

316

D

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

 جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور	اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود. امام خمینی (ره)										
صبح جمعه ۹۳/۱۲/۱۵ دفترچه شماره ۱ از ۲											
<b>آزمون ورودی</b> <b>دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل - سال ۱۳۹۴</b>											
<b>ریاضی کاربردی</b> <b>(کد ۲۲۳۴)</b>											
مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه	تعداد سؤال: ۴۵										
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات											
<table border="1"> <thead> <tr> <th>ردیف</th> <th>مواد امتحانی</th> <th>تعداد سؤال</th> <th>از شماره</th> <th>تا شماره</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">۱</td> <td>مجموعه دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی - آنالیز ریاضی - جبر خطی - آنالیز عددی ۱ - آنالیز عددی پیشرفته - آنالیز حقیقی ۱ - تحقیق در عملیات پیشرفته ۱)</td> <td style="text-align: center;">۴۵</td> <td style="text-align: center;">۱</td> <td style="text-align: center;">۴۵</td> </tr> </tbody> </table>	ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	۱	مجموعه دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی - آنالیز ریاضی - جبر خطی - آنالیز عددی ۱ - آنالیز عددی پیشرفته - آنالیز حقیقی ۱ - تحقیق در عملیات پیشرفته ۱)	۴۵	۱	۴۵	
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره							
۱	مجموعه دروس تخصصی (مبانی آنالیز ریاضی - آنالیز ریاضی - جبر خطی - آنالیز عددی ۱ - آنالیز عددی پیشرفته - آنالیز حقیقی ۱ - تحقیق در عملیات پیشرفته ۱)	۴۵	۱	۴۵							
این آزمون نمره منفی دارد. استفاده از ماشین حساب مجاز نیست. اسفند ماه - سال ۱۳۹۳											
حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.											

۱- اگر هر دو سری  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n$  و  $\sum_{n=1}^{\infty} x_n^2$  همگرا باشند؛  $(x_n \neq -1)$  در مورد سری  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x_n}{1+x_n}$  کدام گزینه

درست است؟

(۱) واگرا است.

(۲) همگرای مطلق است.

(۳) همگرای مشروط است.

(۴) به  $\{x_n\}$  بستگی دارد می‌تواند همگرا و یا واگرا باشد.

۲- فرض کنید  $a$  و  $b$  اعداد مثبتی باشند. مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}{2} \right)^n$  کدام گزینه است؟

(۱)  $\max\{a, b\}$

(۲) ۱

(۳)  $\sqrt{\frac{a+b}{2}}$

(۴)  $\sqrt{ab}$

۳- کدام گزینه پیوستگی یکنواخت تابع پیوسته  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  را ایجاب نمی‌کند؟

(۱) تصویر هر دنباله‌ی کوشی تحت  $f$ ، دنباله‌ای کوشی است.

(۲)  $f$  مشتق پذیر است و مشتق آن کران دار است.

(۳) تصویر وارون هر مجموعه فشرده تحت  $f$  باز است.

(۴) تصویر هر مجموعه فشرده تحت  $f$  حداکثر شماراست.

۴- اگر  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  در نقطه  $x = a$  مشتق پذیر باشند و  $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه

$h(x) = \max\{f(x), g(x)\}$  تعریف شده باشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) اگر  $f(a) = g(a)$  آن‌گاه  $h$  در  $a$  مشتق پذیر است.

(۲) اگر  $h$  در  $a$  مشتق پذیر باشد آن‌گاه  $f(a) \neq g(a)$ .

(۳) اگر  $f(a) \neq g(a)$  آن‌گاه  $h$  در  $a$  مشتق پذیر است.

(۴) اگر  $h$  در  $a$  مشتق پذیر باشد آن‌گاه  $g'(a) = f'(a)$ .

۵- فرض کنیم  $f: \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$  پیوسته و انتگرال ریمان ناسره  $\int_0^{+\infty} f(t)dt$  همگرا باشد، مقدار

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \int_0^n xf(x)dx$$

(۱) صفر

(۲)  $+\infty$

(۳) ۱

(۴) موجود نیست.

۶- شعاع همگرایی سری توانی  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^{n!}}{n}$  برابر کدام است؟

(۱) ۰

(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ۲

۷- هرگاه  $f_n(x) = \frac{n\sqrt{nx}}{1+n^3x^2}$  کدام گزینه درست است؟

(۱)  $\{f_n\}$  بر  $[0, \infty)$  همگرای یکنواخت نیست ولی برای هر  $\delta > 0$  در بازه  $[\delta, \infty)$  همگرای یکنواخت است.

(۲)  $\{f_n\}$  بر  $[0, 1]$  همگرای یکنواخت است ولی در بازه  $[0, \infty)$  همگرای یکنواخت نیست.

(۳)  $\{f_n\}$  بر  $[0, \infty)$  همگرای یکنواخت نیست ولی زیر دنباله‌ای دارد که بر  $[0, 1]$  همگرای یکنواخت است.

(۴)  $\{f_n\}$  بر  $[0, \infty)$  همگرای یکنواخت نیست ولی بر هر زیر مجموعه فشرده از  $[0, \infty)$  نقطه به نقطه کران دار

و هم‌پیوسته است.

۸- مقدار  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (n+1)(\sin^n x - \sin^{n+2} x)dx$  کدام است؟

(۱)  $\frac{\pi}{4}$

(۲) ۱

(۳) وجود ندارد

(۴) ۰

۹- فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $3 \times 3$  وارون پذیر با درایه‌های واقع در میدان  $F$  باشد. اگر  $\det(A) = 1$  و  $\text{tr}(A) = \text{tr}(A^{-1}) = 0$  آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

(۱)  $A^5 = I$

(۲)  $A^2 = I$

(۳)  $A^3 = I$

(۴)  $A^4 = I$

۱۰- اگر  $A$  ماتریسی  $3 \times 3$  باشد و مقادیر ویژه آن یک تصاعد حسابی با قدر نسبت مثبت تشکیل دهند به فرض اینکه  $\text{tr}(A) = 9$  و  $\det(A) = -21$  آنگاه بزرگترین مقدار ویژه عبارت است از:

(۱) ۴

(۲) ۷

(۳) ۸

(۴) ۹

۱۱- فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $4 \times 4$  با درایه‌های حقیقی باشد به طوری که  $A^2 + 2A + 3I = 0$  در این صورت  $\text{tr}(A^{-1})$  برابر است با:

(۱)  $\frac{2}{3}$

(۲)  $-\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $-\frac{4}{3}$

۱۲- فرض کنید  $A_1, A_2, \dots, A_{20} \in M_{10}(\mathbb{R})$  ماتریس‌های ناصفر بوده و  $A_1 A_2 \dots A_{20} = 0$  در این صورت

حداکثر مقدار  $\sum_{i=1}^{20} \text{rank}(A_i)$  برابر چیست؟

(۱) ۵۰

(۲) ۱۰۰

(۳) ۱۹۰

(۴) ۱۹۹



۱۳- اگر  $x$  ماتریسی  $n \times 1$  روی میدان  $F$  باشد آنگاه  $\det(I_n + xx^t)$  برابر است با:

(۱)  $1 + x^t x$

(۲)  $1 - x^t x$

(۳)  $(1 + x^t x)^2$

(۴)  $(1 - x^t x)^2$

۱۴- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $2 \times 2$  است به طوری که  $\text{tr}(A) = \frac{1}{2} \det(A)$  در این صورت کدام یک از مقادیر زیر

نمی تواند مقدار ویژه  $A$  باشد.

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) -۱

(۴)  $\frac{1}{2}$

۱۵- خطای  $1 + 2x$  به عنوان تقریبی برای تابع  $f(x) = \ln(1+x) + e^x$  در نزدیکی صفر متناسب است با ...

(۱)  $x$

(۲)  $x^2$

(۳)  $x^3$

(۴)  $x^4$

۱۶- تعداد ریشه های منفی معادله  $\frac{-e^{x^3}}{x} = \ln \frac{1}{3}$  کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۱۷- نرخ همگرایی مجانبی روش نیوتن برای پیدا کردن ریشه های  $g(x) = x^4 - 2x^2 = 0$  در صورتی که به ریشه همگرا شود، ... است.

(۱) برای همه ی ریشه ها، خطی

(۲) برای همه ریشه ها، از مرتبه دو

(۳) برای ریشه برابر با صفر، از مرتبه دو و برای ریشه های ناصفر، خطی

(۴) برای ریشه برابر با صفر، خطی و برای ریشه های ناصفر، از مرتبه دو

۱۸- برای یافتن ریشه‌ی معادله‌ی  $\int_0^1 e^{xt} dt = 2$ ، تابع تکراری روش نیوتن کدام است؟

$$(1) \frac{(x-1)e^x + 1}{e^x - 2}$$

$$(2) \frac{(x-2)e^x - 1}{e^x + 2}$$

$$(3) \frac{(x-2)e^x - 1}{e^x - 2}$$

$$(4) \frac{(x-1)e^x + 1}{e^x + 2}$$

۱۹- فرض کنید  $P_1(x) = \sin x$  و  $P_2(x) = \cos x$ . درونیابی داده‌های  $(\frac{\pi}{3}, 1)$  و  $(0, -1)$  با

$$P(x) = a_1 P_1(x) + a_2 P_2(x)$$
 مدنظر است. در این صورت، ...

$$(1) a_1 = a_2 = 1$$

$$(2) a_1 = 1, a_2 = -1$$

$$(3) a_1 = a_2 = -1$$

$$(4) a_1 = 1, a_2 = -1$$

۲۰- داده‌ی  $(i, i^2 - i^2 - i)$ ،  $i = 0, 1, 2, 3$ ، را در نظر بگیرید. چند جمله‌ای درونیابی  $P(x)$  به این داده‌ها برابر

است با ...

$$(1) -x^2$$

$$(2) -x$$

$$(3) x^2$$

$$(4) x^2 - x^2 - x$$

۲۱- مقادیر  $t_i$  و  $a_i$  ( $i = 1, 2$ ) چقدر باشند تا روش انتگرال گیری  $\int_0^1 f(t) dt \approx a_1 f(t_1) + a_2 f(t_2)$  برای

هر چند جمله‌ای از درجه حداکثر ۳ دقیق باشد؟

$$(1) a_1 = a_2 = \frac{1}{2}, t_1 = \frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1), t_2 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1)$$

$$(2) a_1 = a_2 = \frac{1}{2}, t_1 = \frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{3}} + 1), t_2 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{\sqrt{3}} + 1)$$

$$(3) a_1 = a_2 = \frac{1}{2}, t_1 = 1, t_2 = 0$$

$$(4) a_1 = a_2 = 1, t_1 = \frac{1}{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + 1), t_2 = \frac{1}{2}(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1)$$

۲۲- فرض کنید درون یاب گویای  $r(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$  برای داده‌های جدول زیر به کمک تفاضلات معکوس به دست

$x_i$	۱	۲	۳	۴
$f_i$	۱	-۱	۲	-۲

آید. در این صورت،  $p(x)$  کدام است؟

(۱)  $-11x^2 + 35x + 56$

(۲)  $-11x^2 + 53x - 56$

(۳)  $11x^2 - 35x + 56$

(۴)  $11x^2 - 53x - 56$

۲۳- روش تکراری نقطه ثابت  $x_{n+1} = \phi(x_n)$ ،  $n = 0, 1, 2, \dots$  را با تابع تکرار  $\phi(x) = Ax + Bx^2 + Cx^3$  در

نظر بگیرید. برای عدد مثبت  $\alpha$ ، ثابت‌های  $A$ ،  $B$  و  $C$  را طوری تعیین می‌کنیم که مرتبه‌ی همگرایی  $\{x_n\}$

به  $\frac{1}{\alpha}$  حداقل ۳ باشد. در این صورت، ثابت‌های  $A$  و  $B$  کدام هستند؟

(۱)  $A = 3, B = -3\alpha$

(۲)  $A = 3\alpha, B = -3$

(۳)  $A = 3\alpha, B = 3$

(۴)  $A = -3, B = 3\alpha$

۲۴- فرض کنید  $f(x) = \sin x$  و  $p(x)$  و  $q(x)$  دو چند جمله‌ای درجه‌ی ۲ باشند که برای  $k = 0, 1, 2$  در

$p(\frac{k}{4}) = q(\frac{k}{4}) = f(\frac{k}{4})$  صدق می‌کنند. یک کران بالای مناسب و مستقل از  $x$  برای  $|p(x) - q(x)|$ ، که

روی بازه‌ی  $[0, 1]$  برقرار باشد، کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{27}$

(۲)  $\frac{\sqrt{2}}{36}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{54}$

(۴)  $\frac{\sqrt{3}}{108}$

۲۵- فرض کنید درجه‌ی دقت فرمول انتگرال‌گیری زیر برابر با ۳ است. در این صورت، نقاط  $x_0$  و  $x_1$ ، جواب کدام

$$\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}} dx \approx A_0 f(x_0) + A_1 f(x_1) \text{؟ معادله‌ی درجه دوم هستند؟}$$

$$x^2 + \frac{7}{6}x - \frac{3}{35} = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + \frac{6}{7}x - \frac{3}{35} = 0 \quad (2)$$

$$x^2 - \frac{6}{7}x + \frac{3}{35} = 0 \quad (3)$$

$$x^2 - \frac{7}{6}x - \frac{3}{35} = 0 \quad (4)$$

۲۶- فرض کنید فرمول انتگرال‌گیری عددی زیر برای چندجمله‌ای‌های درجه اول دقیق است:

$$\int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx = \frac{4}{5} \int_0^1 f(x) dx - \frac{2}{15} f(0) + E(f)$$

اگر  $f \in C^2[0, 1]$ ، با استفاده از فرمول خطای هسته‌ی پتانو،  $E(f)$  کدام است؟ (فرض کنید  $\xi \in (0, 1)$ ).

$$\frac{1}{116} f''(\xi) \quad (1)$$

$$\frac{1}{112} f''(\xi) \quad (2)$$

$$\frac{1}{105} f''(\xi) \quad (3)$$

$$\frac{1}{96} f''(\xi) \quad (4)$$

۲۷- برای محاسبه ضرایب تابع درون‌یاب مثلثاتی به تعداد  $N = 2^n$  نقطه داده شده با استفاده از تبدیلات سریع فوریه، مرتبه‌ی محاسبات اصلی مورد نیاز برابر است با ...

$$nN \quad (1)$$

$$n^2 \quad (2)$$

$$N^2 \quad (3)$$

$$n \log n \quad (4)$$

۲۸- برای تعیین اسپلاین درون‌یاب درجه  $k$  برای یک تابع در  $(n+1)$  نقطه‌ی  $x_0$  تا  $x_n$  چند درجه آزادی وجود دارد؟

$$2 \quad (1)$$

$$k+1 \quad (2)$$

$$k \quad (3)$$

$$k-1 \quad (4)$$



۲۹- کدام گزینه برای هر مجموعه اندازه پذیر  $E \subseteq [0, 1]$  درست است؟ ( $m$  اندازه لبگ است و  $E^\circ$  و  $\bar{E}$  به ترتیب درون و بستار  $E$  هستند.)

(۱) اگر  $m(E) > 0$  آنگاه  $(\bar{E})^\circ \neq \emptyset$ .

(۲) اگر  $m(E) = 1$  آنگاه  $\bar{E} = [0, 1]$ .

(۳) اگر  $m(E) = 1$  آنگاه  $E^\circ \neq \emptyset$ .

(۴) اگر  $m(E) = 0$  آنگاه  $E$  نقطه حدی ندارد.

۳۰- اگر  $\mu$  اندازه مثبت روی  $\sigma$ -جبر  $M$  باشد، کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر  $\{A_n\}$  دنباله‌ای از مجموعه‌های اندازه پذیر باشد و  $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه  $\mu(A) \leq \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$ .

(۲) اگر  $\{A_n\}$  دنباله‌ای از مجموعه‌های اندازه پذیر دو بدو مجزا باشد و  $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه  $\mu(A) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu(A_n)$ .

(۳) اگر  $\{A_n\}$  دنباله‌ای تودرتو و صعودی از مجموعه‌های اندازه پذیر باشد و  $A = \bigcup_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu(A_n) = \mu(A)$$

(۴) اگر  $\{A_n\}$  دنباله‌ای تودرتو و نزولی از مجموعه‌های اندازه پذیر باشد و  $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$ ، آنگاه

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mu(A_n) = \mu(A)$$

۳۱- فرض کنیم  $n$  عددی طبیعی،  $X = \{1, 2, \dots, n\}$ ،  $\mu$  اندازه شمارشی روی مجموعه توان  $P(X)$  و اندازه  $\nu$

روی  $P(X)$  به صورت  $\nu(E) = \begin{cases} 1 & n \in E \\ 0 & n \notin E \end{cases}$  ( $E \subseteq X$ ) تعریف شده باشد، اگر تابع  $f: X \rightarrow \mathbb{R}$  با

ضابطه  $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$  تعریف شود، مقدار انتگرال  $\int_X f d(\mu + \nu)$  کدام است؟

$$\frac{n^2 + 1}{n(n+1)} \quad (1)$$

$$\frac{n}{n+1} \quad (2)$$

$$\frac{1}{n(n+1)} \quad (3)$$

(۴) صفر

۳۲- فرض کنیم  $(X, \Sigma, \mu)$  یک فضای اندازه متناهی،  $\{f_n\}$  و  $\{g_n\}$  دنباله‌هایی از توابع اندازه‌پذیر  $f$  و  $g$  توابعی اندازه‌پذیر بر  $X$  باشند. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر  $f_n \rightarrow f$  در اندازه و  $g_n \rightarrow g$  در اندازه آنگاه  $\max\{f_n, g_n\} \rightarrow \max\{f, g\}$  در اندازه.

(۲) اگر  $f_n \rightarrow f$  در اندازه و  $g_n \rightarrow g$  در اندازه آنگاه  $f_n g_n \rightarrow f g$  در اندازه.

(۳) اگر  $f_n \rightarrow f$  در اندازه هر زیر دنباله از  $\{f_n\}$  تقریباً همه‌جا به  $f$  میل می‌کند.

(۴) اگر  $f_n \rightarrow f$  تقریباً همه‌جا آنگاه  $f_n \rightarrow f$  در اندازه.

۳۳- اگر  $\{f_n\}$  دنباله‌ای از توابع انتگرال‌پذیر لبگ روی  $[0, 1]$  و  $f$  تابعی انتگرال‌پذیر لبگ روی  $[0, 1]$  باشد، کدام گزینه درست است؟ ( $m$  اندازه لبگ است).

(۱) اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$  آنگاه برای هر  $n \in \mathbb{N}$  تقریباً همه‌جا کراندار است.

(۲) اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f|^2 dm = 0$  آنگاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$ .

(۳) اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$  آنگاه  $f_n \rightarrow f$  تقریباً همه‌جا.

(۴) اگر  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f| dm = 0$  آنگاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 |f_n - f|^2 dm = 0$ .

۳۴- فرض کنیم  $X$  و  $Y$  فضاهای باناخ و  $T: X \rightarrow Y$  عملگری خطی و کراندار با برد چگال در  $Y$  باشد به طوری که برای هر  $x \in X$  که  $\|x\|=1$ ،  $\|Tx\| \geq 1$ . کدام گزینه درست است؟

(۱)  $T$  پوشا است ولی یک‌به‌یک نیست.

(۲)  $T$  یک‌به‌یک است ولی پوشا نیست.

(۳)  $T$  دوسویی است و  $\|T^{-1}\| \geq 1$ .

(۴)  $T$  دوسویی است و  $\|T^{-1}\| \leq 1$ .

۳۵- فرض کنیم  $H$  یک فضای هیلبرت و  $M$  و  $N$  زیر فضاهای  $H$  باشند. در این صورت مجموعه  $(M \cap N)^\perp$ :

(۱) برابر بستار  $M^\perp + N^\perp$  است، هرگاه  $M$  و  $N$  بسته باشند.

(۲) همواره مشمول در  $M^\perp + N^\perp$  است.

(۳) همواره برابر بستار  $M^\perp + N^\perp$  است.

(۴) همواره برابر  $M^\perp + N^\perp$  است.

۳۶- فرض کنید  $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax = b, x \geq 0\}$  که  $A$ ،  $m \times n$  و  $m = n - 1$  رتبه  $(A)$ ، تعداد نقاط رأسی  $S$ ،

.....

- (۱) دقیقاً یک است.
- (۲) دقیقاً دو است.
- (۳) یک یا دو است.
- (۴) صفر، یک یا دو است.

۳۷- فرض کنید  $S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b\}$  و

$$\exists x^0 \in S, \exists c \in \mathbb{R}^n : c^T x^0 < c^T x, \forall x \in S, x \neq x^0.$$

در این صورت، رتبه ماتریس  $A$ ، کدام است؟

- (۱) برابر با یک.
- (۲) مساوی  $n$ .
- (۳) بزرگتر از  $n$ .
- (۴) کمتر از  $n$ .

۳۸- جدول زیر یک جدول سیمپلکس است که با قاعده الفبایی برای ممانعت از دور بدست آمده است. گزینه

صحیح در مورد  $\alpha_3$  کدام است؟

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	RHS
			$\alpha_1$	$\alpha_2$	۰	۰
			۰	$\alpha_3$	۰	۰
			۴	۱	۱	۰

- (۱) صفر است
- (۲) منفی است
- (۳) مثبت است
- (۴) برابر با یک است

۳۹- جدول زیر متناظر با یکی از تکرارهای الگوریتم سیمپلکس با متغیرهای کران دار برای حل مساله زیر است، که در آن  $x_1$  و  $x_5$  هر دو در کران پایین و  $x_2$  در کران بالا مقدار دارند. مقدار تابع هدف پس از محورگیری برابر با کدام گزینه است؟

$$\min c^T x$$

s.t.

$$Ax = b$$

$$0 \leq x_1 \leq 4$$

$$0 \leq x_2 \leq 6$$

$$1 \leq x_3 \leq 4$$

$$1 \leq x_4 \leq 20$$

$$x_5 \geq 0$$

	z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS
z	1	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	0	0	$\frac{1}{2}$	-13
$x_4$	0	3	2	1	0	1	2
$x_3$	0	-1	-1	0	1	-1	2

$$(1) -16$$

$$(2) -\frac{31}{2}$$

$$(3) -14$$

$$(4) -\frac{27}{2}$$

۴۰- در یک تکرار از روش  $-M$  بزرگ داریم:

$$x_B = (x_1, R_1, R_2)$$

که  $R_i$ ، متغیر مصنوعی متناظر با محدودیت  $i$ ام است. فرض کنید  $x_k$  متغیر غیر پایه‌ای وارد شونده است و  $y_k$  ستون زیر  $x_k$  در جدول روش  $-M$  بزرگ است. آنگاه  $y_{2k} + y_{3k}$  همواره ... است.

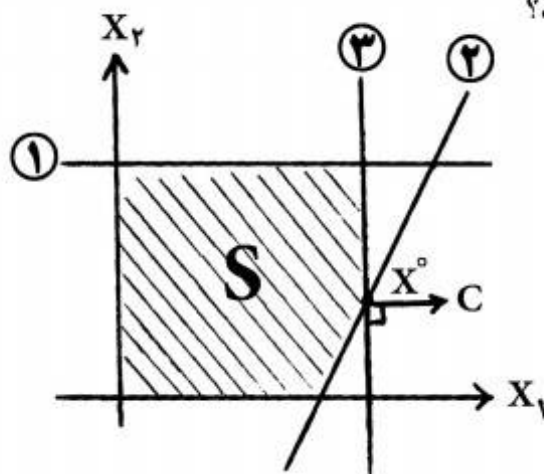
(۱) نامنفی

(۲) نامثبت

(۳) منفی

(۴) مثبت

۴۱- مجموعه  $S$  در شکل زیر ناحیه شدنی یک مساله برنامه‌ریزی خطی کمینه سازی (می‌نیمم سازی) است. عدد نوشته شده در کنار هر قید، شماره آن را نشان می‌دهد.  $s_i$  را متغیر کمکی متناظر با قید  $i$ ام بگیرید و فرض کنید متغیرهای  $s_2$  و  $s_3$  در نقطه رأسی  $x^0$  غیر پایه‌ای هستند. مقدار  $z - c_j$  برای متغیرهای  $s_2$  و  $s_3$ ، در سطر مربوط به تابع هدف جدول متناظر با  $x^0$  به ترتیب کدامند؟



(۱) مثبت و مثبت

(۲) مثبت و منفی

(۳) صفر و منفی

(۴) صفر و مثبت



۴۲- مساله (P) را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min Z &= c^T x + \alpha \sum_{i=1}^m y_i \\ \text{s.t.} \quad Ax + y &= b \\ x &\geq 0 \\ y &\geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

اگر به ازای یک  $\alpha > 0$  ، مساله (P) نامتناهی باشد، آن گاه در مورد مساله زیر

$$\begin{aligned} \min \bar{Z} &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

گزینه درست کدام است؟

- (۱) نامتناهی (بی کران) است.
- (۲) ناشدنی است.
- (۳) می تواند نامتناهی (بی کران) باشد یا ناشدنی باشد یا جواب بهینه داشته باشد.
- (۴) یا ناشدنی است یا نامتناهی .

۴۳- مساله های (P) و ( $\bar{P}$ ) را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \min Z &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad Ax &= b \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (P)$$

$$\begin{aligned} \min \bar{Z} &= c^T x \\ \text{s.t.} \quad Ax &= \bar{b} \\ x &\geq 0 \end{aligned} \quad (\bar{P})$$

اگر مساله (P) جواب بهینه داشته باشد، آن گاه دوگان مساله ( $\bar{P}$ ) ....

- (۱) می تواند نامتناهی (بی کران) باشد
- (۲) می تواند ناشدنی باشد
- (۳) جواب بهینه دارد
- (۴) نامتناهی (بی کران) است

۴۴- فرض کنید  $\bar{x}$  یک جواب برای دستگاه (P) به صورت

$$Ax = b$$

$$x \geq 0 \quad (P)$$

و  $\bar{d} \neq 0$  یک جواب بهینه برای مساله به صورت زیر باشد.

$$\text{Max } \|d\|_2$$

$$\text{s.t. } Ad = 0$$

$$d \leq 0$$

گزینه صحیح کدام است؟

(۱)  $\bar{x} + \alpha \bar{d}$  ، به ازای هر  $\alpha \leq 0$  ، جواب دستگاه (P) است.

(۲)  $\bar{x} + \alpha \bar{d}$  ، به ازای هر  $\alpha \geq 0$  ، جواب دستگاه (P) است.

(۳)  $\bar{x} + \alpha \bar{d}$  ، به ازای هر  $\alpha \in \mathbb{R}$  ، جواب دستگاه (P) است.

(۴)  $\bar{x} + \alpha \bar{d}$  ، به ازای هر  $\alpha \neq 0$  ، جواب دستگاه (P) است.

۴۵- اگر  $y \leq 0$  موجود باشد به طوری که  $A^T y = 0$  و  $y^T b < 0$  ، آنگاه دستگاه ... است.

(۲)  $Ax \geq b$  ناشدنی

(۱)  $Ax = b$  شدنی

(۴)  $Ax = b$  ،  $x \geq 0$  شدنی

(۳)  $Ax \geq b$  ،  $x \geq 0$  شدنی



