

کد کنترل

692

C



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«در زمینه مسائل علمی، باید دنبال قله بود.»
مقام معظم رهبری

عصر جمعه

۱۴۰۲/۱۲/۰۴

دفترچه شماره ۳ از ۳

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۴۰۳

علوم کامپیوتر و بیوانفورماتیک (کد ۲۲۴۷)

مدت زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۹۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ساختمان داده و الگوریتم - مبانی منطق - مبانی ترکیبیات - جبر خطی عددی	۳۵	۱	۳۵
۲	نظریه الگوریتم پیشرفته	۱۰	۳۶	۴۵
۳	زیست‌شناسی سلولی و مولکولی - آمار و احتمال - ساختمان داده و الگوریتم - ریاضیات گسسته	۴۵	۴۶	۹۰

این آزمون، نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤال‌ها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤال‌ها و پایین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

ساختمان داده و الگوریتم - مبانی منطق - مبانی ترکیبیات - جبر خطی عددی:

۱- در یک درخت قرمز - سیاه کدام گزینه صحیح است؟

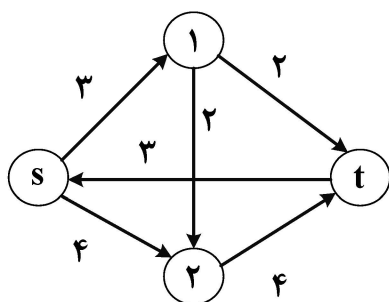
- (۱) ارتفاع درخت از مرتبه تعداد گره‌های سیاه در هر مسیر از ریشه تا برگ است.
- (۲) تعداد گره‌های قرمز و سیاه در هر مسیر از ریشه تا برگ برابر است.
- (۳) تعداد گره‌های قرمز و سیاه در هر سطح باهم برابر است.
- (۴) تعداد گره‌های قرمز و سیاه با هم برابر است.

۲- نتیجه اجرای شبه کد روبه‌رو، کدام است؟

```
int    x = ۷۲۰;
int    s = ۱;
while  x ≥ ۱ Do
    Begin
        x =  $\frac{x}{s}$ ;
        s = s + ۱;
    End;
print s;
```

- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۸

۳- مقدار بیشترین جریان در شبکه روبه‌رو چقدر است؟



- (۱) ۷
- (۲) ۶
- (۳) ۴
- (۴) ۳

۴- فرض کنید یک شبکه جریان داریم و جریان ماکزیمم در آن محاسبه شده است. کدام یک از عبارات زیر همواره صحیح است؟

- (۱) اگر به ظرفیت هر یال شبکه k واحد اضافه شود، مقدار بیشترین جریان به اندازه ضربی از k افزایش می‌یابد.
- (۲) اگر از ظرفیت هر یال شبکه k واحد کم شود، مقدار بیشترین جریان به اندازه ضربی از k کاهش می‌یابد.
- (۳) اگر به ظرفیت یال‌های خروجی مبدأ، k واحد اضافه شود، مقدار بیشترین جریان به اندازه ضربی از k افزایش می‌یابد.
- (۴) اگر ظرفیت همه یال‌ها k برابر شود، مقدار بیشترین جریان k برابر می‌شود.

۵- پیچیدگی قطعه برنامه زیر کدام است؟

For i = ۱ To n Do

Begin

j = n;

While (j >= i) Do

j: j DIV ۲;

END;

$$O(\log \frac{n^n}{n!}) \quad (۱)$$

$$O(\log n) \quad (۲)$$

$$O(\log n!) \quad (۳)$$

$$O(\log n^n) \quad (۴)$$

۶- اشتراک دو مجموعه با m و n عضو دلخواه را با چه پیچیدگی زمانی نمی توان محاسبه کرد؟

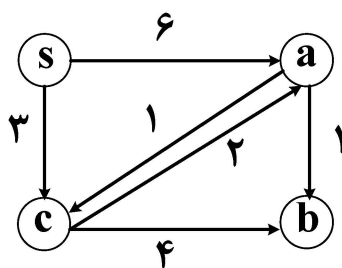
$$O(mn) \quad (۱)$$

$$O(m+n)^2 \quad (۲)$$

$$O(m \log m) \quad (۳)$$

$$O(m \log n) \quad (۴)$$

۷- اگر در گراف زیر از الگوریتم دیکسترا برای یافتن کوتاه ترین مسیرها از رأس s به سایر رؤس استفاده کنیم، آنگاه



ترتیب انتخاب رؤس (از چپ به راست) کدام است؟

$$s, a, c, b \quad (۱)$$

$$s, c, a, b \quad (۲)$$

$$s, c, b, a \quad (۳)$$

$$s, a, b, c \quad (۴)$$

۸- کدام گزینه برای توابع دلخواه f(n) و g(n) همواره صحیح است؟

$$\Omega(f(n)) + O(g(n)) \in \theta(f(n) + g(n)) \quad (۱)$$

$$\min\{f(n), g(n)\} \in \theta(f(n) + g(n)) \quad (۲)$$

$$O(f(n) + g(n)) \in O(g(n)) \quad (۳)$$

$$\Omega(f(n)) + O(f(n)) \in \Omega(f(n)) \quad (۴)$$

۹- کدام یک از مسائل زیر در دسته NP-کامل (NP-complete) قرار ندارند؟

(۱) بیشترین جریان

(۲) کوله پشتی ۱-۰

(۳) دور همیلتنی

(۴) رنگ آمیزی (رأسی) گراف

۱۰- آرایه ای شامل ۱-n عدد صحیح داریم. این آرایه شامل اعداد ۱ تا n بدون تکرار است اما یکی از اعداد حذف شده

است. پیچیدگی زمانی سریع ترین الگوریتم برای پیدا کردن عدد حذف شده، در بدترین حالت کدام است؟

$$\theta(\log n) \quad (۱)$$

$$\theta(n \log n) \quad (۲)$$

$$\theta(n) \quad (۳)$$

$$\theta(n^2) \quad (۴)$$

- ۱۱- آرایه‌ای به طول n از اعداد حقیقی داریم، می‌خواهیم زیر آرایه‌ای متوالی به طول k از این آرایه استخراج کنیم که مجموع عناصر آن حداکثر باشد. مرتبه الگوریتم مناسب برای حل این مسئله کدام است؟

(۱) $O(n^2 \log k)$

(۲) $O(n)$

(۳) $O(nk)$

(۴) $O(n + k)$

- ۱۲- می‌دانیم که هر نمونه از مسئله A را می‌توانیم به تعداد ثابتی از نمونه‌های مسئله B در زمان چندجمله‌ای تبدیل کنیم به طوری که از جواب این نمونه‌ها پاسخ نمونه مسئله A بدست می‌آید. کدام گزینه صحیح است؟

(۱) مسئله A متعلق به کلاس P است.

(۲) مسئله A متعلق به کلاس NP است.

(۳) مسائل A و B در یک کلاس پیچیدگی قرار دارند.

(۴) مسئله A می‌تواند در زمان چندجمله‌ای حل شود در حالی که مسئله B ، NP کامل باشد.

- ۱۳- فرض کنیم A مجموعه همه توابع یک‌به‌یک از $\mathbb{N}$ به $\mathbb{N}$ و B مجموعه همه توابع یک‌به‌یک و پوشا از $\mathbb{N}$ به $\mathbb{N}$ باشد. از این دو مجموعه، کدام با بازه $(0, 1)$ هم‌توان است؟

(۱) فقط A

(۲) فقط B

(۳) هر دو

(۴) هیچ‌کدام

- ۱۴- در زبان L شامل نماد محمولی دو موضعی R ، فرض کنیم X یک مدل برای نظریه T با اصول زیر باشد:

$$T = \{\forall x \neg xRx\} \cup \{\forall x \forall y \forall z ((xRy \wedge yRz) \rightarrow xRz)\}$$

$$\cup \{\forall x \forall y (xRy \vee yRx \vee x = y)\}$$

$$\cup \{\forall x \exists y (yRx \wedge (\forall z (zRx \rightarrow (zRy \vee z = y))))\}$$

$$\cup \{\forall x \exists y (xRy \wedge (\forall z (xRz \rightarrow (yRz \vee z = y))))\}$$

$$\cup \{\exists x x = x\}$$

دو عبارت زیر، مفروض است:

الف - برای هر $x \in X$ مجموعه $\{y \in x : yRx\}$ دارای عضو ماکزیمم است.

ب - برای هر $x \in X$ مجموعه $\{y \in x : xRy\}$ دارای عضو مینیمال است.

از این دو عبارت، کدام یک همواره صحیح است؟

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) هیچ‌کدام

- ۱۵- فرض کنیم $(L, <)$ یک مجموعه مرتب خطی باشد. $S \subsetneq L$ را یک قطعه اولیه L گوئیم، هرگاه برای هر $a \in S'$ هر $x < a$ عضوی از S باشد. کدام مورد صحیح است.

الف - $\mathbb{R}$ با $<$ معمولی اعداد حقیقی دارای قطعه اولیه‌ای است که برای هر $a \in \mathbb{R}$ به فرم $\{x \mid x < a\}$ نباشد.

ب - $\mathbb{N}$ با $<$ معمولی اعداد طبیعی دارای قطعه اولیه‌ای است که برای هر $a \in \mathbb{N}$ به فرم $\{x \mid x < a\}$ نباشد.

(۱) فقط «الف»

(۲) فقط «ب»

(۳) هر دو

(۴) هیچ‌کدام

- ۱۶- مجموعه X را متعدی گوئیم، هرگاه $X \subseteq p(X)$. $p(X)$ ، مجموعه توانی X است. از دو مجموعه زیر، کدام متعدی است؟
 الف - $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$
 ب - $\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}, \{\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}\}$
 (۱) فقط «الف»
 (۲) فقط «ب»
 (۳) هر دو
 (۴) هیچ کدام
- ۱۷- فرض کنیم T یک نظریه مرتبه اول در زبان L باشد و ϕ یک فرمول است که تنها متغیر آزاد آن x است. دو عبارت زیر را در نظر می گیریم:
 الف - اگر $T \vdash \phi[\frac{x}{c}]$ که c نماد ثابتی است که در T یا ϕ ظاهر نشده است، آنگاه $T \vdash \forall \phi$.
 ب - اگر $T \cup \{\phi[\frac{x}{c}]\} \vdash \psi$ که c نماد ثابتی است که در $T \cup \{\phi, \psi\}$ ظاهر نشده است، آنگاه $T \cup \{\exists x \phi\} \vdash \psi$.
 دو عبارت فوق، کدام یک همواره صحیح است؟
 (۱) فقط «الف»
 (۲) فقط «ب»
 (۳) هر دو
 (۴) هیچ کدام
- ۱۸- فرض کنیم α و β و γ اوردینال های دلخواهی باشند. از دو عبارت زیر، کدام مورد همواره برقرار است؟
 الف - $\gamma \cdot (\alpha + \beta) = \gamma \cdot \alpha + \gamma \cdot \beta$
 ب - $(\alpha + \beta) \cdot \gamma = \alpha \cdot \gamma + \beta \cdot \gamma$
 (۱) فقط «الف»
 (۲) فقط «ب»
 (۳) هر دو
 (۴) هیچ کدام
- ۱۹- کدام مورد، معادل منطقی $\neg \forall x \exists y p(x, y)$ است؟
 (۱) $\exists x \exists y \neg p(x, y)$
 (۲) $\exists x \neg \forall y p(x, y)$
 (۳) $\forall x \exists y p(x, y)$
 (۴) $\exists x \forall y \neg p(x, y)$
- ۲۰- از مجموعه اعداد دورقمی می خواهیم ۵ عدد انتخاب کنیم، به طوری که مقدار اختلاف هر دوتایی از آنها عددی دورقمی باشد. به چند طریق، این پنج عدد را می توان انتخاب کرد؟
 (۱) $\binom{49}{5}$
 (۲) $\binom{50}{5}$
 (۳) $\binom{53}{5}$
 (۴) $\binom{54}{5}$
- ۲۱- با در اختیار داشتن ۲ حرف A ، ۲ حرف C ، ۲ حرف G و ۲ حرف U می خواهیم کلمه ای به طول ۸ بسازیم که در آن، هیچ دو حرف یکسان کنار هم قرار نگیرند. این کار، به چند طریق ممکن است؟
 (۱) ۷۸۴
 (۲) ۸۶۴
 (۳) ۱۰۲۴
 (۴) ۲۰۴۴

۲۲- به چند طریق می توان سه عدد از بین اعداد ۱ تا ۹ را انتخاب کرد، به طوری که هیچ دو عددی از آنها متوالی نباشند؟

$$\begin{array}{ll} (۱) & ۴۹ \\ (۲) & \binom{۷}{۳} \\ (۳) & \binom{۹}{۳} \\ (۴) & ۹ \times ۷ \times ۵ \end{array}$$

۲۳- ماتریس A به تصادف از مجموعه ماتریس های 2×2 با دلبه های متعلق به Z انتخاب شده است. احتمال اینکه دترمینان A عددی زوج باشد، چقدر است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) & \frac{1}{2} \\ (۲) & \frac{3}{8} \\ (۳) & \frac{5}{8} \\ (۴) & \frac{7}{8} \end{array}$$

۲۴- تعداد زیرمجموعه های $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ که هیچ دو عضو متوالی ندارد، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) & ۵۲ \\ (۲) & ۶۴ \\ (۳) & ۷۲ \\ (۴) & ۸۴ \end{array}$$

۲۵- فرض کنید ۴۷ توپ را درون ۴ جعبه قرار می دهیم. کدام گزاره زیر صحیح است؟ (فرض کنید جعبه ها را با اعداد یک تا چهار نامگذاری نموده ایم.)

- (۱) i ای وجود دارد که در جعبه i اُم حداقل $10 + i$ توپ قرار دارد.
- (۲) i و j ای وجود دارند به طوری که $1 \leq i < j \leq 4$ و در جعبه i اُم و j اُم حداقل در مجموع ۲۵ توپ قرار دارد.
- (۳) i و j و k ای وجود دارند به طوری که $1 \leq i < j < k \leq 4$ و در جعبه i اُم و j اُم و k اُم در مجموع حداقل ۳۷ توپ قرار دارد.
- (۴) هیچ کدام

۲۶- دنباله متناظر با تابع مولد $x^2 + \frac{1}{1-x^2}$ ، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) & \{0, 1, 2, 0, 1, 0, 1, \dots\} \\ (۲) & \{2, 2, 3, 2, 2, 2, \dots\} \\ (۳) & \{1, 1, 2, 1, 1, 1, \dots\} \\ (۴) & \{1, 0, 2, 0, 1, 0, 1, 0, \dots\} \end{array}$$

۲۷- تعداد گراف های مرتبه ۵ با رئوس $V = \{v_1, \dots, v_5\}$ ، به طوری که درجه همه رئوس زوج باشد، کدام است؟

$$\begin{array}{ll} (۱) & ۵۱۲ \\ (۲) & ۱۲۸ \\ (۳) & ۶۴ \\ (۴) & ۳۲ \end{array}$$

۲۸- فرض کنید دنباله درجات یک گراف، به صورت زیر داده شده است. چند مورد از موارد زیر درباره این گراف، درست است؟

- الف - گراف، همیشه همبند است.
- ب - گراف، همیشه درخت است.
- ج - گراف، همیشه همیلتونی است.
- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

۲۹- فرض کنید A یک ماتریس حقیقی مقدار $m \times n$ ($m > n$) با رتبه کامل باشد. کدام یک از عملیات جبری، جواب کمترین مربعات دستگاه معادلات خطی $Ax = b$ را تغییر می‌دهد؟

(۱) تعویض جای دو معادله از دستگاه معادلات خطی

(۲) ضرب طرفین یک معادله از دستگاه معادلات خطی در عدد $\alpha \notin \{-1, 0, 1\}$.

(۳) جایگزین کردن دستگاه معادلات خطی با $PAX = Pb$ که در آن، P یک ماتریس جایگشت $m \times m$ است.

(۴) جایگزین کردن دستگاه معادلات خطی با $QAx = Qb$ که در آن، Q یک ماتریس متعامد $m \times m$ است.

۳۰- تعداد ماتریس‌های متعامد بالامثلثی $n \times n$ ، کدام است؟

(۱) n

(۲) $\frac{n(n+1)}{2}$

(۳) 2^{n-1}

(۴) 2^n

۳۱- فرض کنید به ازای $\beta \in \mathbb{R}$ و $x, y, p \in \mathbb{R}^n$ ماتریس مقدماتی $E = I - \beta xy^T$ مفروض باشد. حداقل تعداد عملیات لازم برای محاسبه بردارهای Ep و $p^T E$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

(۱) n و n

(۲) n^2 و n

(۳) n^2 و n^2

(۴) n و n^2

۳۲- فرض کنید U و V به ترتیب، ماتریس‌های متعامد $m \times m$ و $n \times n$ و S یک ماتریس قطری $m \times n$ ($m \neq n$) باشند. اگر $A = USV^T$ ، آنگاه کدام مورد درست است؟

(۱) ماتریس‌های AA^T و $A^T A$ ، مقادیر ویژه یکسان دارند.

(۲) ماتریس‌های AA^T و $A^T A$ ، هر دو معین مثبت هستند.

(۳) تعداد مقادیر ویژه ماتریس‌های AA^T و $A^T A$ برابر هستند.

(۴) ماتریس‌های AA^T و $A^T A$ ، بردارهای ویژه متعامد یکه دارند و مقادیر ویژه ناصفرشان یکسان هستند.

۳۳- فرض کنید $x^* \in \mathbb{R}^3$ جواب مسئله کمترین مربعات معادله $12 = x_1 + x_2 - 2x_3$ باشد. مقدار $\|x^*\|_2$ کدام است؟

(۱) $\sqrt{6}$

(۲) $\sqrt{12}$

(۳) $\sqrt{24}$

(۴) $\sqrt{30}$

۳۴- فرض کنید $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 25 \end{pmatrix} = LL^T$ به روش تجزیه چولسکی چنان باشد که درایه‌های ماتریس L همگی نامنفی باشند. مقدار درایه واقع در سطر دوم و ستون دوم ماتریس L ، کدام است؟

(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۳۵- با استفاده از دایره‌های گرشگورین، بهترین بازه‌ای که برای طیف ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & -4 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ می‌توان انتخاب کرد، کدام است؟

(۱) $[-1, 6]$

(۲) $[0, 4]$

(۳) $[0, 6]$

(۴) $[0, 8]$

نظریه الگوریتم پیشرفته:

۳۶- زمان اجرای سرشکنی (Amortized) تابع $f(n)$ ، برابر با $T(n)$ است. کدام مورد، درست است؟

(۱) زمان اجرای هر فراخوانی $f(n)$ در بدترین حالت، $O(T(n))$ است.

(۲) زمان اجرای هر فراخوانی $f(n)$ در بهترین حالت، $\Omega(T(n))$ است.

(۳) زمان اجرای هر فراخوانی $f(n)$ به‌طور متوسط، $\Theta(T(n))$ است.

(۴) مجموع زمان اجرای k بار فراخوانی $f(n)$ در بدترین حالت، $O(k T(n))$ است.

۳۷- زمان اجرای مسئله A با اندازه ورودی n از مرتبه $\Omega(f(n))$ است. درخصوص زمان اجرای الگوریتم‌های موازی حل این مسئله بر روی n پردازنده، کدام مورد درست است؟

(۱) زمان اجرای آن، از مرتبه $\Omega\left(\frac{f(n)}{n}\right)$ است.

(۲) می‌تواند الگوریتم از مرتبه زمانی $O\left(\frac{f(n)}{n \log n}\right)$ داشته باشد.

(۳) زمان اجرای هر الگوریتم آن، از مرتبه زمانی $O\left(\frac{f(n)}{n}\right)$ است.

(۴) این مسئله ممکن است اصولاً قابل حل بر روی این ساختار موازی نباشد.

۳۸- یک الگوریتم جویباری (Streaming)، برای محاسبه یک تابع بر روی یک جویبار داده‌ها مفروض است. این الگوریتم را برای محاسبه این تابع، بر روی کدام داده‌ها نمی‌توان استفاده کرد؟

(۱) برخط (۲) ذخیره‌شده در حافظه جانبی

(۳) ذخیره‌شده در حافظه اصلی (۴) بلادرنگ

۳۹- کدام مورد در خصوص الگوریتم KMP برای حل مسئله تطابق رشته‌ها (جستجوی تمام محل‌های وجود الگوی P در رشته T)، درست است؟

- (۱) این الگوریتم مبتنی بر پیش‌پردازش T و اجرا برای مقادیر متفاوت P است.
- (۲) زمان اجرای این الگوریتم $O(|T||P|)$ است که $|X|$ ، طول رشته X است.
- (۳) این الگوریتم مبتنی بر پیش‌پردازش P و اجرا برای مقادیر متفاوت T است.
- (۴) زمان اجرای این الگوریتم $O(|T|)$ است که $|X|$ ، طول رشته X است.

۴۰- برای حل مسئله تطابق بیشینه در گراف دوبخشی G با بخش‌های L و R (با تعداد رأس برابر) با استفاده از شبکه شار (Network Flow)، به صورت زیر عمل می‌کنیم.

دو رأس جدید s و t به ترتیب به عنوان مبدأ و مقصد شبکه شار به G اضافه می‌کنیم و s را به تمام رؤس L و t را به تمام رؤس R وصل می‌کنیم. ظرفیت تمام یال‌ها را یک در نظر می‌گیریم و شبکه شار را حل می‌کنیم. کدام مورد در خصوص این راه حل درست است؟

- (۱) گراف دارای تطابق کامل است، اگر و تنها اگر اندازه شار بیشینه، با تعداد رأس‌های L برابر باشد.
- (۲) مقدار شار بیشینه، برابر با تعداد یال‌های گراف اولیه است.
- (۳) اگر گراف تطابق کامل نداشته باشد، آنگاه شبکه شار دارای شار بیشینه نیست.
- (۴) دو مجموعه $\{s\} \cup L$ و $\{t\} \cup R$ ، یک برش (Cut) کمینه برای شبکه شار است که رؤس s و t را از هم جدا می‌کند.

۴۱- فرض کنید هر نمونه از مسئله A را بتوان در زمان چندجمله‌ای به یک نمونه از مسئله B محول (Reduce) کرد. کدام مورد در خصوص ضریب تقریب الگوریتم‌های این دو مسئله، درست است؟

- (۱) اگر مسئله A دارای الگوریتم با ضریب تقریب X باشد، آنگاه مسئله B نیز دارای الگوریتم با ضریب تقریب X است.
- (۲) اگر مسئله B دارای الگوریتم با ضریب تقریب X باشد، آنگاه مسئله A نیز دارای الگوریتم با ضریب تقریب X است.
- (۳) ضریب تقریب جواب به دست آمده برای نمونه مسئله A از روی جواب مربوط به نمونه مسئله متناظر با آن از مسئله B، مستقل از ضریب تقریب نمونه مسئله B است.
- (۴) اگر مسئله B دارای الگوریتم PTAS باشد، آنگاه مسئله A حداقل دارای الگوریتم با ضریب تقریب ثابت است.

۴۲- برای انتخاب تصادفی یک عضو از یک مجموعه n عضوی، به صورت زیر عمل می‌کنیم. عضو اول را انتخاب می‌کنیم.

برای بقیه اعضا، به ترتیب، از $i = 2$ تا $i = n$ با احتمال $\frac{1}{i}$ آن عضو را انتخاب می‌کنیم و در غیر این صورت، همان عضو انتخاب شده قبلی را نگه می‌داریم. کدام مورد در خصوص این الگوریتم، درست است؟

- (۱) احتمال انتخاب هر کدام از اعضا $\frac{1}{n}$ و با هم برابر است و در نتیجه، این الگوریتم یک انتخاب یکنواخت بین کلیه اعضای مجموعه است.
- (۲) احتمال انتخاب اولین عضو نسبت به بقیه، بیشتر است.
- (۳) احتمال انتخاب آخرین عضو نسبت به بقیه، بیشتر است.
- (۴) احتمال انتخاب هر عضو متفاوت است و وابسته به انتخاب اعضای بعدی است.

۴۳- فرض کنید مسئله A برای گراف‌های با حداکثر درجه رأسی سه، NP - تمام (NP-Complete) است. کدام مورد در خصوص این مسئله، درست است؟

- (۱) مسئله A برای گراف‌های با حداکثر درجه ۲ نیز، NP - تمام است.
- (۲) مسئله A برای گراف‌های دلخواه، NP - تمام است.
- (۳) مسئله A برای گراف‌های کامل، NP - تمام است.
- (۴) مسئله A برای گراف‌های سه منتظم NP - تمام است.

۴۴- کدام یک از مسائل زیر، برای یک گراف و عدد صحیح k ، قطعاً در کلاس NP قرار دارد؟

- I. آیا طول طولانی‌ترین مسیر در این گراف، حداکثر k است؟
- II. آیا طول طولانی‌ترین مسیر در این گراف، حداقل k است؟
- III. یافتن طولانی‌ترین مسیر در این گراف

I (۱)

II (۲)

III (۳)

I و II و III (۴)

۴۵- با این فرض که P و NP با هم مساوی نباشند، کدام مورد درست است؟

- (۱) مکمل هر مسئله NP، در همان کلاس NP قرار دارد.
- (۲) هیچ کدام از مسائل NP، دارای الگوریتم چندجمله‌ای نیستند.
- (۳) NP با EXP برابر است.
- (۴) مسائلی در NP وجود دارد که نه عضو P و نه عضو NP-Complete هستند.

زیست‌شناسی سلولی و مولکولی - آمار و احتمال - ساختمان داده و الگوریتم - ریاضیات گسسته:

۴۶- در رابطه با پروتئین‌های Peripheral، کدام مورد نادرست است؟

- (۱) فعالیت آنزیمی دارند.
- (۲) به‌عنوان گیرنده عمل می‌کنند.
- (۳) در انتقال پیام به داخل سلول نقش دارند.
- (۴) از غشا حمایت مکانیکی (mechanical support) می‌کنند.

۴۷- کدام مورد عبارت زیر را به‌درستی کامل می‌کند؟

«پمپ سدیم پتاسیم با پمپ کردن یون سدیم به سلول و پمپ یون پتاسیم به سلول باعث ایجاد بار در داخل سلول می‌شود.»

- (۱) دو - بیرون - یک - داخل - منفی
- (۲) سه - داخل - دو - بیرون - مثبت
- (۳) دو - داخل - یک - بیرون - مثبت
- (۴) سه - بیرون - دو - داخل - منفی

۴۸- سنتز کدام یک، در ماتریکس خارج سلولی صورت می‌گیرد؟

- (۱) فیرونکتین
- (۲) هیالورونیک اسید
- (۳) ندوگن (Nidogen)
- (۴) کولازن‌های نوع IV

۴۹- همه موارد زیر، در رابطه با اکتین‌ها درست است، به‌جز

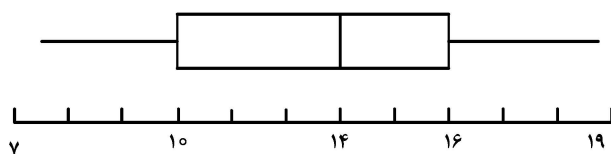
- (۱) اسپکتترین، رشته‌های اکتینی را به هم وصل می‌کند.
- (۲) تروپومیوزین، باعث پایداری رشته‌های اکتینی می‌شود.
- (۳) تیموزین $\beta - 4$ ، مانع از اتصال G-actin ها به رشته‌های F-actin می‌شود.
- (۴) نبولین (Nebulin)، با اتصال به انتهای مثبت رشته‌های اکتینی، طول رشته‌ها را تنظیم می‌کند.

۵۰- کدام پروتئین‌ها، در غشای بازولترال سلول‌های اپیتلیال روده وجود دارند؟

- (۱) پمپ H/K - کانال کالر - GLUT4
- (۲) پمپ کلسیم - کانال کلسیم - GLUT2
- (۳) پمپ سدیم پتاسیم - کانال پتاسیم - GLUT2
- (۴) پمپ پروتون - کانال کالر - GLUT4

- ۵۱- کدام ترتیب در مسیر سیگنالی GPCR ها (از چپ به راست) درست است؟
 I. فعال شدن یک یا چند پروتئین سلولی
 II. جدا شدن $G\alpha$ از $G\beta\gamma$
 III. ایجاد پیامبر ثانویه مثل cAMP
 IV. اتصال G-protein به سطح سیتوزولی گیرنده و تعویض GDP به GTP در $G\alpha$
 V. تغییر کانفورماسیون در $G\alpha$ و کاهش رغبت اتصال آن به $G\beta\gamma$
 VI. اتصال $G\alpha$ به افکتور خود و فعال سازی آن
 (۱) I - V - II - IV - III - VI
 (۲) IV - V - II - VI - III - I
 (۳) IV - VI - II - V - III - I
 (۴) V - IV - II - III - I - VI
- ۵۲- دلیل ماندگاری و پیش روندگی (Processivity) DNA پلی مراز III نسبت به DNA پلی مرازهای I و II چیست؟
 (۱) وجود Helix - loop - Helix
 (۲) وجود β - pleated sheet
 (۳) وجود β - clamp
 (۴) وجود α - helix
- ۵۳- آزمایشات نشان داده اند که گروه از / به نوکلئوزوم های منطقه پروموتور در مخمر مانع از شروع سنتر ژن توسط RNA پلی مراز می شود.
 (۱) برداشتن - استیل
 (۲) برداشتن - متیل
 (۳) اضافه کردن - استیل
 (۴) اضافه کردن - متیل
- ۵۴- کدام یک از آنتی بیوتیک های زیر، طی فرایند ترجمه در پروکاریوت ها با فرایند «Proofreading» در ریبوزوم تداخل می کند؟
 (۱) میتومایسین
 (۲) کلرامفنیکل
 (۳) پورومایسین
 (۴) استرپتومایسین
- ۵۵- فعالیت اگزونوکلئازی ۵' به ۳' DNA پلی مراز I کدام است؟
 (۱) برداشتن thymine dimerهای حاصل از تابش UV در راستای ترمیم DNA
 (۲) جدا کردن نوکلئوتیدهای غلط جای گذاری شده در حین همانند سازی DNA
 (۳) ایجاد برش در دو طرف باز تخریب شده و برداشتن باز تخریب شده
 (۴) برداشتن پرایمرهای بالادست قطعات اوکازاکی
- ۵۶- برای پردازش mRNA در یوکاریوت ها
 (۱) پس از پیرایش mRNA در هسته، cap به انتهای ۳' و poly A به انتهای ۵' آن اضافه می شود
 (۲) در هسته cap به انتهای ۳' و poly A به انتهای ۵' آن اضافه شده و سپس پیرایش صورت می گیرد
 (۳) در هسته cap به انتهای ۵' و poly A به انتهای ۳' آن اضافه شده و سپس پیرایش صورت می گیرد
 (۴) پس از پیرایش mRNA در هسته، در سیتوپلاسم poly A به انتهای ۳' و cap به انتهای ۵' آن اضافه می شود
- ۵۷- عبارت درست در رابطه با ورود پروتئین ها به اندامک ها کدام است؟
 (۱) ورود پروتئین ها به هسته به صورت نولدشده بدون انرژی صورت می گیرد.
 (۲) ورود پروتئین ها به میتوکندری بعد از ترجمه، خطی و نیاز به هیدرولیز ATP دارد.
 (۳) ورود پروتئین ها به شبکه آندوپلاسمی بعد از ترجمه به صورت خطی و نیاز به انرژی ندارد.
 (۴) ورود پروتئین ها به پراکسیزوم در حین ترجمه، به صورت خطی و با حذف انرژی صورت می گیرد.

۵۸- با توجه به اطلاعات زیر و نمودار جعبه‌ای (Box plot) داده‌شده، کدام مورد درست است؟



(a) $3 =$ نیم‌دامنه چارک‌ها

(b) $6 =$ نیم‌دامنه چارک‌ها

(c) چوله به چپ

(d) چوله به راست

(e) متقارن

(۲) a و d

(۱) a و c

(۴) c و b

(۳) a و e

۵۹- اگر ۴ کتاب ریاضی از بین ۶ کتاب مختلف ریاضی و ۳ کتاب انگلیسی از بین ۵ کتاب مختلف انگلیسی انتخاب شود، به چند روش می‌توان هفت کتاب انتخابی را در یک قفسه چید، به‌طوری‌که یک کتاب ریاضی در ابتدای قفسه باشد؟

$$(۱) \binom{5}{3} \times 6!$$

$$(۲) \left(\frac{5!}{2!}\right) \times 6!$$

$$(۳) \binom{5}{3} \times 6 \times 6!$$

$$(۴) \left(\frac{5!}{2!}\right) \times 6! \times 6$$

۶۰- برای هر دو پیشامد دلخواه و غیریکسان A و B از یک فضای احتمال، کدام مورد درست است؟ (A^c ، متمم پیشامد A است.)

$$(۱) P(A) + P(B) \leq 1 + P(A \cap B)$$

$$(۲) P(A) + P(B^c) \geq 1 + P(A \cup B^c)$$

$$(۳) P(A^c) + P(B) \geq 1 + P(A^c \cap B)$$

$$(۴) P(A) + P(B) \geq 1 + P(A \cup B)$$

۶۱- فرض کنید A و B، دو پیشامد مستقل با احتمال‌های به ترتیب $\frac{6}{7}$ و $\frac{7}{7}$ باشند. مقدار $P(A \Delta B)$ ، کدام است؟ ($(A \Delta B)$ ، نمایانگر تفاضل متقارن دو پیشامد است.)

$$(۱) \frac{36}{7}$$

$$(۲) \frac{46}{7}$$

$$(۳) \frac{56}{7}$$

$$(۴) \frac{84}{7}$$

۶۲- ۲۰ کارت که از ۱ تا ۲۰ شماره گذاری شده اند را در نظر بگیرید. یک کارت به تصادف انتخاب می شود، احتمال اینکه کارت انتخابی مضربی از ۳ یا ۵ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{9}{20}$

(۲) $\frac{8}{15}$

(۳) $\frac{3}{5}$

(۴) $\frac{1}{2}$

۶۳- یک زن و شوهر در مصاحبه دو پست بلاتصدی یکسان شرکت دارند. احتمال انتخاب شوهر $\frac{1}{7}$ و احتمال انتخاب همسر $\frac{1}{5}$ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو در این پست پذیرفته شوند، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{7}$

(۲) $\frac{2}{7}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{4}{5}$

۶۴- یک مسئله به سه دانشجو داده می شود که شانس حل مسئله برای هر کدام به ترتیب $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ است. احتمال این که مسئله حل شود، کدام است؟

(۱) $\frac{7}{12}$

(۲) $\frac{5}{12}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۴) $\frac{1}{4}$

۶۵- یک شرکت بیمه در حال مطالعه سه عامل مخاطره A و B و C در یک جامعه است. احتمال اینکه یک شخص در معرض عامل های A و B و نه C قرار گیرد $\frac{1}{10}$ و احتمال اینکه در معرض هر سه مخاطره باشد به شرط اینکه در معرض دو عامل مخاطره A و B باشد برابر $\frac{2}{3}$ است. احتمال اینکه یک شخص در معرض هر سه عامل مخاطره باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{5}{10}$

(۲) $\frac{2}{10}$

(۳) $\frac{33}{10}$

(۴) $\frac{4}{10}$

۶۶- کدام یک از توابع زیر، تابع چگالی هستند؟

$$b) f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}x, & 0 < x < 1 \\ \frac{1}{3}x^2, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$a) f(x) = 2x, \quad 0 < x < 1$$

$$d) f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}x^2, & 0 < x < 1 \\ \frac{15}{4}x^3, & 1 \leq x < 2 \end{cases}$$

$$c) f(x) = 3x^2, \quad 0 < x < 1$$

(۲) a, c و d

(۱) a و c

(۴) a, b و c

(۳) b, c و d

۶۷- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال توأم زیر باشند. تابع احتمال کناری (حاشیه‌ای) X ، کدام است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} x+y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (۱)$$

$$f_X(x) = \begin{cases} 3x^2, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (۲)$$

$$f_X(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (۳)$$

$$f_X(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2}, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{سایر جاها} \end{cases} \quad (۴)$$

۶۸- فرض کنید X و Y ، دو متغیر تصادفی با $\text{Var}(X) = \text{Var}(Y) = 8$ و $\rho(X, Y) = 0.4$ باشند. مقدار

$\text{Var}(X - 2Y + 1)$ کدام است؟

(۲) ۲۱/۹۲

(۱) ۲۲/۹۰

(۴) ۱۹/۹۲

(۳) ۲۷/۲۰

۶۹- فرض کنید $0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع $\text{Beta}(\alpha, \alpha+1)$ با تابع چگالی احتمال زیر

$$f_\alpha(x) = \frac{1}{B(\alpha, \alpha+1)} x^{\alpha-1} (1-x)^\alpha, \quad 0 < x < 1$$

باشد. برآورد α به روش گشتاوری، کدام است؟

(۱) ۱/۵

(۲) ۲

(۳) ۲/۵

(۴) ۳

۷۰- در یک نمونه تصادفی ۱۰۰ تایی در نظرخواهی از دانشجویان در مورد یک موضوع خاص، $\hat{p} = ۰/۶۴$ به دست آمده است. خطای استاندارد $\hat{p}$ ، کدام است؟

(۱) ۰/۴۸

(۲) ۴/۸

(۳) ۰/۴۰۸

(۴) ۰/۰۴۸

int x = ۷۲۰;

int s = ۱;

while x ≥ ۱ Do

Begin

x = $\frac{x}{s}$;

s = s + ۱;

End;

print s;

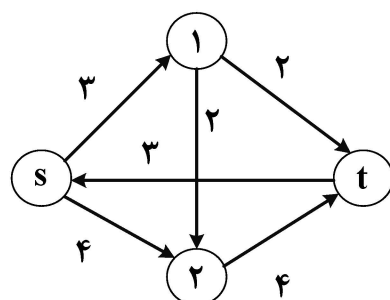
۷۱- نتیجه اجرای شبه کد روبه‌رو، کدام است؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸



۷۲- مقدار بیشترین جریان در شبکه روبه‌رو چقدر است؟

(۱) ۷

(۲) ۶

(۳) ۴

(۴) ۳

۷۳- فرض کنید یک شبکه جریان داریم و جریان ماکزیمم در آن محاسبه شده است. کدام یک از عبارات زیر همواره صحیح است؟

(۱) اگر به ظرفیت هر یال شبکه k واحد اضافه شود، مقدار بیشترین جریان به اندازه ضربی از k افزایش می‌یابد.

(۲) اگر از ظرفیت هر یال شبکه k واحد کم شود، مقدار بیشترین جریان به اندازه ضربی از k کاهش می‌یابد.

(۳) اگر به ظرفیت یال‌های خروجی مبدأ، k واحد اضافه شود، مقدار بیشترین جریان به اندازه ضربی از k افزایش می‌یابد.

(۴) اگر ظرفیت همه یال‌ها k برابر شود، مقدار بیشترین جریان k برابر می‌شود.

۷۴- پیچیدگی قطعه برنامه زیر کدام است؟

For i = ۱ To n Do

Begin

j = n;

While (j >= i) Do

j : j DIV ۲;

END;

(۱) $O(\log \frac{n^n}{n!})$

(۲) $O(\log n)$

(۳) $O(\log n!)$

(۴) $O(\log n^n)$

۷۵- اشتراک دو مجموعه با m و n عضو دلخواه را با چه پیچیدگی زمانی نمی توان محاسبه کرد؟

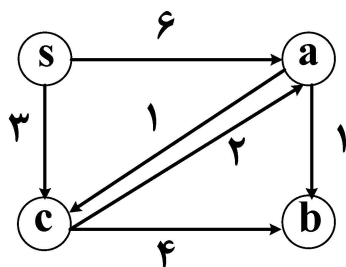
(۱) $O(mn)$

(۲) $O(m+n)^2$

(۳) $O(m \log m)$

(۴) $O(m \log n)$

۷۶- اگر در گراف زیر از الگوریتم دیکسترا برای یافتن کوتاه ترین مسیرها از رأس s به سایر رئوس استفاده کنیم، آنگاه ترتیب انتخاب رئوس (از چپ به راست) کدام است؟



(۱) s, a, c, b

(۲) s, c, a, b

(۳) s, c, b, a

(۴) s, a, b, c

۷۷- کدام گزینه برای توابع دلخواه $f(n)$ و $g(n)$ همواره صحیح است؟

(۱) $\Omega(f(n)) + O(g(n)) \in \theta(f(n) + g(n))$

(۲) $\min\{f(n), g(n)\} \in \theta(f(n) + g(n))$

(۳) $O(f(n) + g(n)) \in O(g(n))$

(۴) $\Omega(f(n)) + O(f(n)) \in \Omega(f(n))$

۷۸- کدام یک از مسائل زیر در دسته NP-کامل (NP-complete) قرار ندارند؟

(۱) بیشترین جریان

(۲) کوله پشتی ۱-۰

(۳) دور همیلتنی

(۴) رنگ آمیزی (رأسی) گراف

۷۹- آرایه ای شامل $n-1$ عدد صحیح داریم. این آرایه شامل اعداد ۱ تا n بدون تکرار است اما یکی از اعداد حذف شده است. پیچیدگی زمانی سریع ترین الگوریتم برای پیدا کردن عدد حذف شده، در بدترین حالت کدام است؟

(۱) $\theta(\log n)$

(۲) $\theta(n \log n)$

(۳) $\theta(n)$

(۴) $\theta(n^2)$

۸۰- آرایه ای به طول n از اعداد حقیقی داریم، می خواهیم زیر آرایه ای متوالی به طول k از این آرایه استخراج کنیم که مجموع عناصر آن حداکثر باشد. مرتبه الگوریتم مناسب برای حل این مسئله کدام است؟

(۱) $O(n^2 \log k)$

(۲) $O(n)$

(۳) $O(nk)$

(۴) $O(n+k)$

۸۱- در یک آزمون تستی، ۱۰ سؤال چهار گزینه ای داده شده است. هر پاسخ درست، ۳ نمره مثبت و هر پاسخ نادرست، ۱ نمره منفی دارد. اگر در این آزمون ۱۰۰۰ نفر شرکت کرده باشند، حداقل چند نفر وجود دارند که نمره کل آنها با هم برابر است؟

(۱) ۲۶

(۲) ۲۷

(۳) ۲۸

(۴) ۲۹

۸۲- تابع f از $\{1, 2, \dots, 11\}$ به $\{1, 2, \dots, 11\}$ یک به یک و پوشاست و هیچ نقطه ثابتی ندارد ($f(x) \neq x$). تابع $f \circ f$ حداکثر چند نقطه ثابت دارد؟ (نقطه i را نقطه ثابت تابع g می‌نامیم، هرگاه $g(i) = i$)

(۱) ۸

(۲) ۹

(۳) ۱۰

(۴) ۱۱

۸۳- تعداد سه‌تایی مرتب (A و B و C) از زیرمجموعه‌های $\{1, \dots, 10\}$ به‌طوری‌که $A \cap B \cap C = \emptyset$ و $A \cup B \cup C = \{1, \dots, 10\}$ کدام است؟

(۱) 2^{15}

(۲) 2^{30}

(۳) 3^{10}

(۴) 6^{10}

۸۴- گراف‌های مسطح دوبخشی از مرتبه n دارای حداکثر است.

(۱) $n - 1$ وجه

(۲) $3n - 6$ یال

(۳) $2n - 4$ یال

(۴) $2n - 5$ وجه

۸۵- به چند طریق، می‌توان زیرمجموعه‌های A_1 تا A_{10} از $x = \{1, 2, \dots, 20\}$ را انتخاب کرد، به‌طوری‌که $\bigcup_{i=1}^{10} A_i = x$ ؟

(۱) 10^{20}

(۲) 99^{20}

(۳) 512^{20}

(۴) 1023^{20}

۸۶- فرض کنید $G = (V, E)$ ، گرافی بی‌سو و بدون طوقه باشد. رابطه R را روی مجموعه E به‌صورت زیر، تعریف کنید:

چند مورد از موارد زیر درباره R درست است؟ ($e_1 R e_2$ اگر و تنها اگر e_1 و e_2 روی دوری از G باشند یا $e_1 = e_2$).

– R ، هم‌ارزی است.

– R ، پادمتقارن است.

– اگر گراف G ، ۲-همبند باشد، آنگاه R هم‌ارزی است و تنها یک کلاس هم‌ارزی دارد.

(۱) صفر

(۲) ۱

(۳) ۲

(۴) ۳

۸۷- مقدار $\sum_{k=0}^{998} (-1)^k \binom{998}{k} k^{400}$ ، کدام مورد است؟

(۱) صفر

(۲) ۴۹۹

(۳) ۹۹۸

(۴) ۱۰۰۰

۸۸- فرض کنید G گرافی ساده، از مرتبه n و k - منتظم باشد. به طوری که برای هر دو رأس مجاور λ همسایه مشترک و هر دو رأس غیرمجاور، دقیقاً μ همسایه مشترک وجود داشته باشد. رابطه زیر، درست است؟

(۱) $\mu\lambda = kn$

(۲) $\mu n = \lambda k$

(۳) $\mu(k-1-\lambda) = k(n-k-1)$

(۴) $\mu(n-k-1) = k(k-1-\lambda)$

۸۹- در آرایه زیر، خانه‌های خالی را به چند طریق می‌توان با اعداد ۱ تا ۵ پر کرد تا یک مربع لاتین به دست آید؟ (مربع لاتین از مرتبه n ، ماتریس $n \times n$ است که در هر سطر و در هر ستون، اعداد ۱ تا n هر کدام دقیقاً ۱ بار ظاهر شوند).

۱	۲	۳	۴	۵
۲	۳	۴	۵	۱
۳	۴	۵	۱	۲

(۱) ۲

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۱۰

۹۰- تابع مولد دنباله $\{a_n\}_{n \geq 0}$ ، به صورت $A(x) = \frac{1+2x}{1-2x}$ است. تابع مولد دنباله $\{n^2 a_n\}_{n \geq 0}$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{x^2 + 2x^3}{(1-2x)^3}$

(۲) $\frac{4x + 8x^2}{(1-2x)^2}$

(۳) $\frac{2x + 4x^2}{(1-2x)(1-x)^2}$

(۴) $\frac{1+2x}{(1-2x)(1+x)^2}$

