

کد کنترل

504

A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمکز) – سال ۱۴۰۰

دفترچه شماره (۱)

صبح جمعه

۹۹/۱۲/۱۵



جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

رشته مهندسی مکانیک – دینامیک، کنترل و ارتعاشات – (کد ۳۳۲۳)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: – ریاضیات مهندسی – دینامیک پیشرفته – ارتعاشات پیشرفته – کنترل پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق جاب، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مختلفین برابر مقررات و قرار می‌شود.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) - کد (۲۳۲۳)

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- اگر در بازه $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ تساوی $x - [x] - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi}{l} x + b_n \sin \frac{n\pi}{l} x)$ برقرار باشد، حاصل

$$\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos \frac{n\pi}{4l} + b_n \sin \frac{n\pi}{4l})$$

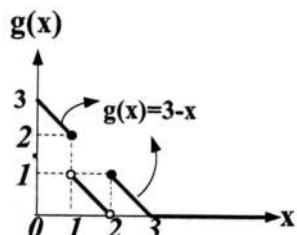
$\frac{3}{2\pi}$ (۴)

$\frac{2}{3\pi}$ (۳)

$\frac{-2}{3\pi}$ (۲)

$\frac{-3}{2\pi}$ (۱)

۲- با توجه به معادله انتگرالی $g(x) = \int_0^\infty h(t) \cos(xt) dt$ ، مقدار $h(\pi)$ کدام است؟



$\frac{2}{\pi}$ (۱)

$\frac{2}{\pi^3}$ (۲)

$\frac{4}{\pi^2}$ (۳)

$\frac{4}{\pi^3}$ (۴)

۳- اگر تبدیل فوریهٔ تابع $f(t) = e^{-\alpha|t|}$ بهزای $\omega > 0$ برابر $F(\omega) = \frac{2\alpha}{\omega^2 + \alpha^2}$ باشد، حاصل انتگرال

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 2x + 10)}$$

$\frac{\pi}{18}$ (۴)

$\frac{\pi}{24}$ (۳)

$\frac{\pi}{36}$ (۲)

$\frac{\pi}{54}$ (۱)

۴- مقدار β در معادله دیفرانسیل $g''(t) + (\alpha + \beta t^r)g(t) = 0$ ، چقدر باشد، تا اتحاد

$$g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-2ixt} dt$$

$-\pi^2$ (۴)

$-4\pi^2$ (۳)

$2\pi^2$ (۲)

2π (۱)

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) - کد (۲۳۲۳)

-۵ اگر $P_n(x)$ چندجمله‌ای لژاندر درجه n باشد، حاصل $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{P_n(0)}{r^n}$ ، کدام است؟

$2\sqrt{5}$ (۴)

$\sqrt{5}$ (۳)

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ (۲)

$\frac{1}{\sqrt{5}}$ (۱)

-۶ فرض کنید $J_{\frac{1}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin x$ یک عدد حقیقی ناصرف شود؟
(نمایش تابع بسل است.)

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

-۷ اگر تابع گرین (Green) متناظر با جواب مسئله $\begin{cases} y'' + 2y + y = x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$ به صورت $G(x,t) = g(x,t)e^{-(x+t)}$ باشد، $g(x,t)$ کدام است؟

$$\begin{cases} x & 0 \leq x \leq t \\ \frac{t(1-x)}{1-t} & t < x \leq 1 \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} \frac{t(1-x)}{1-t} & 0 \leq x \leq t \\ x & t < x \leq 1 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} t(1-x) & 0 \leq x \leq t \\ x & t < x \leq 1 \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} x & 0 \leq x \leq t \\ t(1-x) & t < x \leq 1 \end{cases} \quad (۴)$$

-۸ مسئله انتقال حرارت در حالت پایدار (مانا) روی یک صفحه رسانای نیم‌دایره‌ای شکل به مرکز مبدأ مختصات و شعاع $a > 0$ به صورت $\nabla^2 u(r, \theta) = 0$. را در نظر بگیرید. اگر $u(a, \theta) = T$ و $u(r, 0) = u(r, \pi) = 0$ باشند،

مقدار دمای صفحه در نقطه $(\frac{a}{2}, \frac{\pi}{2})$ ، کدام است؟

$$\frac{T}{2\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4} \quad (۲)$$

$$\frac{T}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^4} \quad (۱)$$

$$\frac{T}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k+1)^4} \quad (۴)$$

$$\frac{T}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^4} \quad (۳)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۴

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متاخر) - کد (۲۳۲۳)

-۹ جواب معادله دیفرانسیل زیر با شرایط اولیه داده شده، کدام است؟

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} + \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} + \sin t = 0, & x > 0, t > 0 \\ w(0,t) = 0, & t \geq 0 \\ w(x,0) = x, & x \geq 0 \end{cases}$$

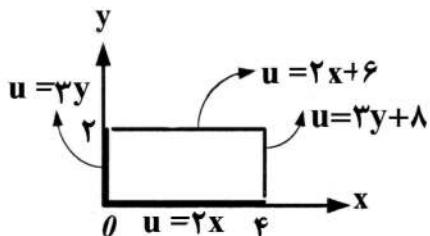
$$\frac{1}{2}(e^{-t} + \cos t + \sin t)x \quad (2)$$

$$\frac{1}{4}(2e^{-t} + 2\cos t - \sin t)x \quad (1)$$

$$\frac{1}{2}(e^{-t} + \cos t - \sin t)x \quad (4)$$

$$\frac{1}{4}(2e^{-t} + 2\cos t + \sin t)x \quad (3)$$

-۱۰ مسئله پتانسیل $\nabla^2 u = 0$ را با شرایط کرانه‌ای داده شده مطابق شکل زیر، در نظر بگیرید. حاصل $u(1, 2/5) - u(3, 0/5)$ کدام است؟



-۷/۵ (۱)

۰ (۲)

۱/۵ (۳)

۲ (۴)

-۱۱ حاصل $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x dx}{x(x^2+1)}$ کدام است؟

$$\pi(2 + e^{-1}) \quad (4)$$

$$\pi(1 + e^{-1}) \quad (3)$$

$$\pi(2 - e^{-1}) \quad (2)$$

$$\pi(1 - e^{-1}) \quad (1)$$

-۱۲ با استفاده از اتحاد $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} (1+i)^n = \sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q}; |q| < 1$ ، حاصل است؟

$$i+1 \quad (4)$$

$$i-1 \quad (3)$$

$$1-i \quad (2)$$

$$i \quad (1)$$

-۱۳ حاصل $\frac{1}{\pi i} \oint_{|z|=2} (z+1)^{-1} \sinh \frac{1}{z-1} dz$ کدام است؟

$$12(4)$$

$$16(3)$$

$$18(2)$$

$$24(1)$$

-۱۴ مانده تابع $f(z) = \frac{z^{-1}}{z^2 - 2z \cosh h + 1}$ در دیسک $|z| < 1/5$ ، حول نقطه $z=0$ ، کدام است؟

$$\frac{e^{-h} - e^h}{2 \sinh h} \quad (4)$$

$$\frac{e^h - e^{-h}}{2 \sinh h} \quad (3)$$

$$\frac{-1}{2e^h \sinh h} \quad (2)$$

$$\frac{-1}{2e^{-h} \sinh h} \quad (1)$$

-۱۵ با فرض $c \neq n\pi$ ، منحنی $w = u + iv = \sin^{-1} z$ ، تحت نگاشت $\frac{x^2}{\sin^2 c} - \frac{y^2}{\cos^2 c} = 1$ ، به کدام منحنی تبدیل می‌شود؟

$$v=c \text{ خط} \quad (4)$$

$$u=c \text{ خط} \quad (3)$$

$$2) \text{ هذلولی}$$

$$1) \text{ بیضی}$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۵

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) - کد (۲۳۲۳)

- ۱۶- یک توپ از ارتفاع ۳ متر بر روی یک زمین مسطح رها می‌شود. مقدار ϵ برابر 90° است. پس از چند ثانیه توپ از حرکت بالا و پایین رفتن می‌ایستد؟

۸/۴۱ (۲)

$$\sqrt{\frac{6}{9/81}} \quad (1)$$

(۴) بی‌نهایت

۱۴/۸۶ (۳)

- ۱۷- تانسور اینرسی جسمی به صورت $[I] = \frac{2}{3}ma^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{\pi} \\ 0 & -\frac{1}{\pi} & 1 \end{bmatrix}$ است. اینرسی‌های اصلی آن کدام‌اند؟

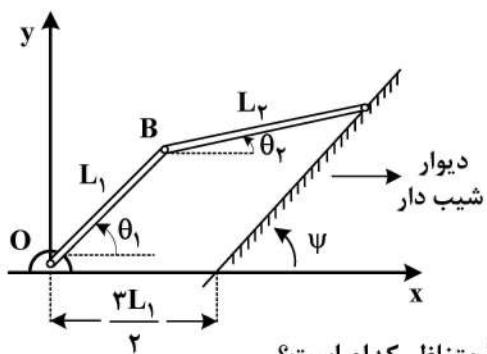
$$\frac{2}{3}ma^2, \frac{2}{3}ma^2 \left(\frac{\pi-1}{\pi}\right), 0 \quad (1)$$

$$\frac{2}{3}ma^2, 0, \frac{2}{3}ma^2 \left(\frac{\pi+1}{\pi}\right) \quad (2)$$

$$\frac{2}{3}ma^2, \frac{2}{3}ma^2 \left(\frac{\pi}{\pi-1}\right), \frac{2}{3}ma^2 \left(\frac{\pi}{\pi+1}\right) \quad (3)$$

$$\frac{2}{3}ma^2, \frac{2}{3}ma^2 \left(\frac{\pi-1}{\pi}\right), \frac{2}{3}ma^2 \left(\frac{\pi+1}{\pi}\right) \quad (4)$$

- ۱۸- در شکل زیر نوک یک مکانیزم دو لینکی بر روی یک سطح شیب دار قرار گرفته است. قید به وجود آمده ناشی از این تماس در فرم سرعت، کدام است؟

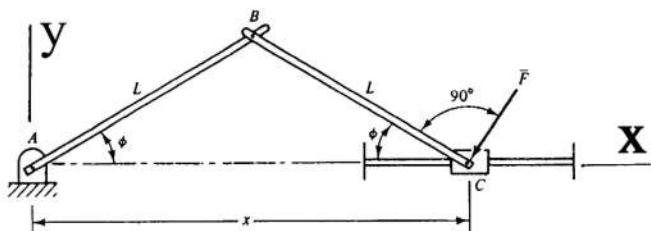


$$L_1 \dot{\theta}_1 (c\theta_1 c\psi - s\theta_1 s\psi) + L_2 \dot{\theta}_2 (c\theta_2 c\psi - s\theta_2 s\psi) \quad (1)$$

$$L_1 \dot{\theta}_1 (c\theta_1 c\psi + s\theta_1 s\psi) + L_2 \dot{\theta}_2 (c\theta_2 c\psi - s\theta_2 s\psi) \quad (2)$$

$$L_1 \dot{\theta}_1 (c\theta_1 c\psi + s\theta_1 s\psi) + L_2 \dot{\theta}_2 (c\theta_2 c\psi + s\theta_2 s\psi) \quad (3)$$

- ۱۹- با در نظر گرفتن ϕ به عنوان مختصه تعمیم‌یافته، نیروی تعمیم‌یافته متناظر کدام است؟



$$Q_\phi = 2FL \sin^2 \phi \quad (1)$$

$$Q_\phi = FL \sin \phi \quad (2)$$

$$Q_\phi = FL \cos \phi \quad (3)$$

$$Q_\phi = 2FL \cos^2 \phi \quad (4)$$

- ۲۰- در ماتریس دوران R ، کدام گزینه صحیح است؟ $d\phi_x$ و $d\phi_y$ حرکت دورانی کوچک هستند.

$$R(d\phi_y)R(d\phi_x) = R(d\phi_x)R(d\phi_y), R = R^{-1} \quad (1)$$

$$R(d\phi_y)R(d\phi_x) = R(d\phi_x)R(d\phi_y), R^T = R^{-1} \quad (2)$$

$$R(d\phi_y)R(d\phi_x) \neq R(d\phi_x)R(d\phi_y), R^T = R^{-1} \quad (3)$$

$$R(d\phi_y)R(d\phi_x) \neq R(d\phi_x)R(d\phi_y), R = R^{-1} \quad (4)$$

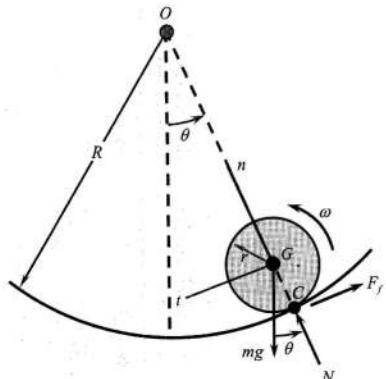
پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۶

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) - کد (۲۳۲۳)

- ۲۱ یک گوی به جرم m و شعاع r بدون لغزش داخل یک سطح انحنای دایره‌ای به شعاع R می‌غلتد (غلتش خالص). کدام یک از روابط زیر معادله حرکت گوی را به صورت تابعی از θ نتیجه می‌دهد؟ (توجه: در شکل زیر N نیروی عمود بر سطح، F_f نیروی اصطکاک و ω سرعت زاویه‌ای گوی هستند. همچنین ممان اینرسی گوی حول مرکز جرم و نقطه تماس به ترتیب با I_G و I_C نشان داده شده است).



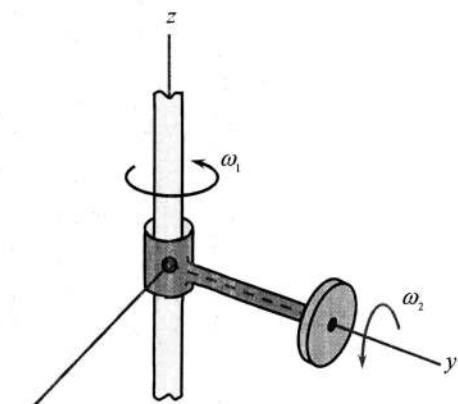
$$(I_G + mr^2)R\ddot{\theta} + mg(R - r)\sin\theta = 0 \quad (1)$$

$$I_C(R - r)\ddot{\theta} + mgr^2\sin\theta = 0 \quad (2)$$

$$(I_C - mr^2)R\ddot{\theta} + mg(R - r)\sin\theta = 0 \quad (3)$$

$$(I_C - mr^2)(R - r)\ddot{\theta} + mgr^2\sin\theta = 0 \quad (4)$$

- ۲۲ دیسک نشان داده شده در شکل زیر را در نظر بگیرید. هم‌زمان با دوران دیسک با سرعت زاویه‌ای ω_1 ، محور آن نیز با سرعت زاویه‌ای ω_2 دوار می‌کند. با اتصال دستگاه مختصات متحرك xyz به محور دوار، به‌گونه‌ای که محور y آن همواره در راستای محور دوران دیسک باشد، رابطه مربوط به توصیف شتاب زاویه‌ای دیسک در دستگاه مختصات متحرك xyz، کدام است؟



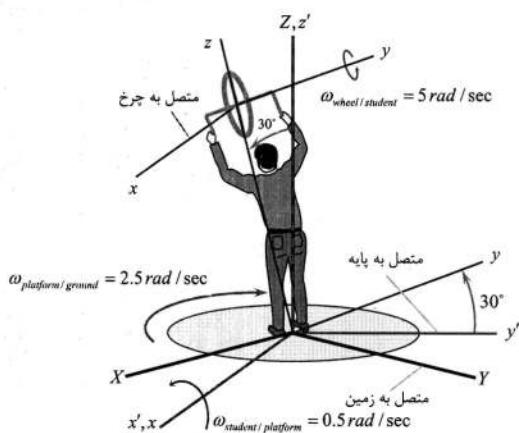
$$\vec{\alpha} = -\omega_1\omega_2\vec{i} + \dot{\omega}_2\vec{j} + \dot{\omega}_1\vec{k} \quad (1)$$

$$\vec{\alpha} = (\omega_1\omega_2 + \dot{\omega}_2)\vec{j} + \dot{\omega}_1\vec{k} \quad (2)$$

$$\vec{\alpha} = \omega_1\omega_2\vec{i} + \dot{\omega}_2\vec{j} + \dot{\omega}_1\vec{k} \quad (3)$$

$$\vec{\alpha} = \dot{\omega}_2\vec{j} + (\dot{\omega}_1 - \omega_1\omega_2)\vec{k} \quad (4)$$

- ۲۳ در لحظه نشان داده شده در شکل زیر، چرخ لنگر با سرعت زاویه‌ای 5 rad/s در خلاف جهت عقربه‌های ساعت (دید از راست) می‌چرخد. از طرفی دانشجویی که چرخ را نگه داشته با سرعت زاویه‌ای $5^\circ/\text{s}$ به سمت چپ خم شده و در لحظه نشان داده شده با راستای قائم زاویه 30° می‌سازد. همچنین پایه نیز با سرعت زاویه‌ای 2.5 rad/s نسبت به زمین به صورت ساعت‌گرد دوران می‌کند. توصیف سرعت زاویه‌ای مطلق چرخ لنگر در دستگاه xyz، کدام است؟ (دستگاه اینرسی با XYZ، دستگاه متصل به پایه دوار با x'y'z' و دستگاه متصل به دانشجو با xyz مشخص شده است).



$$\vec{\omega}_{wheel/ground} = 0.5\vec{i} + 6/25\vec{j} - 2/165\vec{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (1)$$

$$\vec{\omega}_{wheel/ground} = 1/883\vec{i} + 5\vec{j} - 1/915\vec{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (2)$$

$$\vec{\omega}_{wheel/ground} = 0.5\vec{i} + 3/75\vec{j} - 2/165\vec{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (3)$$

$$\vec{\omega}_{wheel/ground} = -0.817\vec{i} + 5\vec{j} - 2/415\vec{k} \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۷

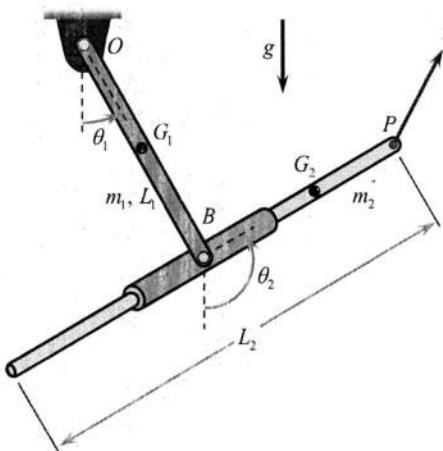
504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) - کد (۲۳۲۳)

- ۲۴- کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

- ۱) تعداد درجات آزادی سیستم برابر است با تعداد مختصات‌های تعیین‌یافته مقید منهای تعداد قیود حاکم بر آن سیستم (شامل هم قیود هولونومیک و هم قیود غیرهولونومیک)
- ۲) تغییرات قیود اسکلرونومیک و رئونومیک به نتایج متفاوتی منجر می‌شود.
- ۳) نیروی اصطکاک اگرچه وجود خود را مرهون یک نیروی قیدی است، ولی خود نیروی قیدی محسوب نمی‌شود.
- ۴) ضرائب لاغرانژ دارای همان دیمانسیون نیرو هستند.

- ۲۵- در شکل زیر که در آن مفصل B هم قابلیت حرکت دورانی و هم قابلیت حرکت رفت و برگشتی دارد، کار نیروهای خارجی کدام است؟ (توجه: در حرکت میله شماره ۲ درون مفصل کشوئی، نیروی اصطکاک F_f و نیروی عمود بر سطح N وجود دارد و لغزش درون میله با مختصات تعیین‌یافته q نمایش داده می‌شود.)



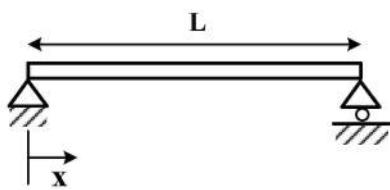
$$\delta W = -F_f \delta q + \vec{F} \cdot \delta \vec{r}_p - m_1 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_1} - m_2 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_2} \quad (1)$$

$$\delta W = -F_f \delta q + \vec{F} \cdot \delta \vec{r}_p - m_1 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_1} - m_2 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_2} + \vec{N} \cdot \delta \vec{r}_B \quad (2)$$

$$\delta W = \vec{F} \cdot \delta \vec{r}_p - m_1 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_1} - m_2 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_2} \quad (3)$$

$$\delta W = F_f \delta q + \vec{F} \cdot \delta \vec{r}_p - m_1 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_1} - m_2 g \vec{j} \cdot \delta \vec{r}_{G_2} \quad (4)$$

- ۲۶- در یک تیر اویلر برنولی با شرایط مرزی دو سر مفصل (تکیه گاه ساده) اولین شکل مود پاد متقاضی، کدام است؟



$$s \sin \frac{\pi}{L} x \quad (1)$$

$$s \sin \frac{2\pi}{L} x \quad (2)$$

$$s \sin \frac{\pi^2}{L^2} x \quad (3)$$

$$s \sin \frac{4\pi^2}{L^2} x \quad (4)$$

- ۲۷- یک کابل یکنواخت به طول ℓ و جرم واحد طول ρ تحت اثر وزن به‌طور قائم قرار گرفته است. با استفاده از تابع

پذیرفتنی $u(x) = x^2$ از اینکه پتانسیل کابل در ارتعاش جانبی کدام است؟



$$\frac{\rho g \ell^4}{8} \quad (1)$$

$$\frac{\rho g \ell^4}{6} \quad (2)$$

$$\frac{\rho g \ell^4}{4} \quad (3)$$

$$\frac{\rho g \ell^4}{3} \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۸

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) - کد (۲۳۲۳)

- ۲۸- معادله حرکت یک سیستم دو درجه آزادی به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \gamma m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}} + \begin{bmatrix} \gamma k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} f(t) \\ \alpha f(t) \end{bmatrix}$$

اگر بخواهیم مود با فرکانس پائین‌تر توسط نیروی اعمال تحریک نشود، α کدام باید باشد؟

۱) ۲

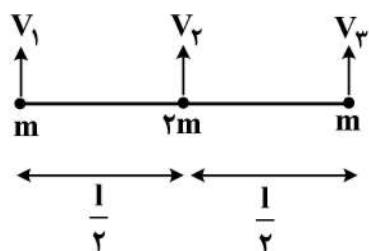
۲) $\frac{1}{2}$

۳) $-\frac{1}{2}$

۴) -۲

- ۲۹- یک تیز به صورت شکل زیر گستره‌سازی شده است. ماتریس جرم و سفتی آن عبارتند از:

$$m = \frac{\rho A \ell^4}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$k = \frac{12EI}{\ell^3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

با فرض $\lambda = \omega^2 \frac{\rho A \ell^4}{48EI}$ ، مقادیر ویژه λ کدام‌اند؟

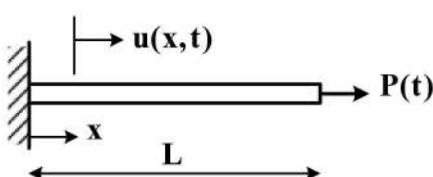
۱) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 3, \lambda_3 = 4$ (۲)

۲) $\lambda_1 = \lambda_2 = 0, \lambda_3 = 4$

۳) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 4$ (۴)

۴) $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = \lambda_3 = 4$ (۳)

- ۳۰- با استفاده از روش جمع مودهای فرضی، ارتعاشات طولی تیز زیر را بسط می‌دهیم. ماتریس جرم با استفاده از



مودهای فرضی $\psi_1(x) = \frac{x}{L}; \psi_2 = \left(\frac{x}{L}\right)^2$ کدام است؟

$$\rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$\rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\rho AL \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (۳)$$

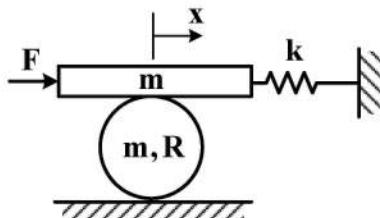
پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۹

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) - کد (۲۳۲۳)

- ۳۱ در سیستم شکل زیر حرکت غلتک نسبت به زمین غلتش ناب و حرکت جرم بالایی نسبت به غلتک نیز غلتش ناب است. اگر حرکت جرم بالایی افقی بوده و نیروی هارمونیک $F = F_0 \sin \omega t$ به جرم بالایی وارد شود، دامنه پاسخ پایدار $x(t)$ جرم بالایی کدام است؟ ($I_{GG} = \frac{1}{4} m R^2$ غلتک)



$$\frac{F_0}{k - \frac{11}{4}m\omega^2} \quad (1)$$

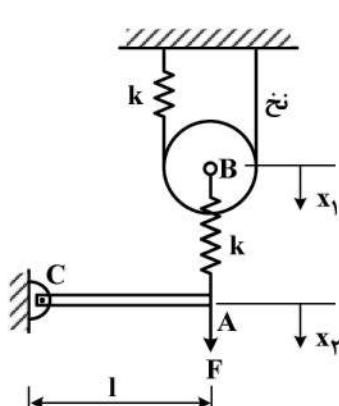
$$\frac{F_0}{k - 2m\omega^2} \quad (2)$$

$$\frac{F_0}{k - \frac{5}{4}m\omega^2} \quad (3)$$

$$\frac{F_0}{k - \frac{9}{4}m\omega^2} \quad (4)$$

- ۳۲ در شکل زیر، تیر صلب به جرم m در حالت تعادل به صورت افقی است. اگر غلتک به جرم m و شعاع R روی نخ بدون جرم غلتش ناب نماید و نیروی $F = F_0 \sin \omega t$ (نیروی هارمونیک سینوسی) به انتهای تیر وارد گردد، برای این سیستم

۲ درجه آزادی را طوری تعیین کنید که تیر ارتعاش نکند؟ ($I_B = \frac{1}{2} m R^2$ دیسک و I_{GG} میله (تیر))



$$\sqrt{\frac{10k}{m}} \quad (1)$$

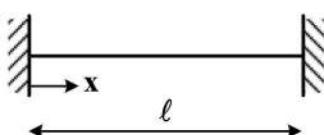
$$\sqrt{\frac{3k}{2m}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{10k}{3m}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{2k}{m}} \quad (4)$$

- ۳۳ پاسخ حرکتی یک رشته (String) دو سر گیردار تحت شرایط اولیه $\theta = 0$ برای

$$y(x, 0) = F(x) = \frac{ax(\ell - x)}{\ell^2}, \quad 0 \leq x \leq \ell \quad (\text{ثابت موج})$$



$$\frac{4a}{\pi^3} \sum \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi x}{\ell} \cos \frac{n\pi ct}{\ell} \quad (1) \text{ زوج } n$$

$$\frac{4a}{\pi^3} \sum \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi x}{\ell} \cos \frac{n\pi ct}{\ell} \quad (2) \text{ زوج } n$$

$$\frac{4a}{\pi^3} \sum \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi x}{2\ell} \cos \frac{n\pi ct}{2\ell} \quad (3) \text{ فرد } n$$

$$\frac{4a}{\pi^3} \sum \frac{1}{n^3} \sin \frac{n\pi x}{\ell} \cos \frac{n\pi ct}{\ell} \quad (4) \text{ فرد } n$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۰

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) - کد (۲۳۲۳)

- ۳۴- فرکانس‌های طبیعی میله یک سرآزاد، یک سرگیردار، به چه صورت است؟
 (۱) ثابت موج و $\rho - E - \ell - \omega$ به ترتیب مدول الاستیسیته، چگالی و طول میله هستند.

$$\omega_n = (n - \frac{1}{2}) \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{فرد} \quad (1)$$

$$\omega_n = (n - \frac{1}{2}) \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{زوج} \quad n \quad (2)$$

$$\omega_n = (n - \frac{1}{2}) \frac{\pi}{\ell} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$\omega_n = \frac{n\pi}{\ell} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

- ۳۵- به کمک روش رایلی، محدود فرکانس اصلی یک تیر یکسر گیردار در $\ell = x$ ، اگر سطح مقطع و ممان اینرسی تیر

$$\text{به صورت } I(x) = \frac{I_0 x}{\ell}, A(x) = A_0 \frac{x}{\ell} \text{ متغیر باشند، کدام است؟}$$

$$\omega_n^r = \frac{6 \cdot EI_0}{\rho A_0 \ell^4} \quad (1)$$

$$\omega_n^r = \frac{48EI_0}{\rho A_0 \ell^4} \quad (2)$$

$$\omega_n^r = \frac{32EI_0}{\rho A_0 \ell^4} \quad (3)$$

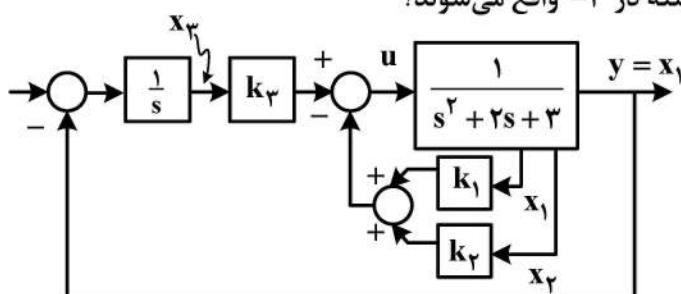
$$\omega_n^r = \frac{72EI_0}{\rho A_0 \ell^4} \quad (4)$$

- ۳۶- تابع تبدیل بین نیروی وارد u به جرم m در یک سیستم فنر و روزنه و میراکننده با خروجی y (تغییر مکان جرم

$$\text{به صورت } \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms^2 + bs + k} \quad (m \text{ داده شده است که در آن } m=1, b=2, k=3 \text{ است. اگر تغییر مکان}$$

- و سرعت جرم m متغیرهای حالت x_1 و x_2 نامیده شوند، برای کنترل رفتار این سیستم از کنترل فیدبک حالت شکل زیر استفاده می‌کنیم که برای حذف خطای حالت ماندگار سیستم از یک انتگرال گیرنده استفاده شده است.

در کدام مقادیر k_1 تا k_3 همه قطب‌های مدار بسته در ۲ - واقع می‌شوند؟



۱, ۶, ۲ (۱)

۵, ۳, ۶ (۲)

۸, ۹, ۴ (۳)

۳, ۱۲, ۸ (۴)

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۱

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) - کد (۲۳۲۳)

- ۳۷ - معادله حالت سیستم فتر و وزنه و مستهلك‌گننده به صورت زیر داده شده است. (رابطه ۱) می‌خواهیم با استفاده از قضیه مستقیم پایداری لیاپانوف پایدار مجانبی بودن نقطه تعادل این سیستم را بررسی کنیم. اگرتابع تست لیاپانوف را طبق رابطه ۲ انتخاب کنیم که مثبت معین است؛ آیا این تابع تست لیاپانوف برای تعیین پایداری مجانبی نقطه تعادل سیستم مناسب است و چرا؟

$$\dot{x} = Ax \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$v(x) = x_1^2 + x_2^2 \quad (2)$$

- (۱) خیر، مناسب نیست زیرا $v(x) \nabla$ منفی معین نیست.
(۲) بله، مناسب است زیرا $v(x) \nabla$ منفی معین است.
(۳) مثبت معین بودن $v(x) \nabla$ در قضیه پایداری لیاپانوف الزامی نیست.
(۴) بله، مناسب است زیرا تابع تست $v(x)$ مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی است که به‌خاطر مستهلك‌گننده در حال کاهش است.

- ۳۸ - در سیستمی با معادلات حالت داده شده زیر، ماتریس A و شرایط اولیه سیستم داده شده است:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu & A &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -4 & -6 \end{bmatrix}, \quad x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \\ y &= Cx \end{aligned}$$

- رفتار این سیستم به ازای ورودی $u = 0$ به صورت $y(t) = 2e^{-5t}$ درآمده است. در مورد مشاهده‌پذیری این سیستم چه می‌توان گفت؟
- (۱) سیستم مشاهده‌پذیر است.
(۲) سیستم مشاهده‌پذیر نیست.
(۳) برای پاسخ مناسب به مشاهده‌پذیری باید ورودی غیرصفر باشد.
(۴) چون ماتریس C داده نشده در مورد مشاهده‌پذیری نمی‌توان اظهارنظر کرد.

- ۳۹ - معادلات حالت سیستمی به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu & A &= \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ y &= Cx \end{aligned}$$

- تابع تبدیل بین ورودی u و خروجی y برابر $G(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+3)(s^2+3s+2)}$ است. در مورد کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری این سیستم، گزینه‌های صحیح، کدام است؟
- (۱) کنترل‌پذیر نیست ولی مشاهده‌پذیر است.
(۲) کنترل‌پذیر است ولی مشاهده‌پذیر نیست.
(۳) نه کنترل‌پذیر و نه مشاهده‌پذیر است.
(۴) هم کنترل‌پذیر و هم مشاهده‌پذیر است.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

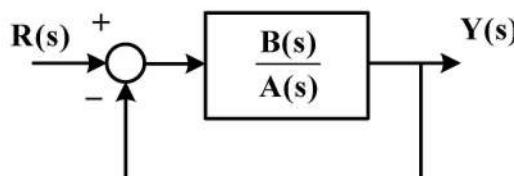
صفحه ۱۲

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۳۲۳)

- ۴۰- تابع تبدیل یک سیستم کنترل پذیر و مشاهده‌پذیر رسته n به صورت $G(s) = \frac{B(s)}{A(s)}$ داده شده است. اگر این

سیستم در مدار فیدبک شکل زیر قرار گیرد، در مورد کنترل پذیری و مشاهده‌پذیری مدار بسته چه می‌توان گفت؟



(۱) کنترل پذیر و مشاهده‌پذیر است.

(۲) تنها در صورتی کنترل پذیر و مشاهده‌پذیر است که سیستم مدار باز پایدار باشد.

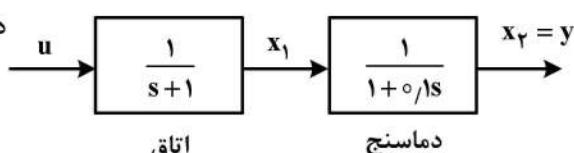
(۳) بدون داشتن معادلات حالت و نوشتار روابط فیدبک نمی‌توان اظهارنظر درست و منطقی کرد.

(۴) کنترل پذیرند ولی مشاهده‌پذیری سیستم فیدبک بستگی به ساختار معادلات حالت دارد.

- ۴۱- برای اندازه‌گیری دمای یک اتاق که با x_1 نشان داده شده است از یک دماسنجد استفاده می‌کنیم که x_2 را نشان می‌دهد. تابع تبدیل بین ورودی دبی حرارتی به اتاق و دمای نشان داده شده توسط دماسنجد در شکل ارائه شده است. یک تخمین‌گر حالت طراحی کنید که دمای واقعی x_1 را اندازه‌گیری کند. بهره‌های تخمین‌گر حالت

(مشاهده‌گر حالت) را $\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$ بنامید. هنگامی که قطب‌ها یا مقادیر ویژه تخمین‌گر حالت در ۱۱ و ۱۲ - واقع شوند،

بهره‌های تخمین‌گر حالت کدام است؟



$$\begin{bmatrix} 8 \\ 12 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 11 \\ 12 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 8 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix} \quad (3)$$

- ۴۲- معادله دیفرانسیل پاندول شکل زیر که حول لولای O (بدون اصطکاک) نوسان می‌کند با میلهٔ صلب بدون جرم ۱ و جرم متمرکز m عبارت است از:

$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l} \sin \theta = 0 \quad (\text{شتاب ثقل})$$

اگر $x_1 = \theta$ و $x_2 = \dot{\theta}$ در نظر گرفته شود، معادلات حالت خطی شده حول زاویه $\theta = 180^\circ$ به صورت

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{در می‌آید. ماتریس } A \text{ کدام است؟})$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{g}{l} & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & \frac{g}{l} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -\frac{g}{l} \end{bmatrix} \quad (3)$$



پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۳

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۲۳)

- ۴۳ - معادلات حالت سیستم خطی رسته n که در آن x بردار ستونی $n \times 1$ جزئی و A ماتریس مربع $n \times n$ است، داده شده است. اگر خروجی اسکالر y جمع جبری همه متغیرهای حالت باشد، یعنی داشته باشیم: $y = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ و ماتریس ستونی $(n \times 1)$ هیچ جزء صفر نداشته باشد، در مورد کنترل‌پذیری و مشاهده‌پذیری این سیستم کدام گزینه صحیح است؟

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx$$

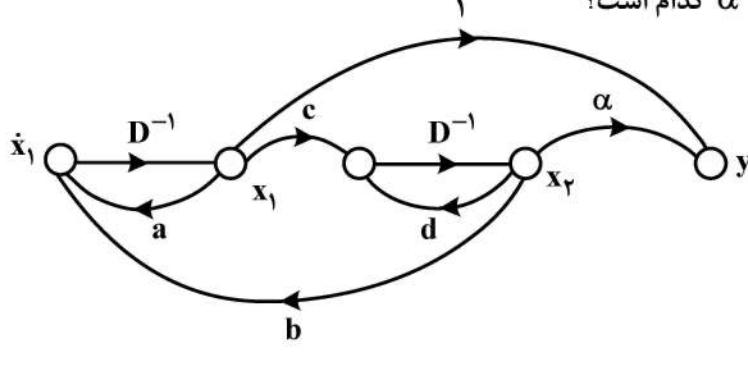
(۱) این سیستم همواره کنترل‌پذیر و مشاهده‌پذیر است.

(۲) این سیستم همواره مشاهده‌پذیر است ولی ممکن است کنترل‌پذیر باشد یا نباشد.

(۳) این سیستم ممکن است کنترل‌پذیر باشد یا نباشد و ممکن است مشاهده‌پذیر باشد یا نباشد.

(۴) این سیستم همواره کنترل‌پذیر است ولی ممکن است مشاهده‌پذیر باشد یا نباشد.

- ۴۴ - در سیستم رسته ۲ شکل زیر، همه پارامترها مخالف صفرند و داریم $a + c = b + d$. برای آنکه این سیستم مشاهده‌پذیر (observable) باشد، پارامتر α (که بین x_1 و y قرار دارد) به جز دو مقدار معین می‌تواند هر مقدار دلخواهی داشته باشد. این دو مقدار α کدام است؟



$$-\frac{c}{d} \text{ و } \frac{a}{b} \quad (1)$$

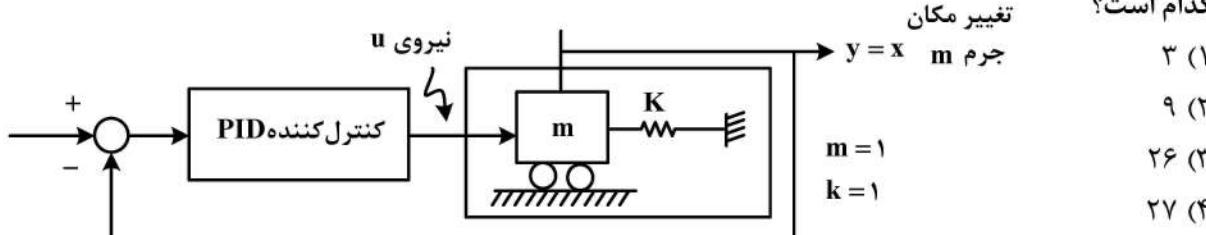
$$-\frac{b}{c} \text{ و } 1 \quad (2)$$

$$-\frac{b}{c} \text{ و } \frac{a}{c} \quad (3)$$

$$-\frac{a}{d} \text{ و } 1 \quad (4)$$

- ۴۵ - برای کنترل رفتار سیستم فنر و وزنه زیر، از کنترل‌کننده خطی PID استفاده می‌کنیم.تابع تبدیل کنترل‌کننده $G_c(s) = k_c + \frac{Ki}{s} + k_d s$ است. ورودی به سیستم فنر و وزنه نیروی u و خروجی تغییر مکان $x = y$ است.

برای آنکه سیستم مدار بسته ۳ قطب مساوی در ۳ - داشته باشد، مقدار k_c (پارامتر بهره تناسبی کنترل‌کننده) کدام است؟



پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۴

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۲۳)

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۵

504A

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۲۳)

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۶

504A

آزمون ورودی دوره دکتری(نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۲۳)

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست