مشتق اول در یک شبکه یکنواخت کدام است؟

$$\frac{d\phi}{dx} \approx \frac{\phi_{j+1} - \phi_j + \phi_{j-1}}{2\Delta x} \quad (2)$$

$$\frac{d\phi}{dx} \approx \frac{\phi_{j+1} - 2\phi_j + \phi_{j-1}}{(\Delta x)^2} \quad (1)$$

$$\frac{d\phi}{dx} \approx \frac{\phi_{j+1} - \phi_j}{\Delta x} \quad (4)$$

$$\frac{d\phi}{dx} \approx \frac{\phi_j - \phi_{j-1}}{\Delta x} \quad (3)$$

