

314



F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱۱ از ۲



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه مرکز) داخل - سال ۱۳۹۴

آمار
(۲۲۳۲ کد)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (آنالیز ریاضی ۱ - ریاضی عمومی ۱ - مبانی احتمال - احتمال ۱ و ۲ - استنباط آماری ۱)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه - سال ۱۳۹۳

حق حاصل، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای نعمای اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخالفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

-۱ فرض کنید $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}$ تعریف شود و $f \circ f = g$. در این صورت $(x'g)$ برابر

کدام است؟

$$\frac{-1}{(2x+1)^2} \quad (1)$$

$$(2x+1)^2 \quad (2)$$

$$(2x+1)^{-2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{(1+\frac{1}{x})^2} \quad (4)$$

-۲ کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد انتگرال ناسرة $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2^x}{4^x + 1} dx$ درست است؟

(۱) همگرا به $\frac{\pi}{\ln 4}$ است.

(۲) همگرا به $\frac{\pi}{4}$ است.

(۳) همگرا به $\frac{\pi}{4 \ln 2}$ است.

(۴) واگرا است.

-۳ نامعادله $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z} + 1\right) > \operatorname{Im}\left(\frac{1}{\bar{z}} + 1\right)$ چه ناحیه‌ای در صفحه مختلط را مشخص می‌کند؟

(۱) خارج دایره‌ای به مرکز $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(۲) خارج دایره‌ای به مرکز $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(۳) خارج دایره‌ای به مرکز $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(۴) خارج دایره‌ای به مرکز $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ و شعاع $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

-۴ مشتق سوئی تابع $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z^2$ در نقطه $(1, \frac{3\sqrt{2}}{5}, \frac{4\sqrt{2}}{5})$ واقع بر منحنی برخورد دو

رویه $x^2 + y^2 = 2z^2$ و $2x^2 + 2y^2 - z^2 = 3$ در جهت مسیر برابر است با:

(۱) صفر

(۲) 2

$$\frac{48\sqrt{2}}{5} \quad (3)$$

$$2\sqrt{3} \quad (4)$$

-۵ اگر $x \in \mathbb{R}$ مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[x] + [2x] + \dots + [nx]}{n^2}$ کدام است؟ (۰ نماد جزء صحیح است.)

$$\frac{x}{2} \quad (1)$$

$$\frac{x+1}{2} \quad (2)$$

$$\frac{[x]}{2} \quad (3)$$

(۴) موجود نیست.

-۶ اگر $h(x) = \int_1^{\frac{1}{x}} \sqrt{1+t^3} dt$ کدام است؟

$$-5 \quad (1)$$

$$-12 \quad (2)$$

$$\frac{4}{\sqrt{3}} \quad (3)$$

$$-7 \quad (4)$$

-۷ مجموعه تمامی مقادیر p که $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n+1} - \sqrt[n]{n})^p$ همگرا است، کدام است؟

$$(1, +\infty) \quad (1)$$

$$(\frac{3}{2}, +\infty) \quad (2)$$

$$(\frac{2}{3}, +\infty) \quad (3)$$

(۴) به ازای هیچ مقدار

-۸ فرض کنیم $A \subseteq \mathbb{R}$ و تابع $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ پیوسته باشد. کدام گزینه در مورد $f(A) = \{f(x) : x \in A\}$ درست است؟

(۱) اگر A کراندار باشد، $f(A)$ کراندار است.

(۲) اگر A باز باشد، $f(A)$ باز است.

(۳) اگر A بازه باشد، $f(A)$ بازه است.

(۴) اگر A بسته باشد، $f(A)$ بسته است.

-۹ فرض کنیم $f: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ تابع پیوسته باشد و $f(0) = 0$. اگر $f'(x)$ بر بازه $(0, 2)$ موجود و صعودی

باشد، آنگاه تابع $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ بر بازه $(0, 2)$

(۱) صعودی است.

(۲) نزولی است.

(۳) ثابت است.

(۴) مثبت است.

-۱۰ فرض کنید $f : (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$ مشتق پذیر باشد. مقدار $\lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\frac{f(x + \delta x)}{f(x)} \right)^{\frac{1}{\delta}}$ کدام است؟

(۱)

(۲)

$\exp(xf'(x))$ (۳)

$\exp(\frac{xf'(x)}{f(x)})$ (۴)

-۱۱ فرض کنید X یک متغیر تصادفی است که مقادیر خود را در مجموعه $\{0, 1, 2, \dots\}$ اختیار می‌کند و برای آن

رابطه $\frac{P(X=k)}{P(X=k+1)}$ برقرار است. توزیع X کدام است؟

(۱) هندسی با $p = \frac{1}{2}$

(۲) پواسون با $\lambda = \frac{1}{2}$

(۳) پواسون با $\lambda = 2$

(۴) هندسی با $p = \frac{1}{4}$

-۱۲ تعداد درخواست‌های رسیده به یک شرکت در هفته متغیر تصادفی N با تابع احتمال زیر است:

فرض کنید تعداد درخواست‌های رسیده در یک هفته مستقل از این تعداد در هفته دیگر باشد. احتمال اینکه دقیقاً ۷ درخواست در طول دو هفته آینده به این شرکت برسد کدام است؟

$$P(N=n) = 2^{-n-1} \quad n=0, 1, \dots$$

(۱) $\frac{1}{128}$

(۲) $\frac{1}{32}$

(۳) $\frac{1}{256}$

(۴) $\frac{1}{64}$

-۱۳ فرض کنید دو نقطه به تصادف و مستقل از یکدیگر از مربع واحد $[0, 1] \times [0, 1]$ انتخاب می‌شوند. اگر D

فاصله این دو نقطه باشد، $E(D^2)$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{5}$

-۱۴- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین ۲ باشد. اگر $T = \sum_{i=1}^n [X_i]$ باشد، که

در آن $[x]$ جزء صحیح x است، مقدار $\text{Var}(T)$ کدام است؟

$$\frac{n}{2} \quad (1)$$

$$n(e^{1/n} - 1) \quad (2)$$

$$n/(e^{1/n} - 1) \quad (3)$$

$$\frac{n}{4} \quad (4)$$

-۱۵- فرض کنید Y_1, Y_2, \dots, Y_n آماره‌های ترتیبی یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت روی بازه $(0, 1)$ باشند. مقدار $\text{cov}(Y_1, Y_n)$ کدام است؟

$$\frac{n-1}{n+1} \quad (1)$$

$$\frac{1}{(n+1)^2(n+2)} \quad (2)$$

$$\frac{n}{(n+1)(n+2)} \quad (3)$$

$$\frac{n}{(n+1)^2(n+2)} \quad (4)$$

-۱۶- فرض کنید U_1 و U_2 دو متغیر تصادفی مستقل با توزیع یکسان $U(0, 1)$ باشند. اگر

$E(X) = \begin{cases} U_1 & U_1 U_2 \leq 1 \\ U_2 & U_1 U_2 > 1 \end{cases}$ مقدار $E(X)$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

-۱۷- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی برنولی مستقل با احتمال موفقیت $p_n = 1 - \frac{1}{n}$ برای

باشد. اگر N تعداد آزمایش‌های لازم تا مشاهده اولین موفقیت باشد. مقدار $E(N)$ کدام است؟

$$e^n \quad (1)$$

$$e \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$n \quad (4)$$

-۱۸ فرض $N \sim DU(\{1, \dots, n\})$ باشد. یک آزمایش تصادفی با احتمال موفقیت p را N مرتبه به طور مستقل تکرار می‌کنیم. اگر X تعداد موفقیت‌ها در N آزمایش باشد، مقدار $\text{Var}(X)$ کدام است؟

$$3p(1+p) \quad (1)$$

$$3p(3-2p) \quad (2)$$

$$6p(1-p) \quad (3)$$

$$2p(2p+3) \quad (4)$$

-۱۹ یک بیمه‌گزار می‌تواند حداکثر تا ۵ درخواست به شرکت ارائه نماید. احتمال اینکه بیمه‌گزار دقیقاً n درخواست ارائه نماید برابر $p_n = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ می‌باشد. اگر تفاوت بین $p_{n+1} - p_n$ مقداری ثابت باشد (برای $n=0, 1, 2, 3, 4$) و دقیقاً 40 درصد از بیمه‌گزاران کمتر از دو درخواست ارائه نمایند، احتمال اینکه یک بیمه‌گذار بیشتر از سه درخواست ارائه نماید کدام است؟

$$\frac{3}{15} \quad (1)$$

$$\frac{5}{15} \quad (2)$$

$$\frac{4}{15} \quad (3)$$

$$\frac{6}{15} \quad (4)$$

-۲۰ فرض کنید X, Y دو متغیر تصادفی مستقل و دارای توزیع یکسان هندسی با میانگین $\frac{1}{p}$ باشند. اگر $p = 1-s$ باشد مقدار $P(X < Y)$ کدام است؟

$$\frac{s}{1+s} \quad (1)$$

$$\frac{1}{1+s} \quad (2)$$

$$\frac{1-s}{2-s} \quad (3)$$

$$\frac{1+s}{2+s} \quad (4)$$

-۲۱ اگر X_1, X_2, \dots, X_n دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل پواسون با میانگین λ باشد، آنگاه در احتمال به کدام یک از موارد زیر همگرا است؟

$$\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_n}{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2}$$

$$\frac{\lambda}{1+\lambda^2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{\lambda^2 + 1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{1+\lambda} \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{\lambda + 1} \quad (4)$$

- ۲۲- اگر ... X_1, X_2, \dots, X_n دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکنواخت گسسته روی مجموعه $\{-1, 1\}$

$$\text{باشد، آنگاه توزیع حدی } \frac{\sqrt{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n)}{X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2} \text{ کدام است؟}$$

$N(0, 1)$ (۱)

$N(0, \frac{1}{n})$ (۲)

$N(0, 2)$ (۳)

$N(0, 4)$ (۴)

- ۲۳- فرض کنید X متغیری تصادفی با تابع مولد گشتاور $M_X(t) = \left(\frac{2+e^t}{3}\right)^9$ باشد، مقدار $P(X=9)$ کدام است؟

$\frac{2}{3^9}$ (۱)

$\frac{1}{3^8}$ (۲)

$\frac{2}{3^8}$ (۳)

$\frac{1}{3^9}$ (۴)

- ۲۴- یک نمونه تصادفی ۱۶۲ تایی از توزیعی با تابع احتمال زیر را در نظر بگیرید. احتمال تقریبی اینکه حداقل ۱۰۴ عضو این نمونه عددی فرد باشند کدام است؟

$$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x, \quad x = 1, 2, 3, \dots$$

$0/7734$ (۱)

$0/2266$ (۲)

$0/5333$ (۳)

$0/4667$ (۴)

- ۲۵- فرض کنید $\{X_n, n \geq 1\}$ دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی از توزیع هندسی (مدل تعداد شکست‌ها) با پارامتر

$$\frac{X_n}{n} \text{ باشد. توزیع حدی } \frac{\lambda}{\lambda+n} \text{ کدام است؟}$$

(۱) توزیع پواسون با پارامتر λ

(۲) توزیع نمایی با میانگین λ

(۳) توزیع هندسی با پارامتر $\frac{\lambda}{1+\lambda}$

(۴) توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\lambda}$

- ۲۶- فرض کنید $\frac{5}{12}, \frac{5}{8}, \frac{5}{24}, \frac{5}{6}, \frac{5}{12}$ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع (θ^{-1}, θ) با $\theta > 1$ باشد. برآورد θ به روش گشتاوری کدام است؟

$$\tilde{\theta} = 2 \quad (1)$$

$$\tilde{\theta} = 3 \quad (2)$$

$$\tilde{\theta} = 4 \quad (3)$$

۴) وجود ندارد.

- ۲۷- فرض کنید X_1, \dots, X_n و Y_1, \dots, Y_m دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع‌ها به ترتیب $N(\mu, 1)$ و $N(a\theta, 1)$ باشند که در آن $a \neq 0$ مقداری معلوم است. برآورد ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر θ کدام است؟

$$\frac{n\bar{x} + am\bar{y}}{n + a^2 m} \quad (1)$$

$$\frac{am\bar{x} + n\bar{y}}{n + a^2 m} \quad (2)$$

$$\frac{a\bar{x} + m\bar{y}}{m + an} \quad (3)$$

$$\frac{m\bar{x} + a\bar{y}}{m + a^2 n} \quad (4)$$

- ۲۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $(\mu, 1)$ باشد که در آن μ نامعلوم است. اگر فقط مشاهداتی ثبت شوند که کمتر از صفر باشند و قرار دهیم $T = \sum_{i=1}^n I(X_i < 0)$, برآوردگر ماکزیمم درستنمایی (MLE) پارامتر μ بر حسب T کدام است؟ (Φ تابع توزیع نرمال استاندارد است).

$$\Phi^{-1}\left(\frac{T}{n}\right) \quad (1)$$

$$\Phi\left(-\frac{T}{n}\right) \quad (2)$$

$$-\Phi^{-1}\left(\frac{T}{n}\right) \quad (3)$$

$$\Phi\left(\frac{T}{n}\right) \quad (4)$$

-۲۹ فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_m و Y_1, Y_2, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل از هم، از توزیع‌های نمایی منفی به ترتیب با میانگین‌های μ_1 و μ_2 باشند. برآورد ماکسیمم درستنامایی (MLE) برای $P(X_1 > 2Y_1)$ کدام است؟

$$\frac{\bar{X}}{\bar{X} + 2\bar{Y}} \quad (1)$$

$$\frac{\bar{X}}{\bar{X} + \bar{Y}} \quad (2)$$

$$\frac{\bar{X}}{2(\bar{X} + \bar{Y})} \quad (3)$$

$$\frac{2\bar{X}}{2\bar{X} + \bar{Y}} \quad (4)$$

-۳۰ فرض کنید X_1, X_2 نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. آماره فرعی کدام است؟

$$f(x | \alpha) = \alpha x^{\alpha-1} e^{-x^\alpha}, \quad x > 0, \alpha > 0$$

$$\ln(X_1 + X_2) \quad (1)$$

$$\frac{\ln X_1}{\ln X_2} \quad (2)$$

$$\ln\left(\frac{X_1}{X_2}\right) \quad (3)$$

$$\ln X_1 + \ln X_2 \quad (4)$$

-۳۱ فرض کنید U برآوردهای ناواریب برای θ . T_1 آماره‌ی بسنده برای θ و T_2 آماره‌ی بسنده و کامل برای θ باشند و قرار می‌دهیم $U_1 = E(U | T_1)$, $U_2 = E(U | T_2)$, $U_3 = E(U_1 | T_2)$. گزاره صحیح کدام است؟

$$\text{Var}(U_1) < \text{Var}(U_2) \quad (1)$$

$$\text{Var}(U_2) > \text{Var}(U_3) \quad (2)$$

$$\text{Var}(U_1) = \text{Var}(U_3) \quad (3)$$

$$\text{Var}(U_2) < \text{Var}(U_3) \quad (4)$$

-۳۲ فرض کنید ۵ یافته‌های یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیع گاما با پارامترهای $\alpha=2$ و $\beta=1$ نامیں آماره ترتیبی یک نمونه تصادفی ۵ تایی از توزیع $\text{Gamma}(2, 1)$ باشد. آنگاه مقدار مشاهده شده متغیر تصادفی $E\left(X_{(i)} \middle| \sum_{i=1}^5 X_i\right)$ کدام است؟

$$1/8 E(Z_{(i)}) \quad (1)$$

$$1/9 E(Z_{(i)}) \quad (2)$$

$$E(Z_{(i)}) \quad (3)$$

$$1/5 E(Z_{(i)}) \quad (4)$$

- ۳۳ فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر UMVU پارامتر α^3 کدام است؟ (اولین آماره ترتیبی است)

$$f_\alpha(x) = \frac{\alpha^x}{x!}, x \geq \alpha, \alpha > 0$$

$$(3 - \frac{1}{\sqrt{n}})X_{(1)}^3 \quad (1)$$

$$(3 + \frac{1}{\sqrt{n}})X_{(1)}^3 \quad (2)$$

$$(1 + \frac{3}{\sqrt{n}})X_{(1)}^3 \quad (3)$$

$$(1 - \frac{3}{\sqrt{n}})X_{(1)}^3 \quad (4)$$

- ۳۴ فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع نمایی منفی با میانگین θ باشد. مقدار $E(S^2 | \bar{X})$ کدام است؟

$$\left(S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \right) \text{ کدام است؟}$$

$$\bar{X}^2 \quad (1)$$

$$\frac{n+1}{n} \theta^2 \quad (2)$$

$$\frac{n\bar{X}^2}{n+1} \quad (3)$$

$$\theta^2 \quad (4)$$

- ۳۵ فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر UMVU

پارامتر $e^{2\theta}$ کدام است؟

$$f_\theta(x) = e^{-(x-\theta)} - e^{-(x-\theta)}, -\infty < x < \infty, -\infty < \theta < +\infty$$

$$\frac{1}{(n-1)(n-2)} \left(\sum_{i=1}^n e^{X_i} \right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{(n-1)(n-2)}{\left(\sum_{i=1}^n e^{-X_i} \right)^2} \quad (2)$$

$$\frac{n-2}{\left(\sum_{i=1}^n e^{-X_i} \right)^2} \quad (3)$$

$$\frac{1}{n-2} \left(\sum_{i=1}^n e^{-X_i} \right)^2 \quad (4)$$

- ۳۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\mu, \sigma^2)$ باشد. برآوردهای UMVU برای

$$(1 - \sigma^2)^{-\frac{n}{2}}$$

$$e^{\frac{1}{n} \sum X_i^2} \quad (1)$$

$$e^{\frac{1}{n} \sum X_i^2} \quad (2)$$

$$(1 - \frac{1}{n} \sum X_i^2)^{-\frac{n}{2}} \quad (3)$$

$$(1 - \frac{1}{n} \sum X_i^2)^{-\frac{n}{2}} \quad (4)$$

- ۳۷- فرض کنید θ دارای توزیع پیشین برنولی با پارامتر $\frac{1}{3}$ باشد و X به شرط θ دارای تابع چگالی

احتمال $f_\theta(x)$ باشد، در این صورت برآورد بیز برای θ تحت تابع زیان مربع خطأ (SEL) کدام است؟

$$\frac{\frac{1}{3} f_o(x)}{f_o(x) + f_1(x)} \quad (1)$$

$$\frac{\frac{2}{3} f_1(x)}{f_o(x) + f_1(x)} \quad (2)$$

$$\frac{f_o(x)}{f_o(x) + f_1(x)} \quad (3)$$

$$\frac{f_1(x)}{f_o(x) + f_1(x)} \quad (4)$$

- ۳۸ - فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, \sigma^2)$ باشد. اگر اندازه پیشین $\pi_1(\theta) = \pi_1(\theta, \sigma^2)$ برای θ

$$\text{و توزیع پیشین } \pi_2(\theta, \sigma^2) = \frac{1}{\Gamma(m)} \frac{1}{(\sigma^2)^{m+1}} e^{-\frac{\theta}{\sigma^2}}$$

باشد، برآورده‌گر بیز تعیین یافته σ^2 تحت تابع زیان $L(\sigma^2, \delta) = (\delta - \sigma^2)^2$ کدام است؟

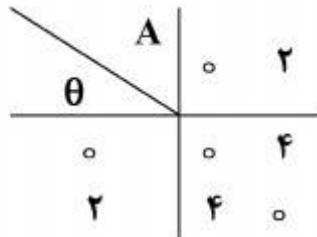
$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n + 2m - 1} \quad (1)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n + 2m - 3} \quad (2)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1} \quad (3)$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n + 2m - 3} \quad (4)$$

- ۳۹ - فرض کنید در یک مسأله تصمیم $A = \{0, 2\}$, $\Theta = \{0, 2\}$, جدول تابع زیان و تابع احتمال به صورت زیر باشد. اگر پیشین یکنواخت برای θ اختیار شود، گزینه صحیح کدام است؟



جدول تابع زیان

X	۰	۲
θ	۱	۱
۰	۲	۲
۲	۱	۲

جدول تابع احتمال

(۱) برآورده‌گر $\theta = 0$ برای $\delta(0) = \delta(2)$ بیزو غیرمجاز (ناپذیرفتی) است.

(۲) برآورده‌گر $\theta = 0$ برای $\delta(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$ بیزو غیرمجاز (ناپذیرفتی) است.

(۳) برآورده‌گر $\theta = 0$ برای $\delta(x) = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$ بیزو مجاز (پذیرفتی) است.

(۴) برآورده‌گر $\theta = 2$ برای $\delta(0) = \delta(2)$ بیزو مجاز (پذیرفتی) است.

- ۴۰ فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ و θ دارای اندازه پیشین $\pi(\theta) = e^\theta, \theta \in \mathbb{R}$ باشد. تحت تابع زیان توان دوم خطا برآورده بیز تعیین یافته θ کدام است؟

$$\bar{X} + \frac{1}{n} \quad (1)$$

$$\bar{X} \quad (2)$$

$$\bar{X} - \frac{1}{n} \quad (3)$$

$$\bar{X} + 1 \quad (4)$$

- ۴۱ در سؤال ۴۰ گزینه صحیح برای برآورده بیز تعیین یافته θ کدام است؟

(۱) پذیرفتی (مجاز) و مینیماکس است.

(۲) ناپذیرفتی (غیرمجاز) و مینیماکس است.

(۳) پذیرفتی (مجاز) است.

(۴) ناپذیرفتی (غیرمجاز) است.

- ۴۲ فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسون با میانگین λ باشد که در آن $1 < \lambda < 0$ است. در بین برآوردهای به شکل $c\bar{X} = c\bar{X}_c, c > 0$ برآورده بیز مینیماکس λ تحت تابع زیان توان دوم خطا کدام است؟

$$\frac{n+1}{n}\bar{X} \quad (1)$$

$$\bar{X} \quad (2)$$

$$\frac{n}{n+1}\bar{X} \quad (3)$$

$$\frac{n+1}{n+2}\bar{X} \quad (4)$$

- ۴۳ فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد، که در آن $2 < \theta < 0$ است. تحت تابع زیان توان دوم خطا، گزینه صحیح کدام است؟

(۱) \bar{X} برآورده بیز مینیماکس θ نیست و پذیرفتی (مجاز) است.

(۲) \bar{X} برآورده بیز مینیماکس θ نیست و ناپذیرفتی (غیرمجاز) است.

(۳) \bar{X} برآورده بیز مینیماکس و پذیرفتی (مجاز) θ است.

(۴) \bar{X} برآورده بیز مینیماکس و ناپذیرفتی (غیرمجاز) θ است.

- ۴۴ فرض کنید $(X \sim B(n, p))$ باشد. تحت تابع زیان توان دوم خطا کدامیک از برآوردهای زیر برای p ناپذیرفتی (غیرمجاز) است؟

$$\frac{X}{n+2} \quad (1)$$

$$\frac{X}{n-1} \quad (2)$$

$$\frac{X}{n} \quad (3)$$

$$\frac{X}{n+1} \quad (4)$$

۴۵- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر θ ، \bar{X} و S^2 به ترتیب میانگین نمونه‌ای و واریانس نمونه‌ای باشند. با تعریف

$$\delta_a(X) = \begin{cases} \bar{X} & \text{با احتمال } a \\ S^2 & \text{با احتمال } 1-a \end{cases} \quad \delta^*(X) = a\bar{X} + (1-a)S^2$$

که در آن $a \in (0, 1)$ است. اگر تابع زیان $L(\theta, \delta)$ در δ محدب باشد، گزاره صحیح کدام است؟

(۱) δ^* به خوبی δ_a است.

(۲) \bar{X} به خوبی δ_a است.

(۳) δ_a به خوبی δ^* است.

(۴) δ^* به خوبی \bar{X} است.

