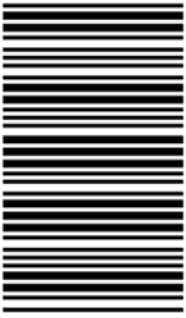


کد کنترل

713

C



713C



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«در زمینه مسائل علمی، باید دنبال قلّه بود.»
مقام معظم رهبری

عصر جمعه
۱۴۰۲/۱۲/۰۴

دفترچه شماره ۳ از ۳

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۴۰۳

مهندسی مکترونیک (کد ۲۳۷۳)

مدت زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۰

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات (معادلات دیفرانسیل - ریاضیات مهندسی) - سیستم‌های کنترل خطی	۳۰	۱	۳۰
۲	مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)	۱۵	۳۱	۴۵
۳	دینامیک	۱۵	۴۶	۶۰

این آزمون، نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالها، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالها و پایین پاسخنامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

ریاضیات (معادلات دیفرانسیل - ریاضیات مهندسی) - سیستم‌های کنترل خطی):

۱- فرض کنید محور y ها پاره خط واصل بین خط مماس بر منحنی و محور x را نصف کند. کدام خانواده از منحنی‌ها (مسیرها) دارای این خاصیت است؟

$$(1) x^3 = cy$$

$$(2) x = 2cy^3$$

$$(3) y^2 = cx$$

$$(4) y = 2cx^2$$

۲- جواب عمومی معادله دیفرانسیل $yy'' + (1+y)y' = 0$ کدام است؟

$$(1) e^y(y-1) = c_1x + c_2$$

$$(2) e^y(y+1) = c_1x + c_2$$

$$(3) e^{-y}(y-1) = c_1x + c_2$$

$$(4) e^{-y}(y+1) = c_1x + c_2$$

۳- جواب معادله انتگرالی دیفرانسیل $u''(x) = e^{2x} - \int_0^x e^{2(x-t)}u'(t) dt$ که در شرایط $u(0) = u'(0) = 0$ صدق می کند، کدام است؟

$$(1) u(x) = \frac{x^2}{2}$$

$$(2) u(x) = 1 - e^{2x} + 2xe^{2x}$$

$$(3) u(x) = \frac{1}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{e^x}{2} + \frac{xe^x}{2}$$

$$(4) u(x) = 1 - e^x + xe^x$$

۴- تبدیل لاپلاس معکوس $F(s) = \frac{1}{\sqrt{s(s-1)}}$ ، کدام است؟

$$(1) \frac{\sqrt{e}^t}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\sqrt{t}} e^{-x^2} dx$$

$$(2) \frac{e^t}{\pi} \int_0^{\sqrt{t}} e^{-x^2} dx$$

$$(3) \frac{e^t}{2\pi} \int_0^t e^{-x^2} dx$$

$$(4) \frac{\sqrt{e}^t}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-x^2} dx$$

۵- یک جواب معادله دیفرانسیل $y'' + (e^{-x} - 1)y = 0$ کدام است؟ (راهنمایی: از تغییر متغیر $u^2 = Ae^{-x}$ که در آن عدد ثابت است، استفاده کنید.)

(۱) $y(x) = J_{\frac{1}{2}}(2e^{-x})$

(۲) $y(x) = J_{\frac{1}{2}}(2e^{-\frac{x}{2}})$

(۳) $y(x) = J_{\frac{1}{4}}(4e^{-\frac{x}{2}})$

(۴) $y(x) = J_{\frac{1}{4}}(4e^{-x})$

۶- با استفاده از سری فوریه تابع $f(x) = x(\pi^2 - x^2)$ در بازه $[-\pi, \pi]$ ، مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi)^6}$ کدام است؟

(۱) $\frac{8}{315}$

(۲) $\frac{8}{945}$

(۳) $\frac{1}{315}$

(۴) $\frac{1}{945}$

۷- فرض کنید $F(\omega)$ تبدیل فوریه تابع $f(x) = \begin{cases} 1 & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$ باشد. اگر مساحت سطح زیر منحنی تابع $F^2(x)$ در \mathbb{R}

برابر 16π باشد، آنگاه مقدار a کدام است؟ $\left(F\{f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i\omega x} dx \right)$

(۱) ۱۶

(۲) ۸

(۳) ۴

(۴) ۲

۸- مقدار $u(7, 4)$ از جواب مسئله ارتعاش زیر، کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}; x > 0, t > 0 \\ u(x, 0) = \begin{cases} 3x - 4 & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & x > 2 \end{cases} \end{cases}$$

(۱) $\frac{15}{2}$

$$\begin{cases} u_t(x, 0) = \begin{cases} -5x + 7 & 0 \leq x < 1 \\ 2 & x \geq 1 \end{cases} \end{cases}$$

(۲) $\frac{17}{2}$

$$u(0, t) = 2t, \quad t \geq 0$$

(۳) ۱۱

(۴) ۱۲

۹- مسئله زیر دارای جواب کران دار است. مقدار $A + B$ کدام است؟

$$u_{xx} + u_{yy} = \begin{cases} x - 2y & 0 < x \leq 1 \\ 0 & 0 < y < \pi \\ Ax & x > 1 \end{cases}$$

(۱) ۱۲

(۲) ۶

$$u(x, 0) = \begin{cases} 2x - 4 & 0 < x < \pi \\ B & x > \pi \end{cases}$$

(۳) صفر

(۴) -۱۲

$$\begin{cases} u(x, \pi) = 0 \\ u_x(0, y) = 6y(\pi - y) \end{cases}$$

۱۰- سری لوران تابع $f(z) = \frac{1}{z^2 - 4}$ حول $z = 2$ در ناحیه $|z - 2| > 4$ ، کدام است؟

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-4)^n}{(z-2)^{n+2}} \quad (1)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4^n}{(z-2)^{n+2}} \quad (2)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(z-2)^{n-1}}{4^{n+1}} \quad (3)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z-2)^{n-1}}{4^{n+1}} \quad (4)$$

۱۱- مقدار $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(ax) dx}{x(x^2 + 1)^2}$ با فرض $a \neq 0$ ، کدام است؟

$$2\pi \left(1 + \frac{a+2}{4} e^{-a} \right) \quad (1)$$

$$\pi \left(1 + \frac{a+2}{2} e^{-a} \right) \quad (2)$$

$$2\pi \left(1 - \frac{a+2}{4} e^{-a} \right) \quad (3)$$

$$\pi \left(1 - \frac{a+2}{2} e^{-a} \right) \quad (4)$$

۱۲- کدام ناحیه از صفحه مختلط $z = x + iy$ تحت نگاشت $w = \frac{1}{z}$ به درون نیم‌دایره فوقانی $u + \frac{1}{4} + v^2 = 1$ در

صفحه $w = u + iv$ تبدیل می‌شود؟

$$x < -1, y > 0 \quad (1)$$

$$x < -1, y < 0 \quad (2)$$

$$x > 1, y > 0 \quad (3)$$

$$x > 1, y < 0 \quad (4)$$

۱۳- فرض کنید $w = w(z)$ یک نگاشت دوخطی (موبیوس) باشد که نقاط 1 و $1+i$ و i و $-i$ در صفحه w می‌نگارد. مقدار $w(1-i)$ کدام است؟

$$2+i \quad (1)$$

$$2-i \quad (2)$$

$$1+2i \quad (3)$$

$$1-2i \quad (4)$$

۱۴- مقدار $\oint_{|z|=2} \tanh(z) dz$ کدام است؟

$$-2\pi i \quad (1)$$

$$4\pi i \quad (2)$$

(۲) صفر

(۴) $4\pi i$

۱۵- مانده تابع $f(z) = \frac{\sqrt{z}}{1-z}$ در شاخه $3\pi < \arg z < 5\pi$ ، در نقطه $z=1$ ، کدام است؟

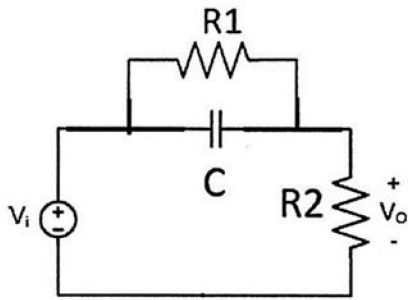
(۱) $-2\pi i$

(۲) -1

(۳) 1

(۴) $2\pi i$

۱۶- سیستم نشان داده شده شکل زیر، به عنوان چه کنترل کننده ای عمل می کند؟



(۱) به ازای $R_1 > R_2$ پس فاز درگیر این صورت پیش فاز

(۲) به ازای $R_1 > R_2$ پیش فاز درگیر این صورت پس فاز

(۳) همواره پس فاز

(۴) همواره پیش فاز

۱۷- به ازای ورودی صفر و شرایط اولیه $x_0^1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix}$ و $x_0^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ پاسخ سیستم $S_1 : \begin{cases} \frac{d}{dt}x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \end{bmatrix}u \\ y = x \end{cases}$

به ترتیب $y_1 = \begin{bmatrix} e^{-t} - 0.5e^{-2t} \\ e^{-2t} - e^{-t} \end{bmatrix}$ و $y_2 = \begin{bmatrix} e^{-2t} - e^{-t} \\ -2e^{-2t} + e^{-t} \end{bmatrix}$ است. به ازای ورودی صفر و شرایط اولیه $x_0 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$

پاسخ سیستم $S_2 : \begin{cases} \frac{d}{dt}x = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}x + \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \end{bmatrix}u \\ y = x \end{cases}$ کدام است؟

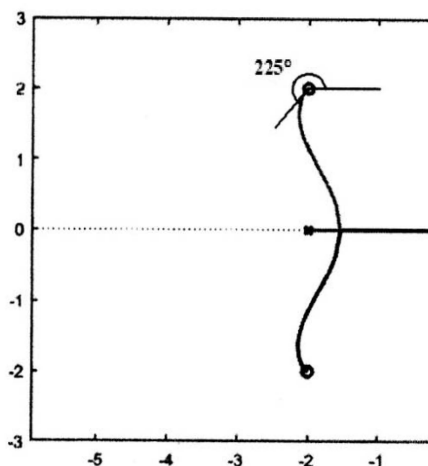
(۱) $\begin{bmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{bmatrix}$

(۲) $\begin{bmatrix} e^{-t} - e^{-2t} \\ 0.5e^{-t} - e^{-2t} \end{bmatrix}$

(۴) $\begin{bmatrix} e^{-2t} - e^{-t} \\ e^{-2t} - 0.5e^{-t} \end{bmatrix}$

(۳) $\begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.5 \end{bmatrix}$

۱۸- قسمتی از مکان هندسی ریشه های عبارت $1 + kG(s) = 0$ در شکل زیر رسم شده است. $G(s)$ کدام می تواند باشد؟



(۱) $\frac{s^2 + 4s + 8}{s^2(s+2)}$

(۲) $\frac{s^2 + 4s + 8}{s(s+2)}$

(۳) $\frac{s^2 + 4s + 8}{s^3(s+2)}$

(۴) $\frac{s^2 + 4s + 8}{s^4(s+2)}$

۱۹- تابع تبدیل $G(s) = K \frac{s^2 + 3s + 30}{s^n(s+5)}$ در مسیر مستقیم یک حلقه فیدبک واحد منفی قرار دارد. بین ورودی $10 \text{ tu}(t)$

و پاسخ سیستم حلقه بسته در حالت ماندگار $\frac{1}{6000}$ تفاوت وجود دارد. مقادیر n و K به ترتیب کدام است؟

(۱) ۱ و ۱۰۰۰۰

(۲) ۲ و ۶۰۰۰

(۳) ۱ و ۱۰۰۰

(۴) ۲ و ۶۰۰

۲۰- پاسخ پله یک تابع تبدیل با فرض شرایط اولیه صفر، دارای ناپیوستگی در لحظه اعمال ورودی است. شیب پاسخ

فرکانسی در این تابع تبدیل در فرکانسهای بالا چند dB/dec است؟

(۱) -۲۰

(۲) -۱۰

(۳) صفر

(۴) -۴۰

۲۱- دیاگرام اندازه تابع تبدیل حلقه یک سیستم فیدبک واحد منفی در شکل داده شده است. خطای حالت دائم برای

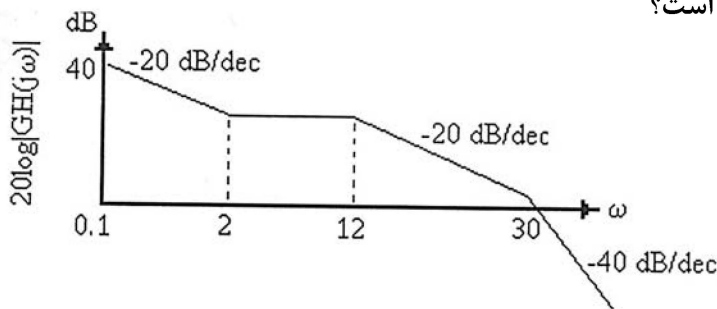
ورودیهای پله، شیب و سهمی به ترتیب کدام است؟

(۱) محدود، محدود و محدود

(۲) صفر، محدود و نامحدود

(۳) نامحدود، صفر و محدود

(۴) صفر، صفر و محدود



۲۲- برای یک سیستم با دو ریشه متقارن، جدول رات - هرویتنس به صورت زیر به دست آمده است:

s^4	۱	$2-\alpha$	-2α
s^3	x	x	x
s^2	۲	-2α	x
s^1	x	x	x
s^0	x	x	x

کدام مورد در خصوص ریشههای این سیستم درست است؟

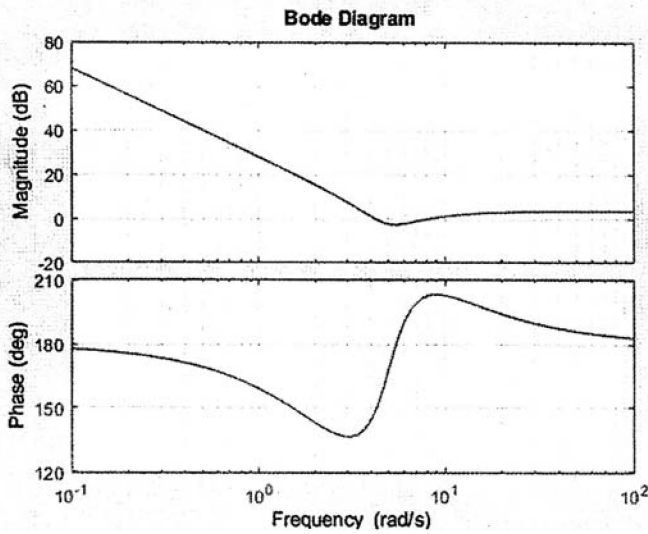
(۱) اندازه ریشههای متقارن α است و یک ریشه در مبدأ و دیگری در نیم صفحه راست است.

(۲) اندازه ریشههای متقارن $\sqrt{\alpha}$ است و یک ریشه در مبدأ و دیگری در نیم صفحه چپ است.

(۳) اندازه ریشههای متقارن $\sqrt{\alpha}$ است و ریشههای غیرمتقارن هر دو در نیم صفحه راست هستند.

(۴) اندازه ریشههای متقارن α است و ریشههای غیرمتقارن یکی در نیم صفحه راست و دیگری در نیم صفحه چپ است.

۲۳- نمودار بودی مطابق شکل زیر داده شده است. تابع تبدیل سیستم کدام است؟



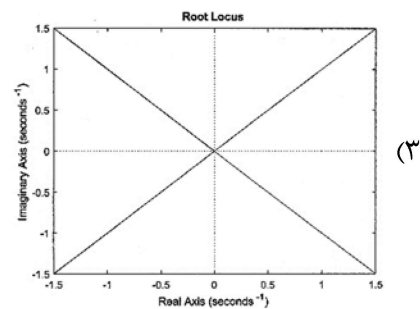
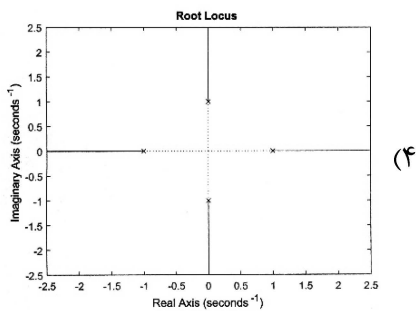
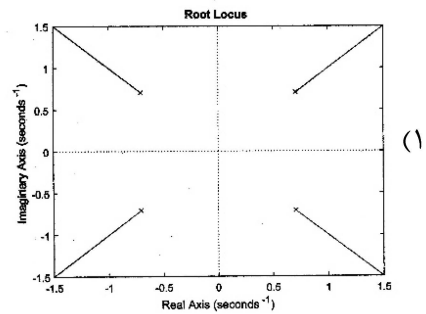
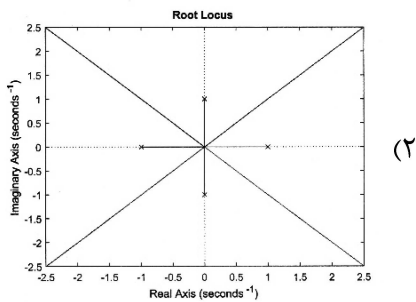
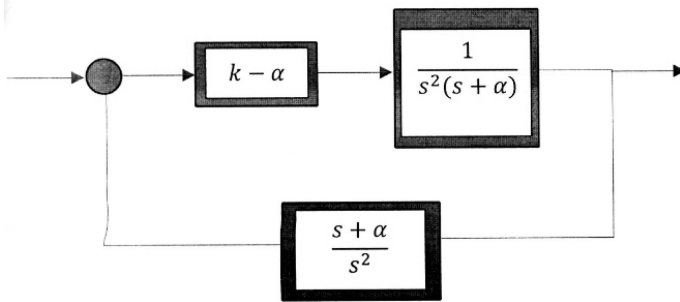
$$(1) \frac{(1+2s)(s^2+3s+25)}{s^2(1+0.2s)}$$

$$(2) \frac{(1+0.3s)(s^2+3s+25)}{s^2(1+0.2s)}$$

$$(3) \frac{(1-2s)(s^2+3s+25)}{s^2(1+0.2s)}$$

$$(4) \frac{(1-0.3s)(s^2+3s+25)}{s^2(1+0.2s)}$$

۲۴- مکان ریشه‌های سیستم زیر به ازای $\alpha \geq 0$ و تغییرات $k \in (-\infty, +\infty)$ کدام مورد زیر نمی‌تواند باشد؟



۲۵- با فرض بهره حلقه $L(s) = \frac{a(s)}{b(s)}$ در یک سیستم کنترل با فیدبک واحد منفی، می‌خواهیم نمودار مکان ریشه را به‌ازای تغییر

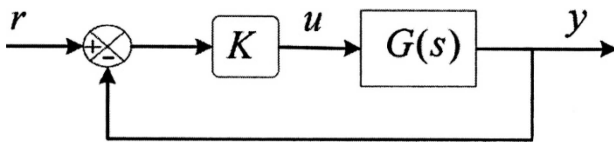
بهره تناسبی K در بازه $-\infty < K < \infty$ رسم کنیم. برای محاسبه نقاط شکست معادله $a(s) \frac{db(s)}{ds} = b(s) \frac{da(s)}{ds}$ را حل

کرده و می‌دانیم $s = s_0$ در این معادله صدق می‌کند. کدام مورد نادرست است؟

- (۱) اگر s_0 عدد حقیقی و منفی باشد، $s = s_0$ نقطه شکست نمودار مکان ریشه نیست.
- (۲) اگر s_0 عدد حقیقی و مثبت باشد، $s = s_0$ نقطه شکست نمودار مکان ریشه است.
- (۳) اگر s_0 عدد مختلط باشد، ممکن است نقطه شکست نمودار مکان ریشه باشد.
- (۴) اگر s_0 جزو نمودار مکان ریشه باشد، حتماً نقطه شکست است.

۲۶- سیستم کنترل نمایش داده‌شده در شکل را به‌ازای $K = 5$ و $G(s) = \frac{s+2}{s(s+1)}$ در نظر بگیرید. با فرض اعمال ورودی

پله، مقدار انتگرال $I = \int_0^{\infty} u(t) dt$ کدام است؟ (سیگنال u در شکل مشخص شده است و $y(0) = 0$).



- (۱) ۰/۲۵
- (۲) ۰/۵
- (۳) ۱
- (۴) ۲

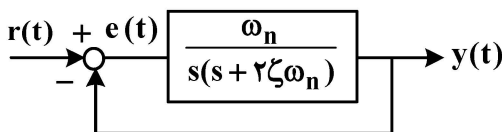
۲۷- منحنی مکان هندسی سیستمی با تابع تبدیل $G(s) = \frac{s+z}{(s+p)^2}$ که در آن z و p مقادیر مثبت هستند، می‌تواند

شامل کدام مورد باشد؟

- (۱) دایره‌ای به مرکز Z و شعاع $r = p - z$
- (۲) یک بیضی به مرکز Z و شعاع کوچک $r = p - z$
- (۳) دایره‌ای به مرکز Z و شعاع $r = z - p$
- (۴) یک بیضی به مرکز Z و شعاع کوچک $r = z - p$

۲۸- سیستم زیر که در حالت میرای بحرانی قرار دارد را در نظر بگیرید. حساسیت خطا نسبت به فرکانس نوسانات طبیعی

با اعمال ورودی پله پس از گذشت دو ثانیه کدام است؟

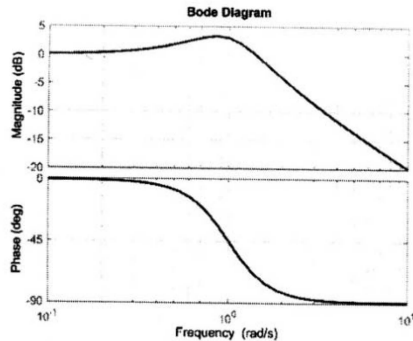


- (۱) $\frac{-4\omega_n}{1+2\omega_n}$
- (۲) $\frac{-2\omega_n^2}{1+2\omega_n}$
- (۳) $\frac{-2\omega_n}{1+2\omega_n}$
- (۴) $\frac{-4\omega_n^2}{1+2\omega_n}$

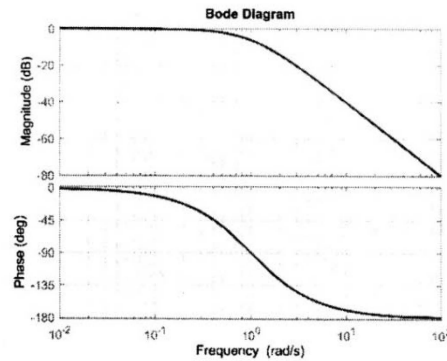
۲۹- یک تابع تبدیل، اکیداً حقیقی مثبت (SPR) نامیده می‌شود، اگر و فقط اگر:

• تابع تبدیل $G(s)$ اکیداً پایدار باشد و $\forall \omega > 0, \text{Re}\{G(j\omega)\} \geq 0$

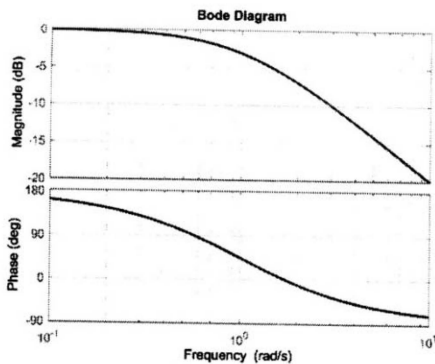
با عنایت به این توضیح؛ کدام مورد، نمودار بودی (Bode) یک تابع تبدیل SPR است؟



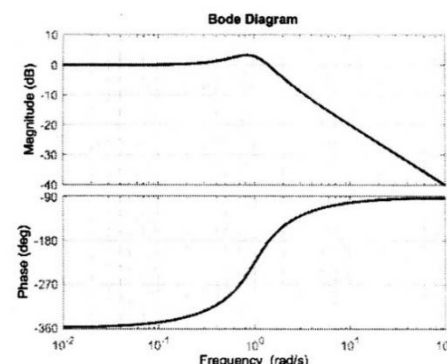
(۲)



(۱)



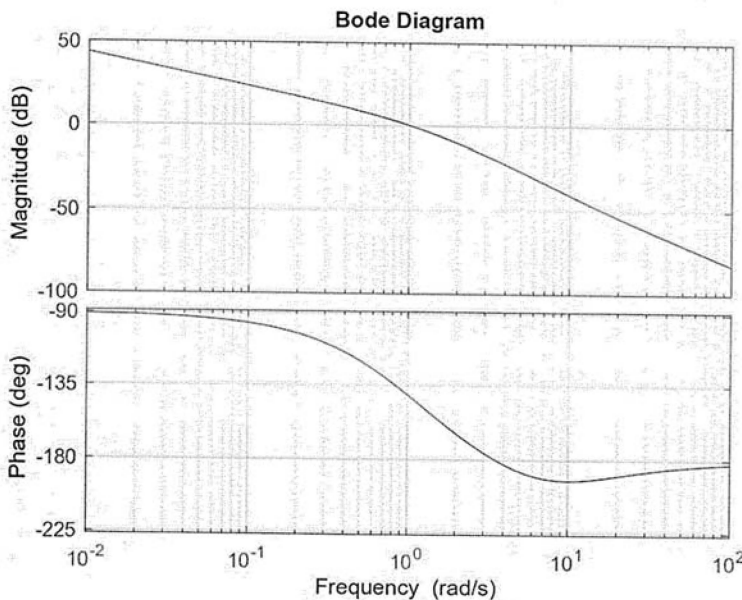
(۴)



(۳)

۳۰- دیاگرام بودی (Bode) تابع تبدیل حلقه یک سیستم فیدبک واحد منفی در شکل نشان داده شده است. سیستم

حلقه بسته به‌ازای دارد.



(۱) $(k > k_1, k > 0)$ دو ریشه سمت راست و به‌ازای $k < 0$ یک ریشه سمت راست

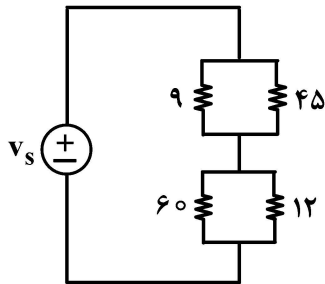
(۲) $(k > k_1, k > 0)$ یک ریشه سمت راست و به‌ازای $k < 0$ دو ریشه سمت راست

(۳) $k > 0$ پایدار است و برای $k < 0$ یک ریشه سمت راست

(۴) $(k > k_1, k > 0)$ و $k < 0$ یک ریشه سمت راست

راهنمایی: داوطلب گرامی می‌بایست از میان دروس «مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)» به شماره سؤال‌های ۳۱ تا ۴۵ در صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴ یا «دینامیک» شماره سؤال‌های ۴۶ تا ۶۰ در صفحه‌های ۱۴ تا ۱۷، فقط یک درس را انتخاب نموده و به آن پاسخ دهد.

مدارهای الکتریکی (۱ و ۲):



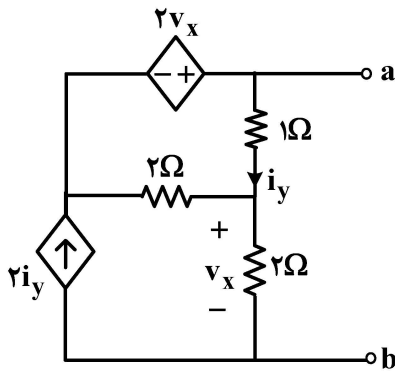
۳۱- در مدار زیر، جریان کدام دو مقاومت، برابر است؟ (واحد همه مقاومت‌ها اهم است).

(۱) ۹ و ۱۲

(۲) ۹ و ۴۵

(۳) ۹ و ۶۰

(۴) هیچ دو مقاومتی، جریان برابر ندارند.



۳۲- مقاومت دیده‌شده از دو سر a و b، چند اهم است؟

(۱) $\frac{4}{3}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۳) $-\frac{3}{4}$

(۴) $-\frac{4}{3}$

۳۳- شبکه‌های N_1 و N_2 ، از عناصر مقاومتی خطی تغییرناپذیر با زمان و مثبت تشکیل شده‌اند. به‌ازای $i_s = 2 + \cos t$

و $v_s = 1 + \cos 2t$ داریم: $i_1 = 8 + 2 \cos 2t + 3 \cos t$. اگر $v_s = 0$ و $i_s = \cos 2t + 2 \cos 3t$ باشد، جریان i_1

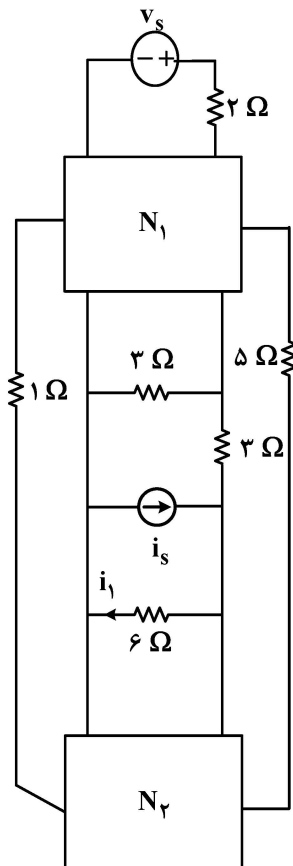
کدام است؟

(۱) $3 \cos 2t - 6 \cos 3t$

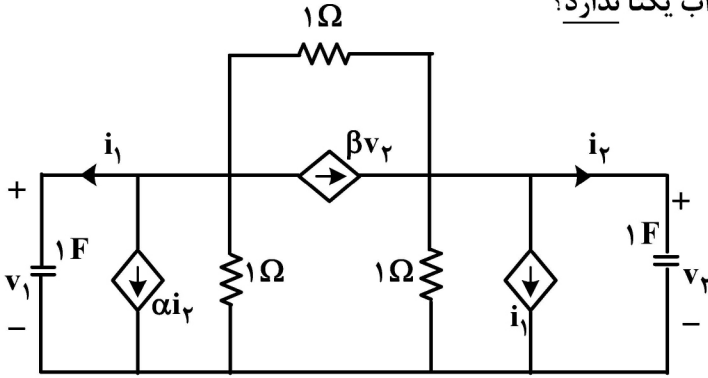
(۲) $3 \cos 2t + 6 \cos 3t$

(۳) $3 \cos 3t + 6 \cos 2t$

(۴) قابل محاسبه نیست.

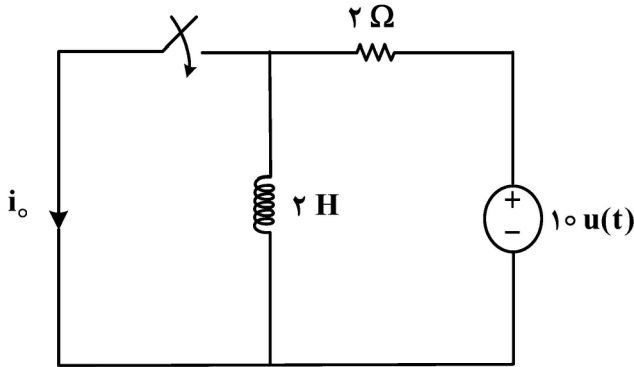


۳۴- به ازای کدام مقادیر α و β ، به ترتیب، مدار جواب یکتا ندارد؟



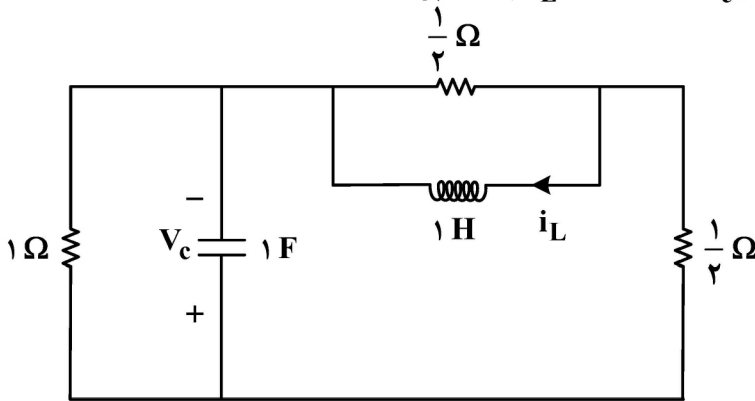
- (۱) ۱، ۱
- (۲) ۱، ۳
- (۳) ۳، ۱
- (۴) ۲، ۲

۳۵- در مدار زیر، کلید در لحظه $t = 2s$ بسته می شود. اگر جریان اولیه سلف در $t = 0^-$ صفر باشد، جریان i_o در لحظات بعد از بسته شدن کلید، کدام است؟



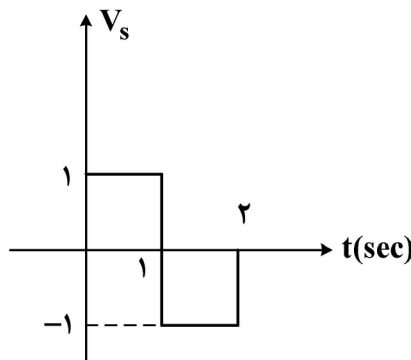
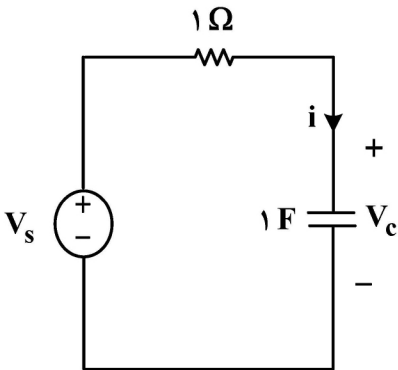
- (۱) $5e^{-2}$
- (۲) $5e^{-1}$
- (۳) ۵
- (۴) $5(1 - e^{-2})$

۳۶- اگر در مدار زیر، $V_c(0^+) = 2V$ و $V_c'(0^+) = 3 \frac{V}{s}$ باشد، $i_L(0^+)$ چند آمپر است؟



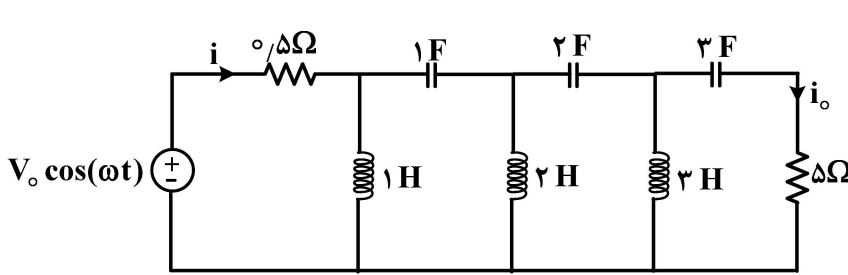
- (۱) -۱۸
- (۲) -۱۴
- (۳) ۱۴
- (۴) ۱۸

۳۷- در مدار زیر، مقدار $i(2^+) - i(2^-)$ چند آمپر است؟ (ولتاژ اولیه خازن، صفر است.)



- (۱) -۱
- (۲) -0.5
- (۳) 0.5
- (۴) ۱

۳۸- اگر در مدار زیر، در حالت دائمی سینوسی داشته باشیم: $i(t) = \frac{V_o}{2} \cos(\omega t - 60^\circ)$. دامنه جریان خروجی $i_o(t)$ در



حالت دائمی سینوسی، کدام است؟

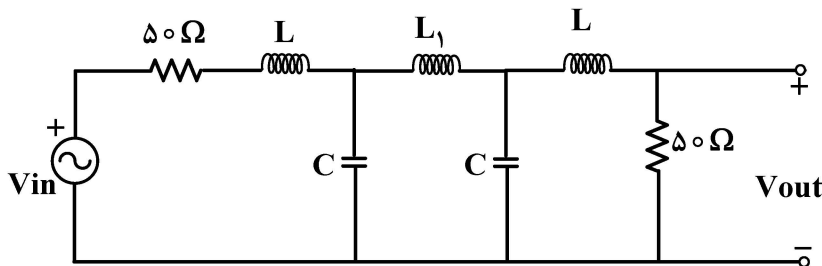
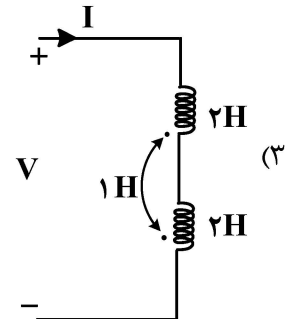
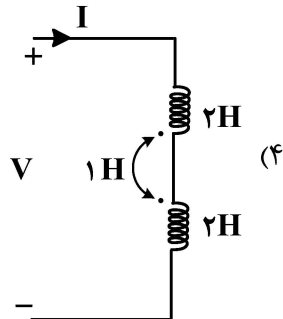
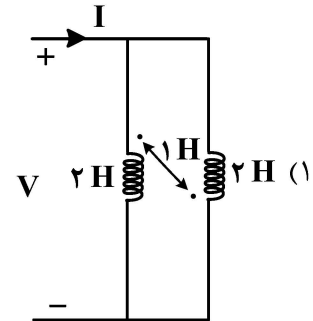
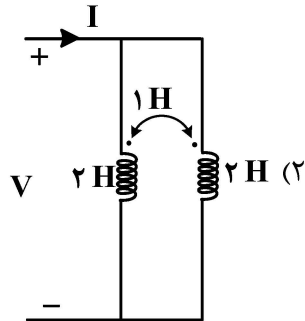
(۱) $\frac{V_o}{2\sqrt{10}}$

(۲) $\frac{V_o}{\sqrt{20}}$

(۳) $\frac{V_o}{2}$

(۴) $\frac{V_o}{\sqrt{2}}$

۳۹- کدام مدار، اندوکتانس معادل ورودی بزرگتری دارد؟



۴۰- نوع فیلتر مدار زیر، کدام است؟

(۱) بالاگذر

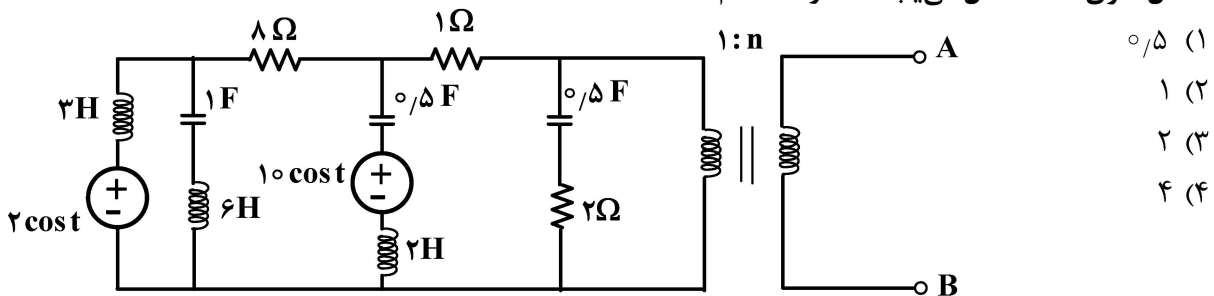
(۲) میانگذر

(۳) میاننگذر

(۴) پایینگذر

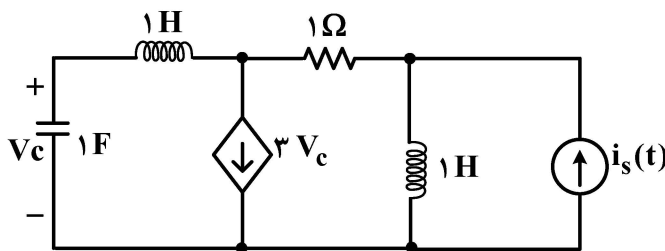
۴۱- در مدار زیر، اگر به دو سر AB یک مقاومت R سری با سلف $L = \frac{1}{13} H$ وصل شود، حداکثر توان متوسط به این

اتصال سری RL انتقال می‌یابد. مقدار n، کدام است؟



- (۱) ۰/۵
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۴

۴۲- فرکانس‌های طبیعی مدار زیر، کدام‌اند؟



- (۱) $\pm j$
- (۲) $-1 \pm j$
- (۳) صفر و $\pm j$
- (۴) صفر و $-1 \pm j$

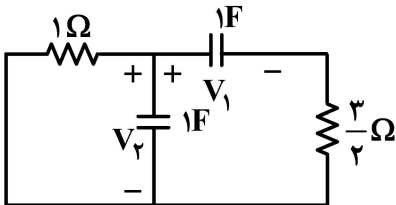
۴۳- در یک مدار با مقاومت‌های خطی تغییرناپذیر با زمان پسیو، ماتریس ادمیتانس گره در دستگاه معادلات گره، به صورت زیر

است. مقاومت دیده‌شده میان گره‌های ۲ و ۳، چند اهم است؟

$$Y_n = \begin{bmatrix} 5 & -2 & -1 \\ -2 & 6 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

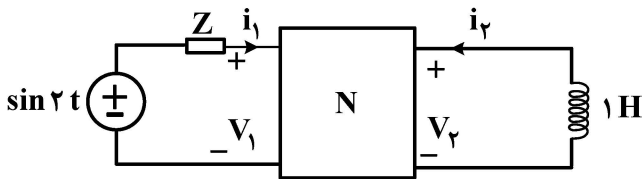
- (۱) $\frac{21}{11}$
- (۲) $\frac{21}{22}$
- (۳) $\frac{21}{33}$
- (۴) $\frac{21}{37}$

۴۴- در مدار زیر، به ازای شرایط اولیه مختلف، کدام مورد در خصوص مسیر حالت به جز مبدأ درست است؟



- (۱) ممکن است در یک نقطه یکی از دو محور افقی و قائم را قطع کند.
- (۲) همواره در یک نقطه هریک از دو محور افقی و قائم را قطع می‌کند.
- (۳) بی‌نهایت بار هر دو محور افقی و قائم را قطع می‌کند.
- (۴) هیچ‌گاه دو محور افقی و قائم را قطع نمی‌کند.

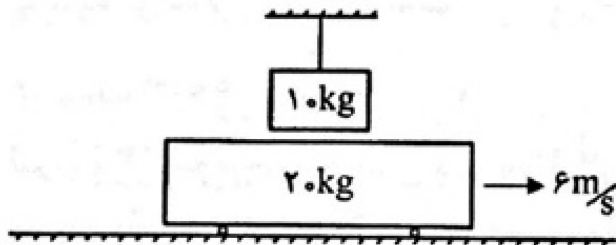
۴۵- در مدار زیر، پارامترهای امپدانس دوقطبی N به صورت $Z = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ است. امپدانس Z در فرکانس ۲ رادیان بر ثانیه چقدر باشد تا توان متوسط تحویل داده شده به آن، ماکزیمم شود؟



- (۱) $1 - 2j$
- (۲) $1 - j$
- (۳) $1 + j$
- (۴) $1 + 2j$

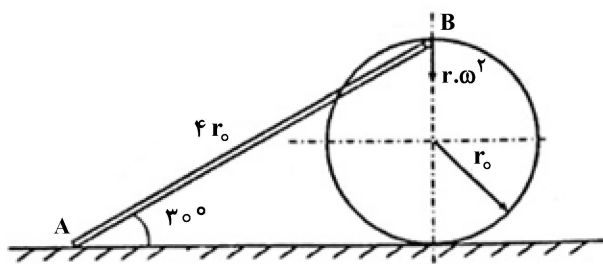
دینامیک:

۴۶- یک گاری به جرم ۲۰ kg با سرعت $6 \frac{m}{s}$ به سمت راست حرکت می کند. در این هنگام طناب بریده می شود و قطعه ۱۰ کیلوگرمی روی گاری می افتد. چنانچه ضریب اصطکاک بین گاری و قطعه ۰/۲۵ باشد و فرض کنیم که قطعه ۱۰ کیلوگرمی قبل از ترک گاری روی آن بایستد، سرعت مشترک قطعه و گاری در هنگام ایستادن قطعه روی گاری چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) صفر
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) ۸

۴۷- در مکانیزم زیر، دیسک به شعاع r_0 با سرعت زاویه ای ثابت ω روی سطح افقی دارای حرکت غلتشی خالص است. انتهای A میله AB به طول $4r_0$ روی سطح افقی لغزیده و انتهای B آن به محیط دیسک لولا شده است. شتاب زاویه ای میله AB در لحظه نشان داده شده کدام است؟ (جهت مثلثاتی مثبت فرض شده است.)

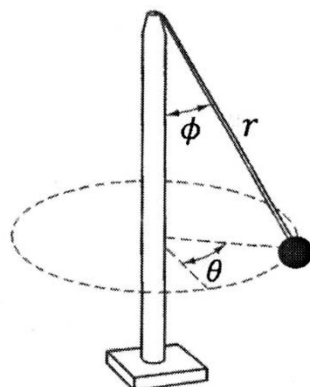


- (۱) $-\omega^2$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{6} \omega^2$
- (۳) $-\frac{\sqrt{3}}{6} \omega^2$
- (۴) ω^2

۴۸- گوی کوچک زیر به انتهای طنابی متصل شده و طناب با سرعت ثابت به داخل لوله قائم کشیده می شود. در لحظه ای که طول طناب ۲ m می شود، $\phi = 30^\circ$ ، $\theta = 0^\circ$ و بردار سرعت و شتاب گوی در مختصات کروی به صورت زیر است. شعاع انحنای مسیر گوی در این لحظه چند متر است؟

$$v = -2\hat{e}_r - 2\hat{e}_\phi \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$a = -10\hat{e}_r - 5\hat{e}_\theta \left(\frac{m}{s^2}\right)$$



- (۱) $\frac{1}{5\sqrt{3}}$
- (۲) ۱
- (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{8}$
- (۴) ۲

۴۹- فرض کنید نقطه C مرکز آنی دوران (مرکز آنی سرعت - صفر) یک جسم صلب در حرکت صفحه‌ای باشد. کدام رابطه نادرست است؟ (I_C گشتاور اصلی جرم حول نقطه C با محور اصلی عمود بر صفحه حرکت، ω سرعت زاویه‌ای و α شتاب زاویه‌ای جسم صلب است.)

(۱) $T = \frac{1}{2} I_C \omega^2$: انرژی جنبشی

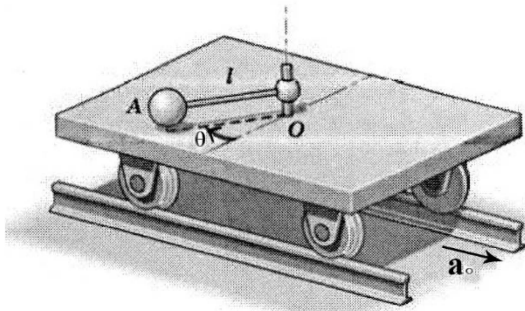
(۲) $\sum M_C = I_C \alpha$: گشتاور

(۳) $H_C = I_C \omega$: اندازه حرکت زاویه‌ای

(۴) $a_C \neq 0$: شتاب

۵۰- گوی A به جرم ۱۰ kg به میله سبک وزن به طول $l = 0.8 \text{ m}$ متصل شده است. مجموعه گوی - میله می‌تواند آزادانه حول محور قائمی که از نقطه O می‌گذرد دوران کند. در ابتدا، ارا به، میله و گوی در موقعیت $\theta = 0$ در حالت سکون هستند

تا اینکه به ارا به شتاب ثابت $a_0 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ داده می‌شود. نیروی کششی در میله در موقعیت $\theta = \frac{\pi}{2}$ چند نیوتن است؟



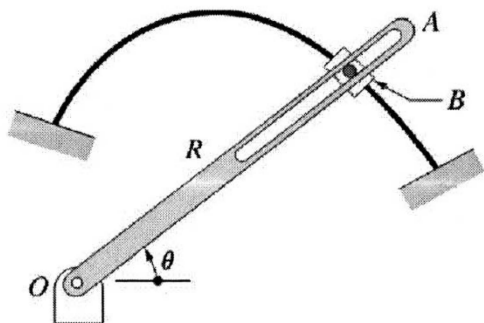
(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۱۰

(۳) ۱۰۰

(۴) ۹۰

۵۱- لغزنده B روی میله قوسی شکل زیر حرکت می‌کند به طوری که $R = 0.3 - 0.4 \left(\frac{\theta}{\pi} \right)$ بر حسب متر و سرعت زاویه‌ای میله ثابت و برابر ۲ رادیان بر ثانیه است. وقتی $\theta = 90^\circ$ می‌شود، مؤلفه‌های سرعت لغزنده B در امتداد (V_R) و در عمود بر میله OA (V_Q) به ترتیب، چند متر بر ثانیه هستند؟



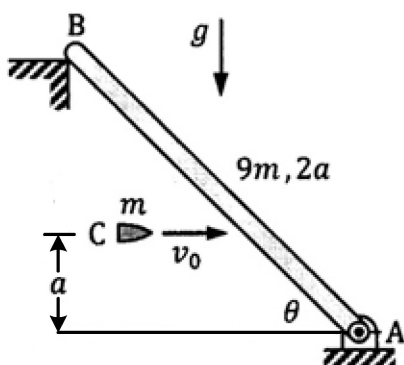
(۱) $0.4, \frac{-0.8}{\pi}$

(۲) $0.2, \frac{0.8}{\pi}$

(۳) $0.4, \frac{0.8}{\pi}$

(۴) $0.2, \frac{-0.8}{\pi}$

۵۲- میله صلب و باریک AB به جرم ۹ m و طول ۲a در وضعیت $\theta = 45^\circ$ در صفحه قائم، در حال سکون است. مطابق شکل، گلوله C به جرم m با سرعت v_0 به میله برخورد کرده و به آن می‌چسبد. سرعت زاویه‌ای میله، درست در



لحظه چسبیدن گلوله به آن چند برابر $\frac{v_0}{a}$ است؟

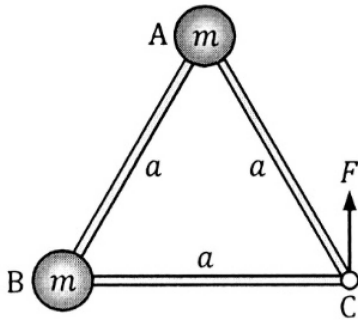
(۱) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{3}{10}$

(۳) $\frac{1}{14}$

(۴) $\frac{3}{40}$

۵۳- در دو گوشه A و B از قاب صلب و سبک، به شکل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a، دو جرم کوچک m متصل شده است. قاب و جرم‌ها روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال سکون هستند. مطابق شکل، به گوشه C از قاب نیروی $F = mg$ وارد می‌شود. اندازه و جهت شتاب زاویه‌ای قاب در لحظه نخست کدام است؟



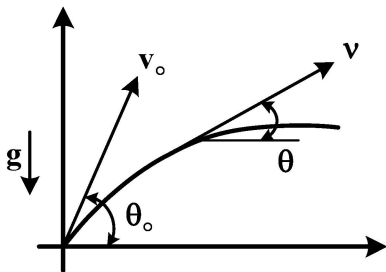
(۱) $\alpha = \frac{g}{a}$ ساعت گرد

(۲) $\alpha = \frac{3}{2} \frac{g}{a}$ ساعت گرد

(۳) $\alpha = \frac{3}{2} \frac{g}{a}$ پادساعت گرد

(۴) $\alpha = \frac{g}{a}$ پادساعت گرد

۵۴- پرتابه‌ای با سرعت v_0 تحت زاویه $\theta = \theta_0$ پرتاب شده است و در میدان جاذبه ثابت g حرکت می‌کند. شعاع انحنای مسیر پرتابه بر حسب پارامتر مسیر θ کدام است؟



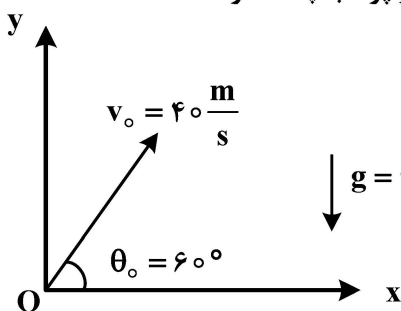
(۱) $\frac{v_0^2 \cos \theta_0}{g \cos \theta \sin \theta}$

(۲) $\frac{v_0^2 \cos^2 \theta_0}{g \cos^3 \theta}$

(۳) $\frac{v_0^2 \cos \theta_0}{g \cos^2 \theta}$

(۴) $\frac{v_0^2 \cos^2 \theta_0}{g \cos^2 \theta \sin \theta}$

۵۵- پرتابه‌ای با شرایط اولیه زیر پرتاب می‌شود. بادی افقی به سمت چپ می‌وزد که باعث ایجاد شتاب ثابت $a_x = -2 \frac{m}{s^2}$ برای پرتابه می‌شود. شعاع انحنای مسیر حرکت پرتابه درست در لحظه بعد از پرتاب چند متر است؟



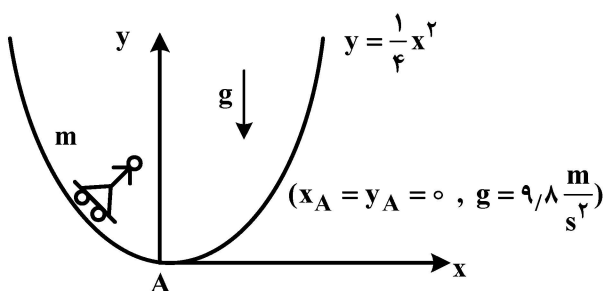
(۱) ۵۰۴

(۲) ۳۲۶

(۳) بی‌نهایت

(۴) صفر

۵۶- با فرض جرم ذره‌ای ۵۰ kg و اسکیت بُرد در حال حرکت بر روی مسیر زیر، نیروی عکس‌العمل مسیر در لحظه‌ای که از نقطه A عبور می‌کند، چند نیوتن است؟ (سرعت عبور از نقطه A، ۱۰ متر بر ثانیه است.)



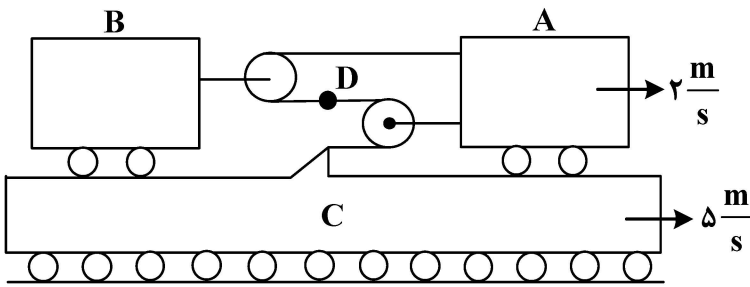
(۱) ۴۹۰

(۲) ۱۷۴۰

(۳) ۲۹۹۰

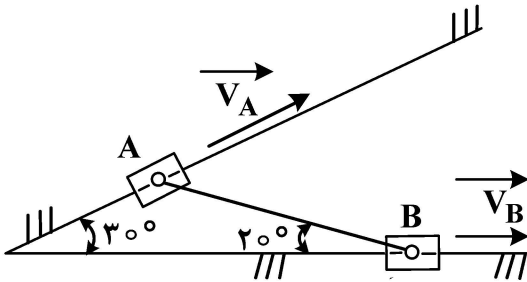
(۴) ۴۲۴۰

۵۷- در شکل زیر سرعت بلوک A، $2 \frac{m}{s}$ به سمت راست و سرعت بلوک C، $5 \frac{m}{s}$ به سمت راست است. سرعت نقطه D روی طناب چند $\frac{m}{s}$ و به کدام سمت است؟



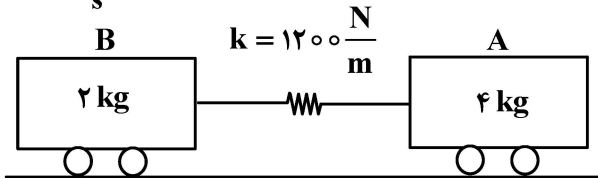
- (۱) چپ، 0.5
- (۲) راست، 1
- (۳) چپ، 1
- (۴) راست، 0.5

۵۸- در مکانیزم زیر، سرعت لغزنده A برابر $1 \frac{m}{s}$ است. اگر میله AB صلب باشد، سرعت لغزنده B چند $\frac{m}{s}$ است؟



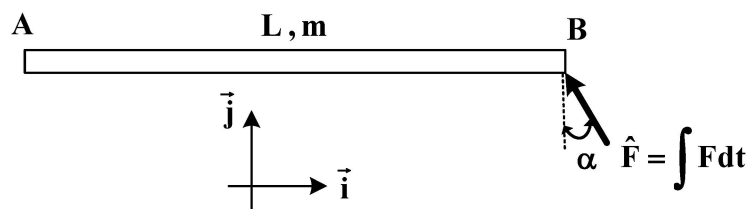
- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2 \cos 50^\circ}$
- (۲) $\frac{2 \cos 50^\circ}{\sqrt{3}}$
- (۳) $\frac{\cos 20^\circ}{\cos 50^\circ}$
- (۴) $\frac{\cos 50^\circ}{\cos 20^\circ}$

۵۹- دو جسم A و B از طریق فنری با سختی $k = 1200 \frac{N}{m}$ به هم متصل شده‌اند. دو جسم را به هم نزدیک می‌کنیم تا فنر به اندازه 100 mm فشرده شود و در همین حالت فشردگی به کل سیستم به سمت راست سرعت داده و سیستم را رها می‌کنیم. در لحظاتی که فنر به طول آزاد خود می‌رسد، سرعت دو جسم نسبت به هم چند $\frac{m}{s}$ است؟ (از اصطکاک صرف نظر شود.)



- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

۶۰- میله باریک و یکنواخت AB به طول L و جرم m ابتدا در حالت سکون است. ضربه \hat{F} تحت زاویه α به انتهای B مطابق شکل وارد می‌شود. سرعت نقطه B کدام است؟



- (۱) $\frac{\hat{F}}{m}(-\sin \alpha \vec{i} + 4 \cos \alpha \vec{j})$
- (۲) $\frac{\hat{F}}{m}(-\sin \alpha \vec{i} + 2 \cos \alpha \vec{j})$
- (۳) $\frac{\hat{F}}{2m}(-\sin \alpha \vec{i} + \cos \alpha \vec{j})$
- (۴) $\frac{\hat{F}}{3m}(\sin \alpha \vec{i} + 3 \cos \alpha \vec{j})$

