

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری



244F

244

F

نام:

نام خانوادگی:

محل امضا:

صبح جمعه
۹۳/۱۲/۱۵
دفترچه شماره ۱ از ۲



اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)
جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه مرکز) داخل - سال ۱۳۹۴

مهندسی برق - مخابرات (میدان) (کد ۲۳۰۲)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (الکترومغناطیس - ریاضیات مهندسی پیشرفته، الکترومغناطیس پیشرفته)	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

اسفند ماه - سال ۱۳۹۳

حق جا به تکریر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان عجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

-۱ کره‌ای رسانا به شعاع a در فضای خالی دارای ظرفیتی برابر با C_1 می‌باشد. بر روی این کره لایه عایقی به ضخامت d با گذردهی نسبی ϵ_r پوشانده می‌شود؛ به‌طوری‌که ظرفیت جدید $2C_1\epsilon_r$ شود. مقدار ϵ_r ، کدام است؟

$$\frac{2d}{d-a} \quad (1)$$

$$\frac{2d}{a-d} \quad (2)$$

$$\frac{2a}{d-a} \quad (3)$$

$$\frac{2a}{a-d} \quad (4)$$

-۲ یک بار نقطه‌ای به فاصله d از مرکز یک کره رسانای ایده‌آل زمین شده به شعاع a قرار دارد. اگر $d <> a$ باشد، با دو برابر شدن فاصله بار از مرکز کره، نیروی جاذبه بین بار و کره چند برابر می‌شود؟

$$\frac{1}{16} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} \quad (4)$$

-۳ میدان الکتریکی اولیه $(\vec{E}_1(x,y,z))$ در فضا وجود دارد. کره‌ای رسانا به شعاع a درون این میدان قرار می‌دهیم به نحوی که مرکز کره بر روی مبدأ مختصات قرار گیرد. روی سطح کره میدان $\vec{E}_s = A \cos \phi \hat{a}_R$ ایجاد می‌گردد. میدان الکتریکی اولیه $(\vec{E}_1(x,y,z))$ در مبدأ مختصات، کدام است؟ (ϕ زاویه با محور x و \hat{a}_R جهت شعاع در مختصات کروی هستند).

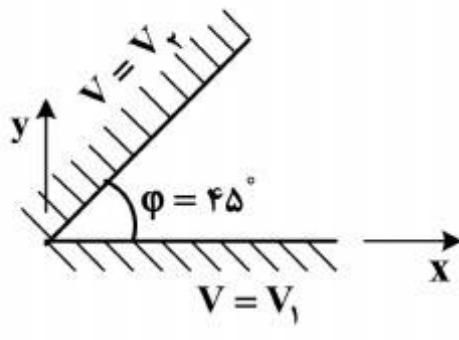
$$-\frac{A}{4}\pi \hat{a}_y \quad (1)$$

$$-\frac{A}{8}\pi \hat{a}_x \quad (2)$$

$$\frac{A}{8}\pi \hat{a}_x \quad (3)$$

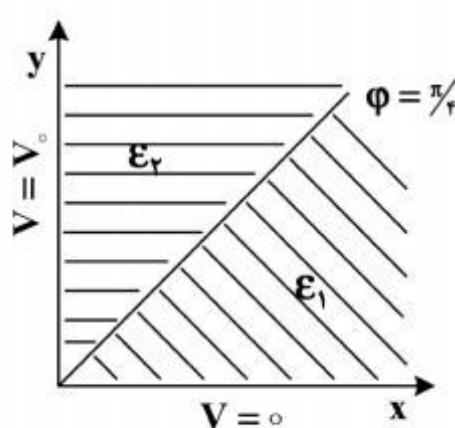
$$\frac{A}{4}\pi \hat{a}_y \quad (4)$$

-۴ دو صفحه رسانای نیمه بی‌نهایت مطابق شکل زیر قرار دارند. یکی از صفحات بر محور x منطبق و به پتانسیل V_1 وصل شده است و صفحه دیگر با محور x زاویه 45° می‌سازد و به پتانسیل V_2 وصل است. اندازه میدان الکتریکی در نقطه $(3, 1, 3)$ چند برابر اندازه میدان در نقطه $(4, 2, 0)$ است؟ (نقاط در مختصات دکارتی بیان شده‌اند.)



$$\begin{aligned} & (1) \frac{1}{\sqrt{2}} \\ & (2) \sqrt{\frac{19}{20}} \\ & (3) \sqrt{2} \\ & (4) \sqrt{\frac{20}{19}} \end{aligned}$$

-۵ ناحیه $\phi < 0$ از عایقی با گذردهی الکتریکی ثابت ϵ_1 و ناحیه $\frac{\pi}{4} < \phi < \frac{\pi}{2}$ از عایقی با گذردهی الکتریکی ثابت $\epsilon_2 = 3\epsilon_1$ پر شده است و داریم $V(\phi = 0) = 0$. پتانسیل الکتریکی V بین دو صفحه، کدام است؟



$$V = V_0 \sin \phi, \quad 0 < \phi < \frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$V = \frac{2\phi}{\pi} V_0, \quad 0 < \phi < \frac{\pi}{2} \quad (2)$$

$$V = \begin{cases} \frac{2\phi}{\pi} V_0, & 0 < \phi < \frac{\pi}{4} \\ \left(\frac{\phi}{\pi} + \frac{1}{2}\right) V_0, & \frac{\pi}{4} < \phi < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$V = \begin{cases} V_0 \left(\sin \phi + \frac{\phi}{\pi}\right), & 0 < \phi < \frac{\pi}{4} \\ V_0 \left(\frac{\phi}{\pi} + \cos \phi\right), & \frac{\pi}{4} < \phi < \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (4)$$

-۶ بار Q_0 به طور یکنواخت در لحظه $t = 0$ در حجم کره رسانایی به شعاع a و رسانایی ویژه σ_0 توزیع شده است. بار سطحی موجود در سطح کره پس از گذشت زمان $t = \frac{e^{\sigma_0}}{\sigma_0}$ کدام است؟

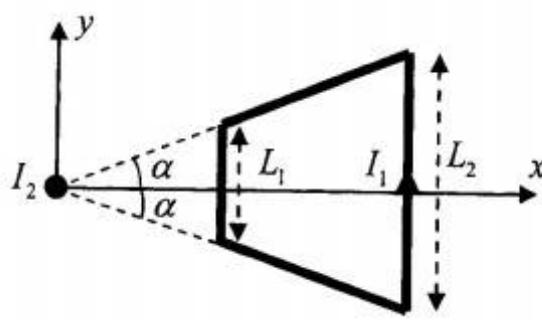
$$Q_0 \frac{e^{-1}}{e} \quad (1)$$

$$Q_0 \frac{e}{e+1} \quad (2)$$

$$Q_0 \frac{e-1}{e+1} \quad (3)$$

$$Q_0 \frac{1}{e} \quad (4)$$

- ۷ حلقة جريانی به شکل ذوزنقه مطابق شکل زیر، به صورت متقارن حول محور x با جريان I_1 در صفحه xy قرار دارد. اگر يك سيم جريان با طول بى نهايت منطبق بر محور z با جريان I_2 قرار داشته باشد، گشتاور وارد بر حلقة ذوزنقه‌ای شکل، کدام است؟



$$-\frac{\mu_0 I_1 I_2 \alpha}{2\pi} (L_2 - L_1) \cot \alpha \hat{a}_y \quad (1)$$

$$-\frac{\mu_0 I_1 I_2 \alpha}{\pi} (L_2 - L_1) \cot \alpha \hat{a}_y \quad (2)$$

$$-\frac{\mu_0 I_1 I_2 \alpha}{\pi} (L_2 - L_1) \cot \alpha \hat{a}_x \quad (3)$$

$$-\frac{\mu_0 I_1 I_2 \alpha}{2\pi} (L_2 - L_1) \cot \alpha \hat{a}_x \quad (4)$$

- ۸ يك سيم بسيار بلند حامل جريان I_1 روی محور z و يك حلقة دايروي به شعاع a با جريان I_2 روی صفحه xy و به مرکز $(d, 0^\circ)$ قرار دارند. مؤلفه نيريوي وارد بر سيم بلند در راستاي محور x ناشي از حلقة برای وقتی که $a > d$ ، کدام است؟

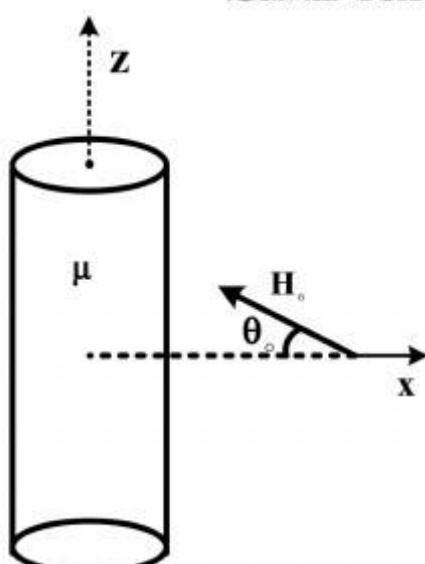
(۱) صفر

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2} \left(\frac{a}{d}\right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2} \frac{a^2}{d} \quad (3)$$

$$\frac{\mu_0 I_1 I_2}{4} \left(\frac{a}{d}\right)^2 \quad (4)$$

- ۹ ميدان اوليه يکنواخت \bar{H} مطابق شکل زير در کل فضا وجود دارد. مؤلفه z ميدان مغناطيسي (\bar{B}) در داخل استوانه نامحدود با نفوذپذيری μ کدام است؟ ميدان اوليه \bar{H} موازي با صفحه xz است.



$$\mu H_0 \sin \theta + (1 + r \cos \phi) \quad (1)$$

$$\mu H_0 \sin \theta (1 + r \sin \phi) \quad (2)$$

$$\mu_0 H_0 \sin \theta \quad (3)$$

$$\mu H_0 \sin \theta \quad (4)$$

- ۱۰- یک آهنربای استوانه‌ای به ارتفاع L و شعاع a ($L \gg 2a$) به صورت $\vec{M} = M_0 \hat{a}_z$ مغناطیسی شده است. به دور این آهنربا N دور سیم به طور فشرده پیچیده شده است. جریان عبوری از این سیم‌پیچ (در جهت مناسب) چقدر باشد تا میدان مغناطیسی در تمام نقاط فضا تقریباً صفر گردد؟

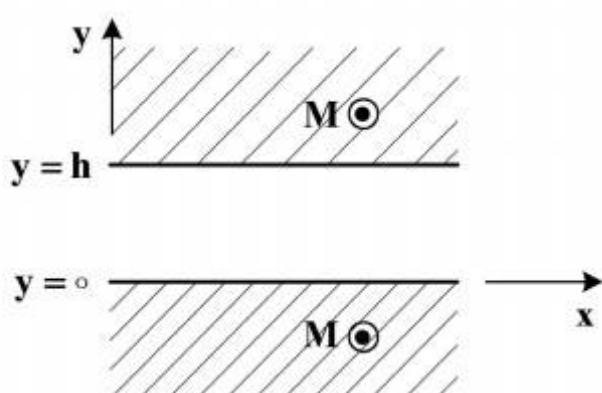
$$I = \frac{LM_0}{N^2} \quad (1)$$

$$I = \frac{LM_0}{N} \quad (2)$$

$$I = \frac{aM_0}{N^2} \quad (3)$$

$$I = \frac{aM_0}{N} \quad (4)$$

- ۱۱- ناحیه $y < 0$ و $y > h$ در فضا از یک ماده مغناطیسی با مغناطیسی شدگی $\vec{M} = M_0 \hat{a}_z$ پوشیده است. شدت میدان مغناطیسی \vec{H} در ناحیه $y < 0$ ، کدام است؟



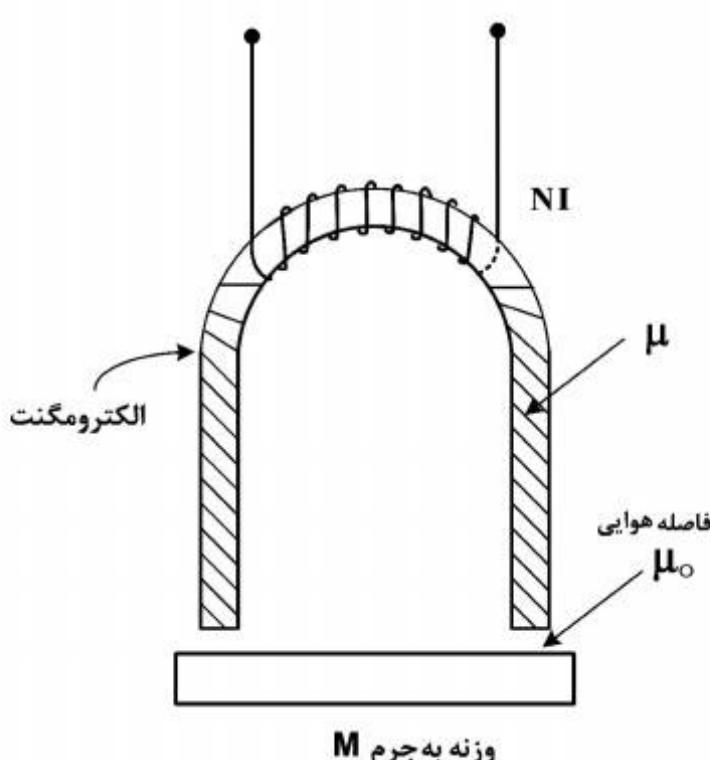
(۱) صفر

(۲) $-M_0 \hat{a}_z$

(۳) $M_0 \hat{a}_z$

(۴) $-2M_0 \hat{a}_z$

- ۱۲- تعداد دور سیم لازم جهت بلند کردن وزنهای با جرم M در شکل زیر، کدام است؟
(مجموع رلوکتانس‌های فاصله هوازی S ، رلوکتانس الکترومگنت $= R_i$ ، R_a ، سطح مقطع فاصله هوازی $=$



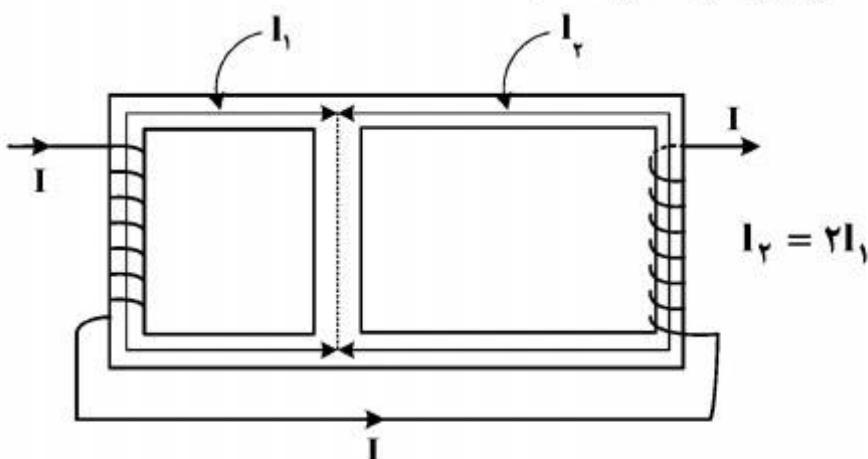
$$\frac{R_i + R_a}{I} \sqrt{\mu_0 MgS} \quad (1)$$

$$\frac{R_i + R_a}{I} \sqrt{\gamma \mu_0 MgS} \quad (2)$$

$$\frac{R_a + R_i}{I} \sqrt{\frac{\mu_0 Mg}{S}} \quad (3)$$

$$\frac{R_a + R_i}{I} \sqrt{\frac{\gamma \mu_0 Mg}{S}} \quad (4)$$

- ۱۳- در مدار مغناطیسی شکل زیر $\frac{N_1}{N_2}$ چقدر باشد تا از بازوی وسط شاری عبور نکند؟ (طول بازوی راست دو برابر طول بازوی چپ می‌باشد. و سطح مقطع بازوها یکسان است).



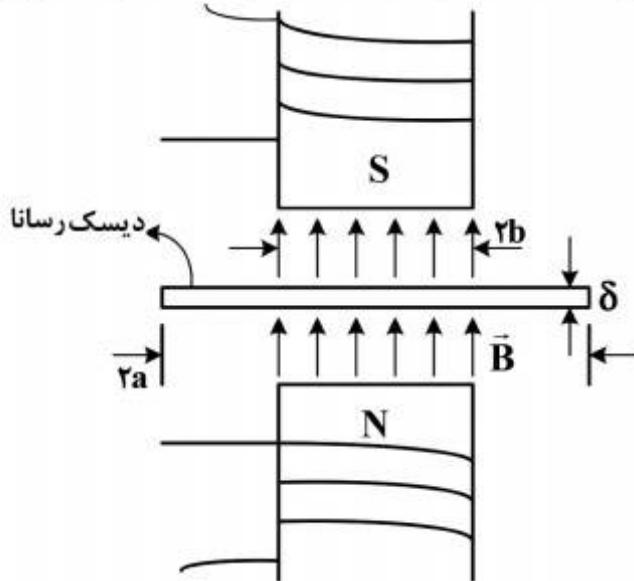
$$\frac{2}{3} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

- ۱۴- یک دیسک نازک رسانا به شعاع a و ضخامت δ عمود بر میدان مغناطیسی $\vec{B} = B_0(t)\hat{a}_z$ بین دو قطب یک آهنربای الکتریکی قرار گرفته است. میدان مغناطیسی در ناحیه $r > b < a$ برابر صفر ($b < r < a$) و در فاصله $b \leq r \leq a$ متوسط توان تلف شده در دیسک، کدام است؟ (رسانایی ویژه دیسک برابر σ می‌باشد).



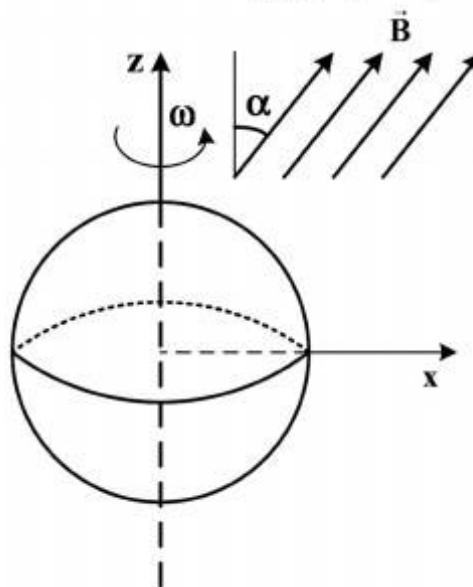
$$\frac{\pi}{8} \delta \sigma b^4 \omega^2 \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{16} \delta \sigma b^4 \omega^2 \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{16} \delta \sigma b^4 \omega^2 (1 + 2 \ln \frac{a}{b}) \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{16} \delta \sigma b^4 \omega^2 (1 + 4 \ln \frac{a}{b}) \quad (4)$$

- ۱۵- یک کره رسانا به شعاع a و به مرکز مبدأ مختصات با سرعت زاویه‌ای ω (بر حسب $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$) حول محور z در جهت خلاف عقربه ساعت می‌چرخد. میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_0(\cos \alpha \hat{a}_z + \sin \alpha \hat{a}_x)$ در فضا برقرار است. اگر یک ذره کوچک حامل بار $C\mu$ را به آرامی از قطب شمال کره در امتداد نصف‌النهاری که در صفحه xoz قرار دارد به قطب جنوب کره منتقل کنیم، کار انجام شده چند میکروژول است؟



$$\pi a^2 \omega B \sin \alpha \quad (1)$$

$$\frac{\pi a^2}{2} \omega B \cos \alpha \quad (2)$$

$$\frac{\pi a^2}{2} \omega B \sin \alpha \quad (3)$$

$$\pi a^2 \omega B \cos \alpha \quad (4)$$

- ۱۶- اپراتور خطی تعریف شده به وسیله $L(u) = \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \gamma^2 u$ را در نظر می‌گیریم، که در آن γ ثابت مشبّتی است. گزینه درست در مورد آن کدام است؟

$$(1) J \text{ یک جواب کلاسیک معادله } L(u) = 0 \text{ در ربع اول است اگر و تنها اگر } \alpha^2 = 2\gamma^2$$

$$(2) J \text{ یک جواب کلاسیک معادله } L(u) = 0 \text{ در ربع اول است اگر و تنها اگر } \alpha^2 = \gamma^2$$

$$(3) J \text{ نمی‌تواند یک جواب معادله } L(u) = 0 \text{ باشد چون از جداسازی متغیرها به دست نمی‌آید.}$$

$$(4) J \text{ یک جواب کلاسیک معادله } L(u) = 0 \text{ در ربع اول است اگر و تنها اگر } \alpha^2 = 4\gamma^2$$

- ۱۷- اگر انتگرال دوگانه $\int_0^\infty \int_0^\infty e^{-xy} \sin(ax) dx dy$ را با دو روش حساب کنید، آنگاه می‌توانید

$$\text{تبديل فوريه تابع } f(x) = \frac{\sin ax}{x} \text{ را تعين کنيد. در اين صورت مقدار } a \neq 0 \text{ ثابت است. کدام است؟}$$

$$\hat{f}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i\omega x} dx$$

$$\pi \text{ و } \forall \omega \in R \quad (1)$$

$$\begin{cases} \pi & , |\omega| < a \\ \frac{\pi}{2} & , |\omega| = a \\ 0 & , |\omega| > a \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\pi}{2} & , |\omega| < a \\ 0 & , |\omega| > a \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \pi & , |\omega| < a \\ 0 & , |\omega| > a \end{cases} \quad (4)$$

- ۱۸- حاصل $\int_{-\infty}^{\infty} (t + \text{sinc}(t)) \delta'(t) dt$ (که در آن $\delta(t)$ ضربه واحد و $\text{sinc}(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t}$ می‌باشد، کدام است؟)

$$-1 \quad (1)$$

$$0 \quad (2)$$

$$1 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

- ۱۹ - توزیع $e^{at}\delta^{(n)}(t-b)$ ، برابر با کدام است؟ (a و b ثابت‌اند)

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-a)^{(n-k)} e^{at} \delta^{(k)}(t-b) \quad (1)$$

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-a)^{(n-k)} \delta^{(k)}(t-b) \quad (2)$$

$$e^{ab} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (a)^{(n-k)} \delta^{(k)}(t-b) \quad (3)$$

$$e^{ab} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-a)^{(n-k)} \delta^{(k)}(t-b) \quad (4)$$

- ۲۰ - برای یک اپراتور اشتورم - لیوویل منظم $L(u) = \frac{d}{dx}(p(x)\frac{du}{dx}) + q(x)u$ ، با شرایط مرزی جدا از هم در

نقاط انتهائی بازه،تابع گرین در کدام حالت موجود است؟

- (۱) اگر و تنها اگر صفر یک مقدار ویژه اپراتور L نباشد.
- (۲) اگر و تنها اگر صفر یک مقدار ویژه اپراتور L باشد.
- (۳) اگر و تنها اگر مقادیر ویژه ساده باشند.

(۴) همیشه

- ۲۱ - اگر اپراتور (عملگر) $L[u] = (a_p(x)D^P + \dots + a_1(x)D + a_0(x))u$ به تعداد کافی

بار مشتق‌پذیراند، آنگاه ادجونیت L^* برابر کدام است؟

$$L^*V = \sum_{m=0}^P D^m(a_m V) \quad (1)$$

$$L^*V = \sum_{m=0}^P (-1)^m D^m(a_m V) \quad (2)$$

$$L^*V = \sum_{m=0}^P (-1)^m a_m D^m V \quad (3)$$

$$L^*V = \sum_{m=0}^P a_m D^m V \quad (4)$$

-۲۲- برای تابع $u(x)$ و $(x \in (-\pi, \pi))$, جواب مسئله مقدار مرزی زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} u'' + u = \delta(x - \frac{\pi}{2}) + \delta(x + \frac{\pi}{2}) \\ u(\pi) = 0 \\ u'(\pi) = u(-\pi) \end{cases}$$

$$u = \begin{cases} 0 & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -\cos x & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases} \quad (1)$$

$$u = \begin{cases} \gamma(\sin x + \cos x) & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ +\gamma \sin x - \cos x & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ \gamma \sin(\pi - x) & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases} \quad (2)$$

$$u = \begin{cases} 0 & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ \cos x & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 0 & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases} \quad (3)$$

$$u = \begin{cases} -\gamma(\sin x + \cos x) & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -\gamma \sin x + \cos x & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ -\gamma \sin(\pi - x) & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases} \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

-۲۳ -تابع گرین $(\xi, g(x))$ ، برای مسئله مقدار مرزی زیر، کدام است؟

$$x^2 g'' - 2xg' + 2g = x^4 \delta(x - \xi) \quad ; \quad 1 < x < 2, \quad 1 < \xi < 2, \quad g(1) = g'(2) = 0$$

$$g(x, \xi) = \begin{cases} \frac{-1}{15} ((\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x)) & 1 < x < \xi \\ \frac{1}{15} ((\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x)) & \xi < x < 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$g(x, \xi) = \begin{cases} \frac{-1}{3} ((\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x)) & 1 < x < \xi \\ \frac{1}{3} ((\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x)) & \xi < x < 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$g(x, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{15} ((\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x)) & 1 < x < \xi \\ \frac{1}{15} ((\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x)) & \xi < x < 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$g(x, \xi) = \begin{cases} \frac{1}{3} ((\xi^2 - 4\xi)(x^2 - x)) & 1 < x < \xi \\ \frac{1}{3} ((\xi^2 - \xi)(x^2 - 4x)) & \xi < x < 2 \end{cases} \quad (4)$$

-۲۴ - مقادیر ویژه λ معادله دیفرانسیل زیر:

$$y'' - 2\delta(x)y + \lambda y = 0, \quad y'(\pm\pi) = 0$$

در کدام معادله صدق می‌کنند؟

$$\tan(\sqrt{\lambda}\pi) = \sqrt{\lambda} \quad (1)$$

$$\sqrt{\lambda} \tan(\sqrt{\lambda}\pi) = 1 \quad (2)$$

$$\sqrt{\lambda} \tan(\sqrt{\lambda}\pi) = \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$\tan(\sqrt{\lambda}\pi) = 2\sqrt{\lambda} \quad (4)$$

-۲۵ - در معادله انتگرالی $y = e^{x-\frac{1}{2}} + \int_0^x e^{x-y} g(y) dy$ ، مقدار $g(2)$ ، کدام است؟

۱) صفر

۲) ۲

۳) e

۴) $e^{\frac{1}{2}}$

-۲۶ در معادله انتگرالی $f(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+t)f(t)dt$ ، مقادیر مشخصه (ویژه) λ ، کدام است؟

$$\pm \frac{1}{2\pi} \quad (1)$$

$$\pm \frac{2}{\pi} \quad (2)$$

$$\pm \frac{1}{\pi} \quad (3)$$

$$\pm \pi \quad (4)$$

-۲۷ یک تابعک (functional) با شرایط داده شده به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$I(y) = \int_0^1 (1+x)y'' dx ; \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1$$

برای این تابعک اکسٹرمم (ماکزیمم یا مینیمم)، $y(x)$ کدام است؟

$$\frac{\ln(1+x)}{\ln 2} \quad (1)$$

$$\frac{\ln x}{\ln 2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} - (1+x)^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} [1 - (1+x)^2] \quad (4)$$

-۲۸ برای حل معادله غیر همگن مشتقات جزئی به صورت زیر:

$$\alpha^\gamma \frac{\partial^\gamma \phi}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = f(x, t) \quad ; \quad t \geq 0 \quad , \quad f \text{ تابع معلوم و داده شده است.}$$

تابع گرین مربوط، $G(x, x', t, t')$ از حل کدام معادله به دست می‌آید؟

$$\alpha^\gamma \frac{\partial^\gamma G}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial G}{\partial t} = \delta(x - x')\delta(t + t') \quad (1)$$

$$\alpha^\gamma \frac{\partial^\gamma G}{\partial x^\gamma} - \frac{\partial G}{\partial t} = \delta(t - t')\delta(x - x') \quad (2)$$

$$\alpha^\gamma \frac{\partial^\gamma G}{\partial x^\gamma} + \frac{\partial G}{\partial t} = \delta(t - t')\delta(x - x') \quad (3)$$

$$\alpha^\gamma \frac{\partial^\gamma G}{\partial x^\gamma} + \frac{\partial G}{\partial t} = \delta(x - x')\delta(t + t') \quad (4)$$

-۲۹- یک جواب اساسی معادله $-\nabla^2 u + q u = f(x)$ (یک حوزه)، که در آن $q \geq 0$ ثابت، و با یک منبع مرکز پایا در نقطه $(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \xi$ ، پاسخی از معادله $-\nabla^2 u + q u = \delta(x - \xi)$ ، کدام است؟

$$\frac{e^{-q\|x-\xi\|}}{4\pi\|x-\xi\|} \quad (1)$$

$$\frac{e^{q\|x-\xi\|}}{4\pi\|x-\xi\|} \quad (2)$$

$$\frac{1+q\|x-\xi\|}{4\pi\|x-\xi\|} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{4\pi\|x-\xi\|} \quad (4)$$

-۳۰- اکسٹرمم‌های تابعک (Functional) زیر مطابق با کدام گزینه است؟

$$I = \int_0^\pi (y'^2 + z'^2 + 2yz) dx ; \quad y(0) = 1 = z(0) , \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2e^{\frac{\pi}{2}} , \quad z\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

$$y = e^x (2 \sin x + \cos x) , \quad z = e^x - e^{\frac{\pi}{2}} \sin x \quad (1)$$

$$y = 2e^{\frac{\pi}{2}} \sin x + \cos x , \quad z = \cos x \quad (2)$$

$$y = 2e^{\frac{\pi}{2}} \sin x + \cos x , \quad z = e^{-\frac{\pi}{2}} \cos x \quad (3)$$

$$y = e^x + e^{\frac{\pi}{2}} \sin x , \quad z = e^x - e^{\frac{\pi}{2}} \sin x \quad (4)$$

-۳۱- یک موج بر که دیوارهای آن از جنس رسانای کامل الکتریکی است، به طور همگن با یک عایق کم تلف پر شده است. اگر ضریب گذردهی نسبی عایق ϵ_r'' با فرض $j\epsilon_r'' < \epsilon_r'$ (باشد، آنگاه ضریب تلف عایقی این موج بر حسب λ_d (طول موج در فضای آزاد) و λ_g (طول موج در موج بر) کدام است؟

$$\frac{\pi\lambda_g}{\lambda_d} \epsilon_r'' \quad (2)$$

$$\frac{2\pi\lambda_g}{\lambda_d} \epsilon_r'' \quad (1)$$

$$\frac{2\lambda_g}{\pi\lambda_d} \epsilon_r'' \quad (4)$$

$$\frac{\pi\lambda_g}{2\lambda_d} \epsilon_r'' \quad (3)$$

- ۳۲- فرض کنید در فضای آزاد، جریان الکترومغناطیسی با چگالی حجمی \bar{J} تولیدکننده میدان الکترومغناطیسی با چگالی حجمی \bar{M} تولیدکننده میدان الکترومغناطیسی \bar{E}_M باشد. شرط لازم برای برابری این دو میدان الکترومغناطیسی ($\bar{E}_M = \bar{E}_J$) کدام است؟ (در روابط زیر (۱) فرکانس زاویه‌ای جریان‌ها است).

$$j\omega\mu_0 |\bar{J}| = \vec{\nabla} \cdot \bar{M} \quad (1)$$

$$j\omega\epsilon_0 \bar{M} = \vec{\nabla} \times \bar{J} \quad (2)$$

$$j\omega\mu_0 \bar{J} = \vec{\nabla} \times \bar{M} \quad (3)$$

$$j\omega\epsilon_0 |\bar{M}| = \vec{\nabla} \cdot \bar{J} \quad (4)$$

- ۳۳- جسمی با پارامترهای (ϵ_0, μ_0) در معرض میدان الکترومغناطیسی تابشی (\bar{E}^i, \bar{H}^i) قرار گرفته است. محیط اطراف جسم، فضای آزاد با پارامترهای (ϵ_0, μ_0) است. در مسئله معادل فرض کنید جریان الکترومغناطیسی سطحی $\bar{M}_s = \hat{n} \times \bar{E}^i$ در مرز مشترک جسم و محیط اطراف جاری باشد. بردار \hat{n} بردار عمود بر مرز مشترک جسم و محیط اطراف و به سمت خارج جسم است. گزینه درست در این مورد کدام است؟

(۱) میدان الکترومغناطیسی کل و (\bar{E}^s, \bar{H}^s) میدان الکترومغناطیسی پراکندگی است.

(۲) \bar{M}_s و \bar{J}_s منشأ ایجاد (\bar{E}, \bar{H}) در خارج و داخل جسم است.

(۳) \bar{M}_s و \bar{J}_s منشأ ایجاد (\bar{E}^s, \bar{H}^s) در داخل جسم است.

(۴) \bar{M}_s و \bar{J}_s منشأ ایجاد (\bar{E}^i, \bar{H}^i) در خارج جسم و (\bar{E}, \bar{H}) در داخل جسم است.

(۵) \bar{M}_s و \bar{J}_s منشأ ایجاد (\bar{E}^s, \bar{H}^s) در خارج جسم و (\bar{E}, \bar{H}) در خارج جسم است.

- ۳۴- یک رشته جریان مغناطیسی با طول بی‌نهایت با تغییرات هارمونیک $I_m e^{j\omega t}$ در مختصات (ρ', ϕ') در کنار یک کنج متقارن با زاویه رأس 2α و از جنس هادی مغناطیسی کامل (PMC) مطابق شکل قرار گرفته است. شکل کلی میدان در نقطه (ρ, ϕ) در نزدیکی نوک کنج کدام است؟ (می‌دانیم $k = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$)

رشته جریان
 PMC
 y
 x
 2α
 (μ_0, ϵ_0)

$$v = \frac{n\pi}{2(\pi - \alpha)} \quad \text{که } n \text{ عدد صحیح است.}$$

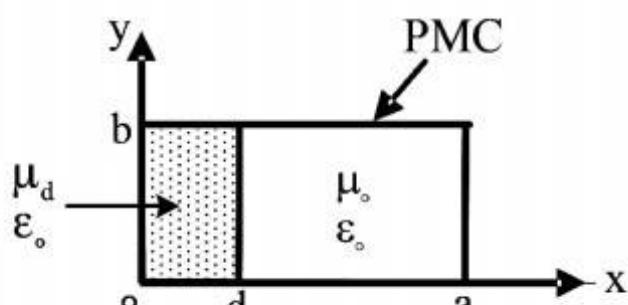
$$E_z = \sum_v a_v H_v^{(r)}(k\rho') J_v(k\rho) \cos(v(\phi' - \alpha)) \cos(v(\phi - \alpha)) \quad (1)$$

$$H_z = \sum_v a_v H_v^{(r)}(k\rho') J_v(k\rho) \sin(v(\phi' - \alpha)) \sin(v(\phi - \alpha)) \quad (2)$$

$$E_z = \sum_v a_v J_v(k\rho') H_v^{(r)}(k\rho) \cos(v(\phi' - \alpha)) \cos(v(\phi - \alpha)) \quad (3)$$

$$H_z = \sum_v a_v J_v(k\rho') H_v^{(r)}(k\rho) \sin(v(\phi' - \alpha)) \sin(v(\phi - \alpha)) \quad (4)$$

- ۳۵ - دیوارهای یک موج بر مستطیلی با ابعاد سطح مقطع $a \times b$ از هادی مغناطیسی کامل (PMC) ساخته شده است. بخشی از فضای داخلی این موج بر مطابق شکل از یک ماده مغناطیسی با پارامترهای (μ_d, ϵ_d) پر شده است. معادله مشخصه حاکم بر مودهای TE نسبت به x کدام است؟ (در روابط زیر $k_x^{(d)}$ و $k_x^{(\circ)}$ اعداد موج عرضی در عایق و در هوا هستند. انتشار موج در راستای z صورت می‌گیرد).



$$\frac{k_x^{(d)}}{\mu_d} \tan(k_x^{(d)}d) = \frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_0} \tan(k_x^{(\circ)}(d-a)) \quad (1)$$

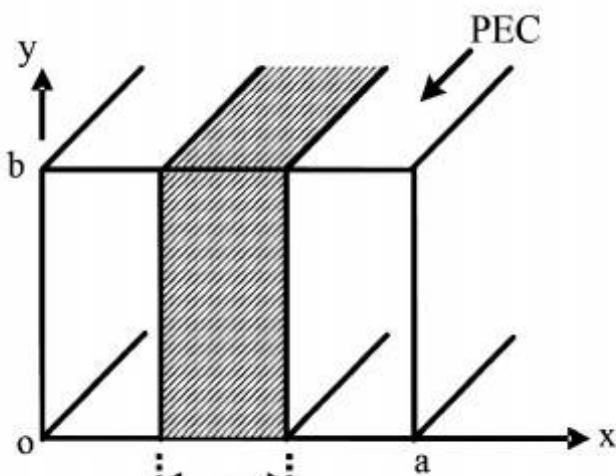
$$\frac{k_x^{(d)}}{\mu_d} \cot(k_x^{(d)}d) = \frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_0} \cot(k_x^{(\circ)}(d-a)) \quad (2)$$

$$\frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_0} \tan(k_x^{(d)}d) = \frac{k_x^{(d)}}{\mu_d} \tan(k_x^{(\circ)}(d-a)) \quad (3)$$

$$\frac{k_x^{(d)}}{\mu_d} \tanh(k_x^{(d)}d) = \frac{k_x^{(\circ)}}{\mu_0} \tanh(k_x^{(\circ)}(d-a)) \quad (4)$$

- ۳۶ - در شکل زیر یک موج بر مستطیلی با بدنۀ هادی کامل الکتریکی (PEC) نشان داده شده است. یک لایه عایق به ضخامت d و ضرایب گذردهی و نفوذپذیری ϵ_d و μ_d در وسط این موج بر قرار داده شده است به طوریکه فاصلۀ دیوارهای تیغۀ عایق از دیوارهای موج بر ($x=a$, $x=0$) یکسان می‌باشد. بقیه فضای داخل موج بر فضای آزاد است. معادله مشخصه برای مود TM_x غالب کدام است؟

$$k_y = \frac{n\pi}{b} \quad \text{و} \quad k_{x_0}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \quad , \quad k_{xd}^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_d^2 \quad , \quad k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad , \quad k_d = \omega \sqrt{\mu_d \epsilon_d}$$



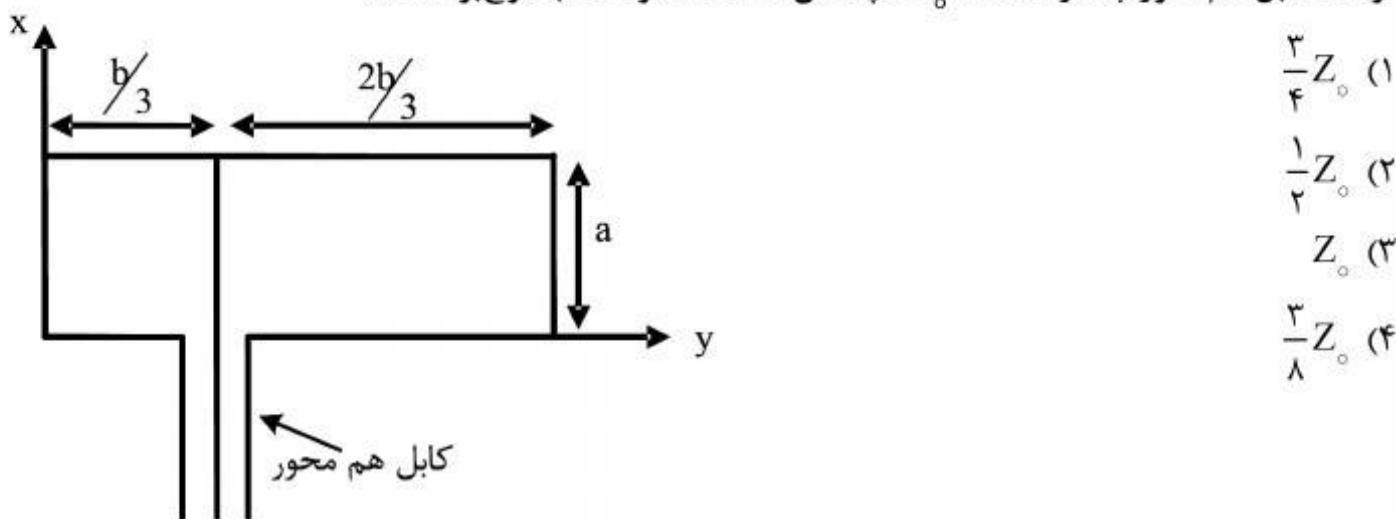
$$\frac{k_{xd}}{\epsilon_d} \tan(k_{xd} \frac{d}{2}) = - \frac{k_x}{\epsilon_0} \cot(k_x (\frac{a-d}{2})) \quad (1)$$

$$\frac{k_{xd}}{\epsilon_d} \tan(k_{xd} \frac{d}{2}) = \frac{k_x}{\epsilon_0} \cot(k_x (\frac{a-d}{2})) \quad (2)$$

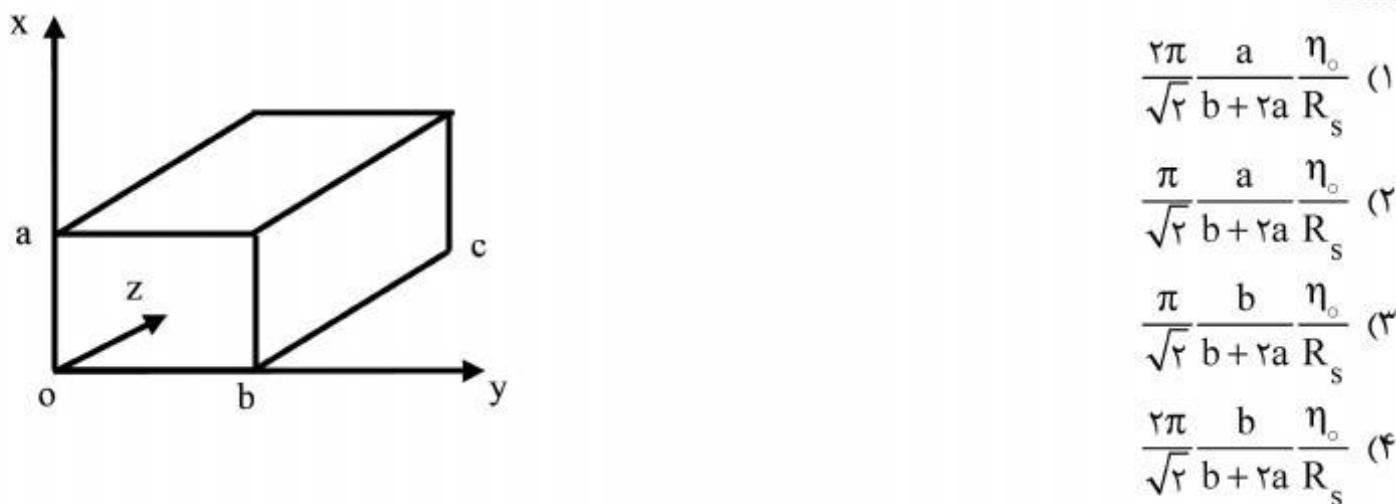
$$\frac{k_{xd}}{\epsilon_d} \cot(k_{xd} \frac{d}{2}) = \frac{k_x}{\epsilon_0} \tan(k_x (\frac{a-d}{2})) \quad (3)$$

$$\frac{k_{xd}}{\epsilon_d} \cot(k_{xd} \frac{d}{2}) = - \frac{k_x}{\epsilon_0} \tan(k_x (\frac{a-d}{2})) \quad (4)$$

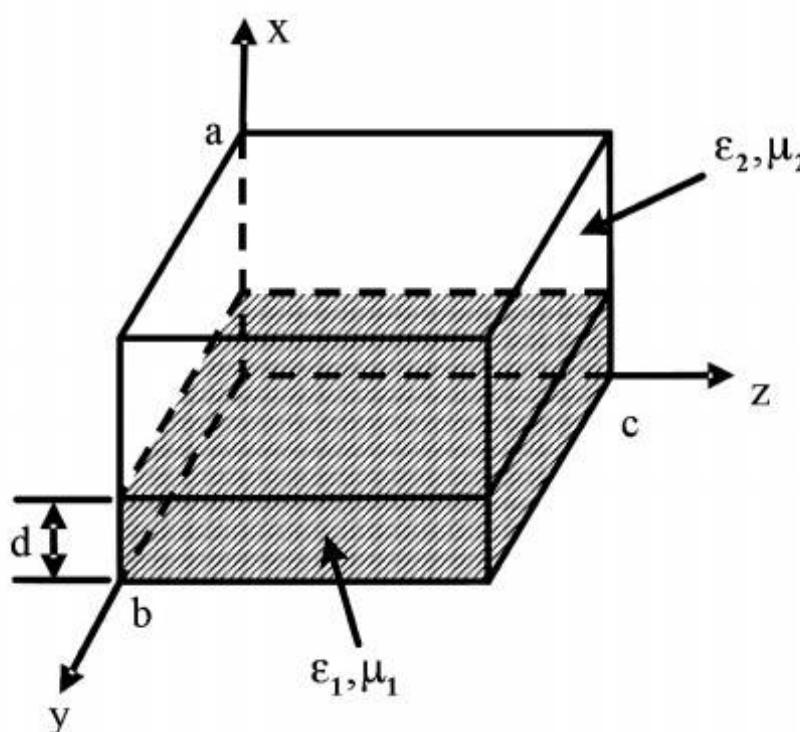
- ۳۷- یک موج بر مستطیلی با سطح مقطع $a \times b$ با فرض $b = 2a$ توسط یک پروب هم محور طبق شکل زیر در صفحه $z = 0$ تغذیه می‌شود. جریان پروب را یکنواخت و با تغییرات زمانی هارمونیک $I_0 e^{j\omega t}$ در نظر بگیرید. موج بر از دو سمت بی‌نهایت فرض می‌شود و تنها مود غالب در آن انتشار می‌یابد. مقاومت دیده شده توسط کابل هم محور چقدر است؟ (امپدانس مشخصه مود غالب موج بر است).



- ۳۸- یک تشدیدکننده مکعب مستطیل با ابعاد نشان داده شده در شکل زیر در دست است. اگر مقاومت سطحی دیوارهای موج بر را R_s فرض کنیم، آنگاه برای $a < b < c$ ، ضریب کیفیت Q مود TE_{11} کدام است؟



- ۳۹ در شکل زیر یک تشدیدکننده با پرشدگی جزئی در اختیار داریم که اضلاع آن در راستای محورهای x و y و z به ترتیب برابر a و b و c می‌باشد. این تشدیدکننده در راستای x تا ارتفاع d از ماده‌ای با ضرایب ϵ و μ و بقیه فضا که ناحیه ۲ نامیده می‌شود از ماده ϵ_2 و μ_2 پر شده است.تابع پتانسیل در ناحیه ۲ برای مود TE_x ، کدام است؟ می‌دانیم که شرایط مرزی صفحات $x=a$ ، $y=b$ و $z=c$ هادی کامل الکتریکی و شرایط مرزی صفحات $x=0$ ، $y=0$ و $z=0$ هادی کامل مغناطیسی (PEC) است.



$$\psi_r = A \cos(k_{x,r}(x-a)) \cos((m-\frac{1}{r})\frac{\pi y}{b}) \cos((n-\frac{1}{r})\frac{\pi z}{c}), \quad m = 1, 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\psi_r = A \cos(k_{x,r}(x-a)) \sin(\frac{m\pi}{b}y) \cos(\frac{n\pi}{c}z), \quad m = 1, 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$\psi_r = A \sin(k_{x,r}(x-a)) \sin((m-\frac{1}{r})\frac{\pi y}{b}) \cos((n-\frac{1}{r})\frac{\pi z}{c}), \quad m = 1, 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3)$$

$$\psi_r = A \sin(k_{x,r}(x-a)) \sin(\frac{m\pi}{b}y) \cos((n-\frac{1}{r})\frac{\pi z}{c}), \quad m = 1, 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

- ۴۰ یک تشدیدکننده بین دو کره هادی کامل الکتریکی (PEC) هم مرکز به شعاع‌های a و b را در نظر بگیرید. فرکانس زاویه‌ای تشدید r برای مودهای تشدیدی TE_r نسبت به r از کدام معادله به دست می‌آید؟ (در روابط زیر \hat{J}_n و \hat{N}_n توابع بسل کروی شلکونف هستند).

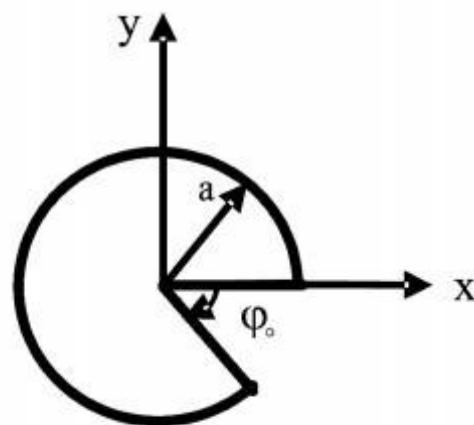
$$\hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) - \hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) = 0 \quad (1)$$

$$\hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) \hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) - \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) = 0 \quad (2)$$

$$\hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) - \hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) = 0 \quad (3)$$

$$\hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) \hat{J}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) - \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} a) \hat{N}_n(\omega_r \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} b) = 0 \quad (4)$$

- ۴۱ - یک تشدیدکننده استوانه‌ای با دیواره‌های از جنس هادی الکتریکی کامل (PEC) مطابق شکل زیر در نظر بگیرید. a شعاع، d ارتفاع و ϕ_0 زاویه کنج ایجاد شده در تشدیدکننده است و داخل تشدیدکننده از هوا پر شده است. برای مقدار کوچک d ، فرکانس تشدید مود غالب کدام است؟



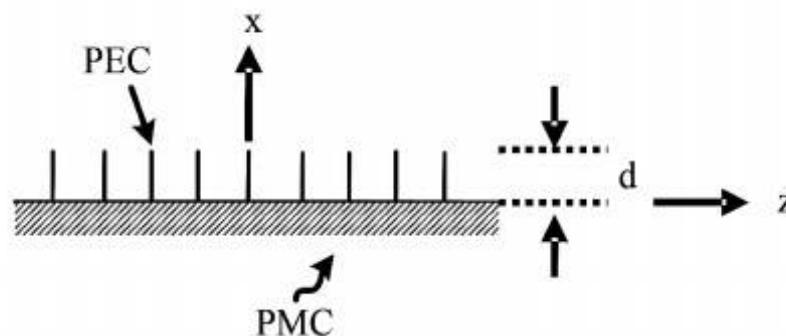
$$v = \frac{\pi}{\phi_0} , J'_v(x) = 0 \text{ اولین ریشه تابع } x'_v , f_r = \frac{x'_v}{2\pi a \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (1)$$

$$v = \frac{\pi}{2\pi - \phi_0} , J_v(x) = 0 \text{ اولین ریشه تابع } x_v , f_r = \frac{x_v}{2\pi a \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (2)$$

$$v = \frac{\pi}{2\pi - \phi_0} , J'_v(x) = 0 \text{ اولین ریشه تابع } x'_v , f_r = \frac{x'_v}{2\pi a \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (3)$$

$$v = \frac{\pi}{\phi_0} , J_v(x) = 0 \text{ اولین ریشه تابع } x_v , f_r = \frac{x_v}{2\pi a \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (4)$$

- ۴۲ - در شکل زیر یک صفحه هادی کامل مغناطیسی (PMC) که در صفحه yz قرار دارد، نشان داده شده است که روی آن شیارهای عمودی موازی از جنس هادی کامل الکتریکی (PEC) با طول های یکسان قرار دارد. ارتفاع شیارها d می باشد. این ساختار در راستای y نامحدود می باشد. طول d چقدر باید باشد تا این ساختار بتواند موج سطحی TM_z را بر روی خود هدایت کند و k_z برای این موج انتشاری چقدر است؟

$$k_z = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$$


$$k_z = k_0 \sqrt{1 + \tan^2(k_0 d)}, \quad 0 < d < \frac{\lambda_0}{4} \quad (1)$$

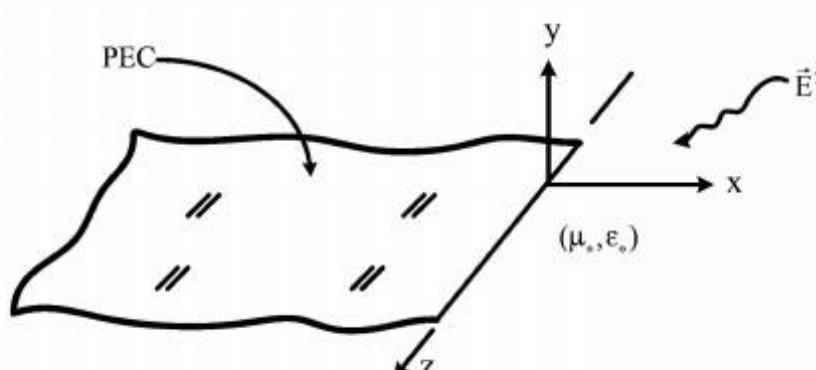
$$k_z = k_0 \sqrt{1 + \cot^2(k_0 d)}, \quad 0 < d < \frac{\lambda_0}{4} \quad (2)$$

$$k_z = k_0 \sqrt{1 + \tan^2(k_0 d)}, \quad \frac{\lambda_0}{4} < d < \frac{\lambda_0}{2} \quad (3)$$

$$k_z = k_0 \sqrt{1 + \cot^2(k_0 d)}, \quad \frac{\lambda_0}{4} < d < \frac{\lambda_0}{2} \quad (4)$$

- ۴۳ - یک نیم صفحه بی‌نهایت نازک از جنس هادی کامل الکتریکی (PEC) همانند شکل زیر بر صفحه $y=0$ برای $x < 0$ منطبق است. موج صفحه‌ای یکنواخت $\vec{E}^i = \hat{z} E_0 \exp(-jk\cdot\vec{r})$ با بردار موج (\vec{k}, k_0) به این نیم صفحه نازک تابانده می‌شود. اگر مؤلفه H_x از میدان مغناطیسی کل در نقطه $(x, y, z) = (2a, 0, 0)$ برابر H_0 باشد، آنگاه H_x در نقطه $(x, y, z) = (a, 0, 0)$ کدام است؟ (می‌دانیم $2k_0 a < 1$ و همچنین برای $x < 1$ داریم

$$(J_v(x)) \approx \frac{1}{v!} \left(\frac{x}{2}\right)^v$$



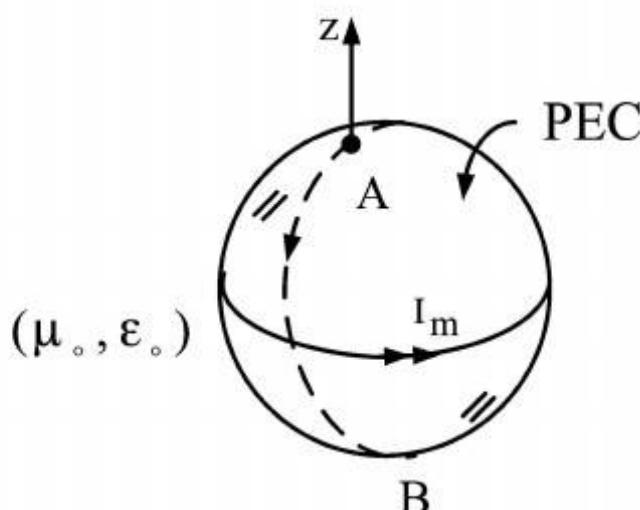
$$\frac{1}{2} H_0 \quad (1)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} H_0 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} H_0 \quad (3)$$

$$2 H_0 \quad (4)$$

- ۴۴ همانند شکل زیر یک کره از جنس هادی کامل الکتریکی (PEC) به شعاع $r = a^-$ و به مرکز مبدأ مختصات در فضای خالی مفروض است. توسط منابع مناسب به ازای $\theta = \frac{\pi}{2}$ (روی خط استوا) برای $r = a$ یک جریان مغناطیسی رشته‌ای یکنواخت با تغییرات زمانی $I_m = I_0 e^{j\omega t}$ برقرار شده است. اگر فیزور میدان تولید شده توسط I_m در مجاورت کره PEC برابر (\vec{E}, \vec{H}) باشد، آنگاه حاصل انتگرال خط $\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$ کدام است؟ A و B قطب شمال و جنوب کره PEC و مسیر انتگرال خط مذبور، همانند شکل یک نیم دایره به شعاع $r = a^+$ است.



$$-2I_0 \quad (1)$$

$$-I_0 \quad (2)$$

$$I_0 \quad (3)$$

$$2I_0 \quad (4)$$

- ۴۵ همانند شکل زیر یک حفره استوانه‌ای با طول بی‌نهایت به موازات محور z در یک فضای عایق با (μ_0, ϵ_0) ایجاد شده است. درون حفره خلاً است. روی دیواره این حفره جریان الکتریکی سطحی که چگالی آن با فیزور $\vec{J}_s = \hat{z} J_s$ داده می‌شود، توزیع شده است. J_s عدد مختلط ثابت است. میدان تولید شده توسط \vec{J}_s در داخل و خارج حفره استوانه‌ای را در نظر بگیرید. به ازای کدام فرکانس زاویه‌ای برای منبع \vec{J}_s ، میدان در خارج حفره صفر خواهد بود؟ ریشه m ام توابع بسل $J_n(x)$ و $J'_n(x)$ به ترتیب x_{nm} و x'_{nm} فرض می‌شوند؟

