



473F

کد کنترل

473

F

آزمون (نیمه‌تمکن) ورود به دوره‌های دکتری – سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنجشنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.
امام خمینی (ره)

ریاضی (۲۲۳۳)

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سوال: ۷۵

عنوان مواد امتحانی

| ارشددروز کارشناسی | | | | | | | | | | دوروس کارشناسی | | | | | |
|-------------------|--------------------------|---------------|----------------|--------------|----------|-----------|-------------------|--------------------|-------------------------------------|------------------|---------|-------|--------------|--|--|
| اصول آموزش ریاضی | بهینه‌سازی خطی پیشرفته ۱ | جبر پیشرفته ۱ | آنالیز حقیقی ۱ | مبانی احتمال | توپولوژی | مبانی جبر | مبانی آنالیز عددی | مبانی آنالیز ریاضی | مبانی آنالیز آنالیز ریاضی و جبر خطی | مبانی علوم ریاضی | زمینه | گرایش | رشته | | |
| - | - | ✓ | ✓ | - | ✓ | ✓ | - | ✓ | ✓ | ✓ | محض | - | ریاضی | | |
| - | ✓ | - | ✓ | ✓ | - | - | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | کاربردی | - | ریاضی | | |
| ✓ | - | - | ✓ | ✓ | - | - | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | - | - | آموزش ریاضی* | | |

- متقاضیان رشته ریاضی، زمینه محض می‌باشند به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی، مبانی آنالیز ریاضی، مبانی جبر، توپولوژی).
- آنالیز حقیقی ۱ و جبر پیشرفته ۱ پاسخ دهند.
- متقاضیان رشته ریاضی، زمینه کاربردی می‌باشند به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی).
- مبانی آنالیز ریاضی، مبانی احتمال، آنالیز حقیقی ۱ و بهینه‌سازی خطی پیشرفته ۱ پاسخ دهند.
- متقاضیان دشته ریاضی، زمینه آموزش ریاضی می‌باشند به دروس (مبانی علوم ریاضی، مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی).
- مبانی آنالیز ریاضی، مبانی آنالیز عددی، مبانی احتمال، آنالیز حقیقی ۱ و اصول آموزش ریاضی) پاسخ دهند.

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

پی اچ دی قست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سوالات و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مبانی علوم ریاضی:

-۱ دنباله توابع $\mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$: f_n را درنظر می‌گیریم و فرض می‌کنیم $C(n, x)$ به معنی پیوستگی f_n در x و $D(n, x)$ به معنی مشتق‌پذیری f_n در x باشد. کدام گزینه ترجمه‌گزاره زیر به زبان منطق است؟

اگر بعضی از f_n ‌ها بر $[0, 1]$ پیوسته باشند ولی هیچ‌کدام آنها در هیچ نقطه‌ای از $[0, 1]$ مشتق‌پذیر نباشند آنگاه تابعی پیوسته بر $[0, 1]$ وجود دارد که در هیچ نقطه‌ای مشتق‌پذیر نیست.

n را مقید به اعداد طبیعی و x را مقید به بازه $[0, 1]$ می‌گیریم و \sim نماد نقیض است).

$$(\forall n \exists x C(n, x)) \wedge (\exists n \forall x D(n, x)) \Rightarrow \exists n \exists x (C(n, x) \Rightarrow \sim D(n, x)) \quad (1)$$

$$(\exists n \exists x C(n, x)) \wedge (\forall n \forall x \sim D(n, x)) \Rightarrow \exists n \exists x (C(n, x) \wedge \sim D(n, x)) \quad (2)$$

$$(\exists n \forall x C(n, x)) \wedge (\exists n \forall x D(n, x)) \Rightarrow \exists n \forall x (C(n, x) \Rightarrow \sim D(n, x)) \quad (3)$$

$$(\exists n \forall x C(n, x)) \wedge (\forall n \forall x \sim D(n, x)) \Rightarrow \exists n \forall x (C(n, x) \wedge \sim D(n, x)) \quad (4)$$

-۲ فرض کنیم $\{C_k\}_{k \in K}$ و $\{B_j\}_{j \in J}$ و $\{A_i\}_{i \in I}$ سه خانواده از مجموعه‌های ناتهی باشند که

$$\forall k \in K \forall j \in J (B_j \subseteq C_k) \text{ و } \forall i \in I \exists j \in J (B_j \subseteq A_i)$$

کدام گزینه درست است؟

$$\bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcup_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (1)$$

$$\bigcap_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (2)$$

$$\bigcup_{j \in J} B_j \subseteq \bigcup_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \not\subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (3)$$

$$\bigcap_{j \in J} B_j \subseteq \bigcap_{i \in I} A_i \text{ و } \bigcup_{j \in J} B_j \not\subseteq \bigcap_{k \in K} C_k \quad (4)$$

-۳ رابطه R را روی $C[0, 1]$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

بهازی هر $f, g \in C[0, 1]$ هرگاه تقریباً همه‌جا بر $f(x) \leq g(x)$.

کدام گزینه درباره رابطه R درست است؟

(۱) همارزی است.

(۲) ترتیب کلی است.

(۳) ترتیب جزئی است ولی ترتیب کلی نیست.

(۴) پادتقارنی است ولی متعددی نیست.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۴ فرض کنید $Y = \{x \in A : 0 < x \wedge \pi < x^2\}$ و $X = \{x \in A : x < 0 \vee x^2 \leq \pi\}$ ، که در آن A مجموعه اعداد جبری است. کدام گزینه نادرست است؟
- (۱) $X \cup Y = A$

(۲) مجموعه X زیرینه (سوپرمم) دارد ولی بیشینه (ماکسیمم) ندارد.

(۳) مجموعه Y زیرینه (اینفیمم) دارد ولی زیرینه (سوپرمم) ندارد.

(۴) مجموعه X بیشینه (ماکسیمم) دارد ولی زیرینه (اینفیمم) ندارد.

-۵ فرض کنید α و β اعداد اصلی باشند. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر اعداد اصلی α و β متناهی نباشند و $\alpha < \beta + \gamma$ ، $\beta + \gamma < \alpha + \gamma$ آنگاه بهازای هر عدد اصلی γ .

(۲) اگر $\alpha \leq \beta$ آنگاه بهازای هر عدد اصلی γ .

(۳) اگر $\alpha \beta = 0$ آنگاه $\alpha = 0$ یا $\beta = 0$.

(۴) اگر $\alpha \beta = 1$ آنگاه $\alpha = 1$ و $\beta = 1$.

مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی:

- ۶ فرض کنید $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$ تبدیل خطی با ضابطه $T(x, y, z) = (x+y+z, x+2y-3z, 2x+3y-2z, 3x+4y-z)$ است. در این صورت بعد فضای تصویر T ، کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

- ۷ فرض کنید A یک ماتریس 7×7 پادمتقارن ($A^T = -A$) با درایه‌های حقیقی باشد. اگر I_7 ماتریس همانی باشد، آنگاه رتبه $I_7 + A$ ، کدام است؟

(۱) ۲

(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۷

- ۸ فرض کنید A و B دو ماتریس 5×5 متمایز با درایه‌های حقیقی باشند به‌طوری که مجموع درایه‌های روی هر سطر برابر با ۲ است. در این صورت $\det(AB - BA)$ ، کدام است؟

(۱) -۱

(۲) صفر

(۳) ۱

(۴) ۲

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۴

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۹ فرض کنید عملگر خطی T روی \mathbb{R}^3 ، به صورت $T(x, y, z) = (2y+z, x-4y, 3x)$ تعریف شده است. نمایش ماتریسی T نسبت به پایه $(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)$ کدام است؟

$$\begin{array}{ll} \left[\begin{matrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right] (2) & \left[\begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ 2 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right] (1) \\ \left[\begin{matrix} 3 & 3 & 3 \\ -6 & -6 & -2 \\ 6 & 5 & -1 \end{matrix} \right] (4) & \left[\begin{matrix} 3 & 6 & -6 \\ -3 & 4 & -2 \\ 1 & 5 & 4 \end{matrix} \right] (3) \end{array}$$

- ۱۰ فرض کنید A یک ماتریس 3×3 با درایه های مختلط اثر ۲ باشد ($\text{tr}(A) = 2$). اگر A دارای یک مقدار ویژه ۷ با

بردارهای ویژه متناظر باشد، آنگاه دترمینان A ، کدام است؟

- (۱) -۵۸۸
 (۲) -۳۴۳
 (۳) ۳۴۳
 (۴) ۵۸۸

مبانی آنالیز ریاضی:

- ۱۱ برای تابع پیوسته $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ کدام گزینه نتیجه نمی دهد که $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = 0$

$$\begin{array}{ll} (1) \int_0^1 |f(t+n)| dt = 0, n \in \mathbb{Z} & (2) \int_0^r f(t) dt = 0, r \in \mathbb{Q} \\ (3) \int_0^1 f(xt) dt = 0, x \in \mathbb{R} & (4) \int_0^1 f(x+t) dt = 0, x \in \mathbb{R} \end{array}$$

- ۱۲ کدام گزینه درست است؟

- (۱) تابع پیوسته و پوشای $f : (0, 1] \rightarrow [0, 1]$ وجود ندارد.
 (۲) تابع پیوسته و دوسویی $f : (0, 1) \rightarrow [0, 1]$ وجود ندارد.
 (۳) تابع پیوسته و یک به یک $f : [0, 1] \rightarrow (0, 1)$ وجود ندارد.
 (۴) یک تابع پیوسته و پوشای $f : [0, 1] \rightarrow (0, 1)$ وجود دارد.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۵

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

۱۳- تابع f را بر \mathbb{R} با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin^2 \frac{\pi}{2x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ تعریف می‌کنیم. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) تابع f بر \mathbb{R} یکنواخت پیوسته است.

(۲) تابع f بر زیرمجموعه‌های فشرده \mathbb{R} یکنواخت پیوسته است.

(۳) تابع f بر \mathbb{R} مشتق‌پذیر است ولی مشتق آن در صفر پیوسته نیست.

(۴) تابع f بر \mathbb{R} پیوسته است ولی پیوستگی آن یکنواخت نیست.

۱۴- کدام گزینه در مورد دنباله $\{n!e - [n!e]\}$ درست است؟ (۰ نماد جزء صحیح است.)

(۱) همگرا به صفر است.

(۲) همگرا به ۱ است.

(۳) همگرا به $\frac{1}{e}$ است.

(۴) واگرا است.

۱۵- فرض کنید $\{x_n\}$ دنباله‌ای کران‌دار از اعداد حقیقی باشد. کدام گزینه برابر با $\liminf x_n$ نیست؟

(۱) $\inf_{k=1}^{\infty} \overline{\{x_n : n \geq k\}}$

(۲) $\sup \{\alpha \in \mathbb{R} : \text{متناهی است } \{n \in \mathbb{N} : x_n < \alpha\}\}$

(۳) $\left(\{x_n : n \in \mathbb{N}\}' \neq \emptyset \right) \inf \{x_n : n \in \mathbb{N}\}'$

(۴) $\inf \{\alpha \in \mathbb{R} : \text{نمتناهی است } \{n \in \mathbb{N} : x_n < \alpha\}\}$

مبانی آنالیز عددی:

۱۶- در یک دستگاه ممیز شناور برای نمایش اعداد حقیقی در مبنای ۹ با ۲ رقم مانتیس و روش گرد کردن، فاصله بین ۸ و نزدیک‌ترین عدد قابل نمایش بزرگ‌تر از ۸، کدام است؟

(۱) $\frac{1}{8}$

(۲) $\frac{1}{9}$

(۳) $\frac{1}{81}$

(۴) $\frac{1}{64}$

۱۷- تجزیه چولسکی ماتریس معین مثبت A به صورت $A = LL^T$ که در آن، L یک ماتریس پایین مثلثی است، تعریف می‌شود. کدام مورد برای تجزیه چولسکی درست است؟

(۱) یکتا است.

(۲) اگر در فرایند تجزیه، محورگزینی سط्रی صورت نگیرد، ناپایدار است.

(۳) یکتا است اگر و تنها اگر در فرایند تجزیه محورگزینی سطري صورت گیرد.

(۴) یکتا است اگر همه عناصر قطری ماتریس L اعدادی مثبت باشند.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۶

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۱۸- می خواهیم تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ را در بازه $[1, 2]$ بهوسیله تکه های خطی درون یاب روی زیر بازه هایی با طول یکسان، تقریب بزنیم. تعداد تکه ها دست کم چند باشد تا خطای درون یابی در سرتاسر بازه نابیشتر از 4×10^{-4} باشد؟
- (۱) ۲۵
 (۲) ۵۰
 (۳) ۱۰۰
 (۴) ۲۰۰
- ۱۹- کدام گزینه درمورد جواب مسئله $\min_x \|Ax - b\|_2$, درست است؟
- (۱) جواب یکتار دارد اگر و تنها اگر ستون های A مستقل خطی باشند.
 (۲) جواب یکتا دارد اگر و تنها اگر b در برد A قرار داشته باشد.
 (۳) بی نهایت جواب دارد اگر X موجود نباشد به طوری که $AX = b$.
 (۴) می تواند جواب نداشته باشد.
- ۲۰- مرتبه همگرایی مجانبی رابطه تکراری $x_{k+1} = \cos x_k - 1$ به نقطه ثابت صفر، کدام است؟
- (۱) خطی
 (۲) $\sqrt{2}$
 (۳) 3
 (۴) $\sqrt{2}$

مبانی جبر:

- ۲۱- در گروه \mathbb{Z}_3^0 زیر گروه $H = \langle 3 \rangle$ را درنظر می گیریم. کدام گزینه مولدی برای H نیست؟
- (۱) ۹
 (۲) ۱۵
 (۳) ۲۱
 (۴) ۲۷
- ۲۲- فرض کنید G گروه دوری از مرتبه ۴۸ باشد و نگاشت $G \rightarrow G : \varphi$ با ضابطه $g^3 = \varphi(g)$ را درنظر بگیرید. در این صورت کدام مورد صحیح است؟
- $|\ker \varphi| = 3$ (۱)
 $|\ker \varphi| = 16$ (۲)
 $|\operatorname{Im} \varphi| = 48$ (۳)
 $|\operatorname{Im} \varphi| = 3|\ker \varphi|$ (۴)

- ۲۳- در گروه S_8 فرض کنید زیر گروه H توسط دو جایگشت زیر تولید شده است:
 $g = (7 \ 8), f = (1\ 2\ 3)(4\ 5\ 6)$

در این صورت H با کدام گزینه یکریخت است؟

- \mathbb{Z}_6 (۱)
 S_3 (۲)
 $S_3 \times \mathbb{Z}_2$ (۳)
 $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_2$ (۴)

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۷

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۲۴- گروه G متشکل از ماتریس‌های 2×2 به صورت $\left\{ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \mid ad - bc \neq 0, a, b, c, d \in \mathbb{Z}_5 \right\}$ در نظر

بگیرید. مرتبه گروه G برابر است با:

- (۱) ۲۵
- (۲) ۴۸۰
- (۳) ۱۲۵
- (۴) ۶۲۵

- ۲۵- تعداد ایده‌آل‌های اول حلقه $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ که مаксیمال نیستند برابر است با:

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

توبولوژی:

- ۲۶- فرض کنید (X, τ) یک فضای توبولوژیک باشد و $X \subseteq A$. از کدام خاصیت نمی‌توان نتیجه گرفت که مرز A هیچ‌جا چگال است؟

- (۱) A باز باشد.
- (۲) A همبند باشد.
- (۳) A بسته باشد.
- (۴) هیچ‌جا چگال باشد.

- ۲۷- توبولوژی زیر را روی \mathbb{R} در نظر بگیرید.

$$\tau = \{E \subseteq \mathbb{R} \mid E^c \text{ حداکثر شمارا است} \cup \{\emptyset\}$$

کدام گزینه درباره بازه $[1, 0]$ در فضای توبولوژیک (\mathbb{R}, τ) درست است؟

- (۱) چگال است ولی فشرده نیست.
- (۲) چگال نیست ولی فشرده است.
- (۳) چگال نیست و فشرده نیست.
- (۴) چگال است و فشرده است.

- ۲۸- فرض کنید (X, τ) یک فضای توبولوژیک هاسدورف و فشرده باشد و $E \subseteq X$. کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر E در \bar{E} باز باشد، آنگاه E موضعاً فشرده است.
- (۲) اگر E موضعاً فشرده باشد، آنگاه E در \bar{E} باز است.
- (۳) اگر $X = \bar{E}$ و E موضعاً فشرده باشد، آنگاه E^c در X هیچ‌جا چگال است.
- (۴) اگر $X = \bar{E}$ و شمارای دوم باشد، آنگاه E موضعاً فشرده است.

- ۲۹- فرض کنید X یک فضای توبولوژیک هاسدورف باشد و برای تابع $G(f) = \{(x, f(x)) : x \in X\}$ ، $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر $G(f)$ در $X \times \mathbb{R}$ فشرده باشد، آنگاه f پیوسته است.
- (۲) اگر f پیوسته باشد، آنگاه $G(f)$ در $X \times \mathbb{R}$ بسته است.
- (۳) اگر $X = \mathbb{R}$ و $G(f)$ در \mathbb{R}^2 بسته باشد، آنگاه f پیوسته است.
- (۴) اگر f پیوسته و $X \times \mathbb{R}$ فشرده باشد، آنگاه $G(f)$ در $X \times \mathbb{R}$ فشرده است.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۸

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۳۰ - کدام گزینه درست است؟

- ۱) هر فضای جدایی‌پذیر، لیندلوف است.
۲) هر زیر فضای یک فضای لیندلوف، لیندلوف است.
۳) حاصل ضرب هر دو فضای لیندلوف، لیندلوف است.
۴) تصویر پیوسته هر فضای لیندلوف، لیندلوف است.

مبانی احتمال:

- ۳۱ - دو تاس سالم را یکبار پرتاب می‌کنیم. اگر A نمایانگر پیشامد مجموع دو خال برابر ۷ و B نمایانگر پیشامد خال اول فرد باشد، مقدار $P(A \Delta B | A \cup B)$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$
۲) $\frac{4}{5}$
۳) $\frac{5}{6}$
۴) $\frac{6}{7}$

- ۳۲ - در بسط $x^2z^2u^2(x+y+z+u)^5$ ، ضریب $x^2z^2u^2$ کدام است؟

- ۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۶۰

- ۳۳ - جعبه‌ای شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره آبی است. یک مهره به تصادف از این جعبه انتخاب می‌شود. اگر مهره سفید بود، مهره انتخابی همراه با یک مهره آبی به جعبه برگردانده می‌شود و اگر مهره آبی بوده مهره انتخابی همراه با یک مهره سفید به جعبه برگردانده می‌شود. آن‌گاه مهره دوم به تصادف انتخاب می‌شود. اگر مهر دوم انتخابی آبی باشد، احتمال این که اولی هم آبی بوده باشد، کدام است؟

- ۱) $\frac{14}{31}$
۲) $\frac{16}{31}$
۳) $\frac{15}{31}$
۴) $\frac{13}{31}$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۹

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۳۴ - فرض کنید A و B دو پیشامد مستقل و $P(B) = \frac{3}{4}$ باشد. مقدار احتمال شرطی $A \cup B$ به شرط A ، کدام است؟

۱) ۱

۲) $\frac{1}{3}$

۳) $\frac{2}{5}$

۴) $\frac{1}{5}$

- ۳۵ - فرض کنید پیشامدهای B_1, B_2, \dots, B_n توأمًا مجزا باشند و $B = \bigcup_{j=1}^n B_j$ ، اگر برای هر $j = 1, \dots, n$ داشته باشیم $P(A|B), P(A|B_j) = p$ و $P(B_j) > 0$

$$P(A|B) = \min(1, np) \quad (1)$$

$$P(A|B) = p \quad (2)$$

$$P(A|B) = \frac{p}{n} \quad (3)$$

$$P(A|B) > p \quad (4)$$

آنالیز حقیقی ۱:

- ۳۶ - در فضای اعداد حقیقی کدام گزینه درست است؟

۱) هر مجموعه بورل F_σ یا G_δ است.

۲) هر زیرمجموعه‌ای از مجموعه کانتور بورل است.

۳) هر زیرمجموعه‌ای از مجموعه کانتور اندازه‌پذیر لبگ است.

۴) σ جبر مجموعه‌های بورل شمارا است.

- ۳۷ - فرض کنید (μ, \mathcal{A}) یک فضای اندازه، μ^* اندازه خارجی متناظر با μ و $\{\mathcal{A}_n\}$ دنباله‌ای از زیرمجموعه‌های X باشد. کدام گزینه درست است؟

$$\mu^*\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} \bigcup_{i=n}^{\infty} A_i\right) \geq \limsup_{n \rightarrow \infty} \mu^*(A_n) \quad (1)$$

$$\mu^*\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu^*(A_n) \quad \text{آنگاه } A_n \subseteq A_{n+1}, n$$

$$\mu^*\left(\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} \mu^*(A_n) \quad \text{آنگاه } A_n \text{ دوبهدو مجزا باشند آنگاه } A_n \subseteq A_{n+1}, n$$

$$\mu^*\left(\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \mu^*(A_n) < \infty \quad \text{آنگاه } A_n \subseteq A_{n+1}, n$$

پی اچ دی قست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۰

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۳۸- فرض کنید X یک فضای اندازه و f تابعی حقیقی بر X باشد. کدام گزینه اندازه‌پذیری f را نتیجه می‌دهد؟

(۱) e^f یا $\sqrt[3]{f}$ اندازه‌پذیر است.

(۲) بهازای هر عدد صحیح n ، مجموعه $f^{-1}(n, \infty)$ اندازه‌پذیر است.

(۳) بهازای هر مجموعه شمارای A در \mathbb{R} ، مجموعه $f^{-1}(A)$ اندازه‌پذیر است.

(۴) بهازای هر مجموعه متناهی A در \mathbb{R} ، مجموعه $f^{-1}(A)$ اندازه‌پذیر است.

- ۳۹- فرض کنید (μ, X) یک فضای اندازه متناهی و f یک تابع حقیقی اندازه‌پذیر بر X باشد. کدام گزینه درباره دوگزاره زیر درست است؟

الف) $f \in L^1(\mu)$.

$$\text{ب) اگر } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_{E_n} |f| d\mu = 0 \text{ آنگاه } E_n = \{x \in X : |f(x)| > n\}$$

(۱) (الف) و (ب) معادل هستند.

(۲) (الف) نتیجه می‌دهد (ب)، ولی لزوماً معادل نیستند.

(۳) (ب) نتیجه می‌دهد (الف)، ولی لزوماً معادل نیستند.

(۴) هیچ‌کدام دیگری را (در حالت کلی) نتیجه نمی‌دهد.

- ۴۰- فرض کنید μ اندازه‌ای روی \mathbb{N} باشد که بهازای هر $n \in \mathbb{N}$ ، $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ تابع $\mu(\{n\}) = \frac{1}{n}$. برای توابع f, g با

$$\text{ضابطه‌های } g(n) = \frac{(-1)^n}{\log n} \text{ و } f(n) = \frac{\sin n}{n} \text{ در فضای اندازه } (\mu, \mathbb{N}), \text{ کدام گزینه درست است؟}$$

(۱) g انتگرال‌پذیر است ولی f انتگرال‌پذیر نیست.

(۲) f انتگرال‌پذیر است ولی g انتگرال‌پذیر نیست.

(۳) f و g هردو انتگرال‌پذیر هستند.

(۴) g و f هیچ‌کدام انتگرال‌پذیر نیستند.

- ۴۱- فرض کنید (μ, X) یک فضای اندازه و $\{f_n\}$ دنباله‌ای از توابع حقیقی اندازه‌پذیر بر X باشد که در اندازه به تابع اندازه‌پذیر f بر X همگرا است. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر تابع f انتگرال‌پذیر باشد و برای هر n ، $\int f_n \rightarrow \int f \leq f_n \leq f_{n+1}$ (a.e.) آنگاه f در اندازه μ نامنفی است.

(۲) اگر g تابعی انتگرال‌پذیر بر X باشد و برای هر n ، $\int f_n \rightarrow \int g$ (a.e.) آنگاه $|f_n| \leq g$ است.

(۳) اگر f در اندازه و اگر تابع f_n و f انتگرال‌پذیر باشند آنگاه $\int f_n \rightarrow \int f$.

(۴) اگر برای هر n ، تابع f_n نامنفی و انتگرال‌پذیر باشد و تابع f نیز انتگرال‌پذیر باشد آنگاه $\int f d\mu \leq \liminf \int f_n d\mu$.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

- ۴۲- فرض کنید (μ, X) یک فضای اندازه متناهی، $\infty < p, q < \infty$ و M عددی ثابت است. اگر $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$

$\{f_n\}$ دنباله‌ای در فضای $L^p(\mu)$ باشد و $f \in L^p(\mu)$ کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) اگر $|g_n| \leq M$ (a.e.) و $f_n \rightarrow f$ در $L^p(\mu)$ دنباله‌ای از توابع اندازه‌پذیر باشد که برای هر n
- $$. L^p(\mu) \ni g_n f_n \rightarrow g f \quad \text{آنگاه } g_n \rightarrow g \text{ (a.e.)}$$

. $\int f_n g \rightarrow \int f g$ و برای هر n $|f_n| \leq M$ (a.e.)

. $\int f_n g \rightarrow \int f g$ آنگاه برای هر $f \in L^p(\mu)$

. اگر $\|f_n\|_p \rightarrow \|f\|_p$

- ۴۳- فرض کنید μ یک اندازه بورل روی \mathbb{R} باشد که نسبت به انتقال پایا است. نگاشت T را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases} T : L^3(\mu) \rightarrow \mathbb{R} \\ T(f) = \int_{[0,1]} f d\mu \end{cases}$$

اگر $u : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ با ضابطه $u(x) = x \chi_{[0,1]}(x)$ تعریف شود و $T(u) = 16$ ، آنگاه نرم عملگری T کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۱۶

(۳) ۳۲

(۴) ۶۴

- ۴۴- فرض کنید (μ, X) یک فضای اندازه، $1 \leq p \leq q < \infty$ و $Y \subseteq L^p(\mu) \cap L^q(\mu)$ یک زیرفضای بسته

از $I : (Y, \|\cdot\|_p) \rightarrow (L^q(\mu), \|\cdot\|_q)$ باشد. کدام گزینه در مورد نگاشت همانی درست است؟

(۱) I پیوسته است ولی لزوماً وارون آن پیوسته نیست.

(۲) I لزوماً پیوسته نیست ولی وارون آن پیوسته است.

(۳) در حالت کلی I و I^{-1} لزوماً پیوسته نیستند.

(۴) I همسان‌ریختی است.

- ۴۵- در فضای $L^2([-1,1])$ ضرب درونی با ضابطه $(f, g) = \int_{[-1,1]} f \bar{g} d\lambda$ تعریف می‌شود که λ اندازه لبگ است.

فرض کنید $M = \{f \in L^2([-1,1]) : f(0) = 0\}$. کدام گزینه درباره دو گزاره زیر درست است؟

الف) $M = M^\perp \perp$

ب) $L^2([-1,1]) = M \oplus M^\perp$

(۱) (الف) درست است ولی (ب) درست نیست.

(۲) هر دو گزاره درست است.

(۳) (ب) درست است ولی (الف) درست نیستند.

(۴) هیچ‌کدام درست نیستند.

پی اچ دی قست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۲

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

جبر پیشرفته ۱:

۴۶- در مورد حلقه $\frac{\mathbb{Z}_7[x]}{\langle x^4 \rangle}$ کدام گزینه صحیح است؟

۱) نوتری و آرتینی است.

۳) نوتری است ولی آرتینی نیست.

۴۷- فرض کنید R یک حلقه تقسیم ناجابه جایی باشد. در این صورت کدام حکم در مورد حلقه ماتریسی $(R)_n$ به عنوان R -مدول صحیح است؟

۱) نوتری است ولی اینژکتیو نیست.

۳) نوتری نیست ولی اینژکتیو است.

۴۸- فرض کنید R یک حلقه یکدار و E -مدول اینژکتیو باشد. فرض کنیم $a \in R$ و $E \rightarrow E : \varphi_a : a \mapsto \varphi_a(x) = ax$ هم ریختی یک به یک باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱) φ_a همانی است.

۳) φ_a خود توان است.

۴۹- فرض کنیم $\left\{ \frac{m}{k} \in \mathbb{Q} \mid (m, k) = 1 \right\} = \mathbb{Z}_{(5)} \times \mathbb{Z}_{(5)}$. آنگاه به ازای عدد طبیعی n ، رادیکال جیکوبسن حلقه ماتریسی $(R)_n$ با کدام گزینه یک ریخت است؟

۱) $M_n(1 \circ \mathbb{Z})$

۲) $M_n(5 \mathbb{Z}_{(5)} \times 1 \circ \mathbb{Z})$

۳) $M_n(5 \mathbb{Z}_{(5)} \times 5 \mathbb{Z})$

۵۰- فرض کنید دنباله $\dots \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow \dots$ یک دنباله دقیق کوتاه از \mathbb{Z} -مدولها باشد. یک ریختی $-Z$ مدولی در کدام گزینه، نادرست است؟

۱) $N \simeq N \oplus \mathbb{Q}$

۲) $M \simeq N \oplus \left(\prod_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Q} \right)$

۳) $M \oplus \mathbb{Q} \oplus \mathbb{Q} \simeq M$

۴) $M \oplus \mathbb{Q} \simeq N \oplus \left(\prod_{i \in \mathbb{N}} \mathbb{Q} \right)$

۵۱- اگر φ یک \mathbb{Z} -هم ریختی نا صفر و غیر همانی از \mathbb{Z}_{p^∞} به خودش باشد، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\text{Im } \varphi$ متناهی مولد نیست ولی $\text{ker } \varphi$ متناهی مولد است.

۲) $\text{Im } \varphi$ متناهی مولد است ولی $\text{ker } \varphi$ متناهی مولد نیست.

۳) $\text{ker } \varphi$ و $\text{Im } \varphi$ متناهی مولد نیستند.

۴) $\text{ker } \varphi$ و $\text{Im } \varphi$ متناهی مولد هستند.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۳

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

-۵۲- فرض کنید R یک حلقه باشد. در این صورت $\text{Hom}_R(R[x], R)$ به عنوان \mathbb{Z} -مدول با کدام گزینه یکریخت است؟

$$R[x] \quad (2) \quad R \quad (1)$$

$$R[[x]] \quad (4) \quad \{ \circ \} \quad (3)$$

-۵۳- فرض کنید F_1 و F_2 دو R -مدول آزاد با پایه‌های متناهی باشند که در آن R حلقه‌ای جابه‌جایی است. در این صورت

$$\text{End}_R(F_1) \otimes_R \text{End}_R(F_2) \quad F_1 \oplus F_2 \quad (1)$$

$$\text{End}_R(F_1 \otimes_R F_2) \quad (2) \quad F_1 \oplus F_2 \quad (1)$$

$$\text{End}_R(F_1 \oplus F_2) \quad (4) \quad F_1 \otimes_R F_2 \quad (3)$$

-۵۴- فرض کنید F یک میدان و M یک $F[x]$ -مدول تصویری ناصرف باشد. در این صورت کدام گزینه در مورد M صحیح است؟

(۱) هم آزاد و هم اینژکتیو است.

(۲) آزاد نیست ولی اینژکتیو است.

(۳) آزاد است اما اینژکتیو نیست.

(۴) نه آزاد و نه اینژکتیو است.

-۵۵- حلقه جابه‌جایی و یکدار R مفروض است، به طوری که هر دو R -مدول غیرصفر شامل دو زیرمدول غیرصفر و یکریخت هستند. کدام گزینه لزوماً نادرست است؟

(۱) R فقط یک ایده‌آل ماسکیمال دارد.

(۲) هر R -مدول متناهی مولد ساده است.

(۳) همه R -مدول‌های ساده یکریخت هستند.

بهینه‌سازی خطی پیشرفته ۱:

-۵۶- مسئله برنامه‌ریزی خطی اولیه را به صورت

$$\max z = c^T x$$

$$\text{s.t.} \quad Ax \leq 0$$

در نظر بگیرید. می‌دانیم:

$$Ax \leq 0 \Rightarrow c^T x \leq 0.$$

گزینه درست کدام است؟

(۱) دستگاه $A^T v = c$ ناشدنی است.

(۲) مسئله دوگان ناشدنی است.

$$A^T v = c \quad (4) \quad v \geq 0 \quad (1) \quad A^T v = c \quad (3) \quad v \leq 0 \quad (2) \quad \text{وجود دارد به طوری که } A^T v = c \quad (3)$$

-۵۷- فرض کنید $x \neq 0$ موجود است، به طوری که $Ax = b$ ، $x \geq 0$. کدام گزینه درست است؟

$$v^T b = 0 \quad (1) \quad A^T v > 0 \quad (1)$$

$$A^T v = 0 \quad (2) \quad v^T b = 0 \quad (2) \quad \text{وجود ندارد به طوری که } A^T v = 0 \quad (2)$$

$$A^T v = 0 \quad (3) \quad v^T b \neq 0 \quad (3) \quad \text{وجود دارد به طوری که } A^T v = 0 \quad (3)$$

$$A^T v > 0 \quad (4) \quad \text{جواب ندارد.} \quad (4)$$

پی اچ دی قست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

-۵۸- فرض کنید $\mathbf{c} \geq \mathbf{0}$. مسئله اولیه (P) را به صورت

$$\begin{aligned} \max \mathbf{u} &= \mathbf{b}^T \mathbf{v} && (P) \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{A}^T \mathbf{v} &\leq \mathbf{c} \end{aligned}$$

و دوگان آن را (D) در نظر بگیرید. اگر (D) شدنی باشد، آنگاه

(۱) (P) می‌تواند بی‌کران باشد.

(۲) (P) هردو می‌توانند بی‌کران باشند.

(۳) (D) می‌تواند بی‌کران باشد.

-۵۹- فرض کنید $\bar{\mathbf{w}} = \mathbf{v}^\circ$ برای مسئله اولیه به صورت

$$\begin{aligned} \min (\mathbf{b}^T \mathbf{w} + \mathbf{u}^T \mathbf{v}) &&& (P) \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{A}^T \mathbf{w} + \mathbf{v} &\leq \mathbf{c} \\ \mathbf{v} &\leq \mathbf{0} \end{aligned}$$

شدنی و \mathbf{x}° برای مسئله دوگان متناظر (D) شدنی هستند. کدام شرایط، بهینه‌بودن این نقاط را برای (P) و (D) تضمین می‌کنند؟ (فرض کنید \mathbf{a}_j ها ستون‌های \mathbf{A} هستند).

$$\mathbf{x}_j^\circ < \mathbf{u}_j \Rightarrow \mathbf{a}_j^T \bar{\mathbf{w}} = \mathbf{c}_j, j = 1, \dots, n \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_j^\circ = \mathbf{u}_j \Rightarrow \mathbf{a}_j^T \bar{\mathbf{w}} = \mathbf{c}_j, j = 1, \dots, n \quad (1)$$

$$\mathbf{x}_j^\circ > \mathbf{u}_j \Rightarrow \mathbf{a}_j^T \bar{\mathbf{w}} = \mathbf{c}_j, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

$$\mathbf{x}_j^\circ > \mathbf{u}_j \Rightarrow \mathbf{a}_j^T \bar{\mathbf{w}} = \mathbf{c}_j, j = 1, \dots, n \quad (3)$$

-۶۰- فرض کنید مسئله (P) به صورت

$$\begin{aligned} \max \mathbf{w} &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} && (P) \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{Ax} &= \mathbf{b} \end{aligned}$$

جواب بهینه \mathbf{x}° دارد. دوگان (P) را (D) بنامید. قید جدید به صورت $\mathbf{g}^T \mathbf{x} = \mathbf{b}_0$ را به مسئله (P) اضافه کنید و

مسئله جدید را (P') و دوگان آن را (D') بنامید. اگر $\mathbf{g}^T \mathbf{x}^\circ \neq \mathbf{b}_0$ ، آنگاه کدام گزینه درست است؟

(۱) (D') نمی‌تواند ناشدنی باشد.

(۲) (P') نمی‌تواند بی‌کران باشد.

(۳) (P') می‌تواند بی‌کران باشد.

-۶۱- مسئله اولیه (P) را به صورت

$$\begin{aligned} \min \mathbf{z} &= \mathbf{c}^T \mathbf{x} && (P) \\ \text{s.t.} \quad \mathbf{Ax} &= \mathbf{b} \\ \mathbf{0} \leq \mathbf{x} &\leq \mathbf{u} \end{aligned}$$

در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. کدام گزینه برای (D) درست است؟

(۱) همواره شدنی است.

(۲) می‌تواند ناشدنی باشد.

(۳) نمی‌تواند بی‌کران باشد.

(۴) همواره جواب بهینه دارد.

-۶۲- فرض کنید $\mathbf{u} \geq \mathbf{0}$ وجود دارد، به طوری که $\mathbf{c}^T \mathbf{u} = \mathbf{A}^T \mathbf{u}$. در این صورت، به ازای هر \mathbf{x} به طوری که $\mathbf{0} \leq \mathbf{Ax} \leq \mathbf{b}$ ، کدام مورد درست است؟

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} \leq \mathbf{0} \quad (2)$$

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \quad (1)$$

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$$\mathbf{c}^T \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3)$$

می‌تواند صفر، منفی یا مثبت باشد.

پی اچ دی قست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۵

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

-۶۳- در یک مسئله جریان ماسیمال در شبکه، تنها یک برش با ظرفیت متناهی برابر با k وجود دارد و بقیه برش‌ها ظرفیت نامتناهی دارند. در این صورت، کدام گزینه برای مقدار جریان ماسیمال در شبکه درست است؟

- ۱) می‌تواند یک مقدار متناهی بیشتر از k باشد.
۲) می‌تواند بی‌کران باشد.
۳) می‌تواند کمتر از k باشد.
۴) برابر k است.

-۶۴- مسئله برنامه‌ریزی خطی به صورت

$$\min T = \sum_{i=1}^m y_i \quad (P)$$

$$\text{s.t.} \quad Ax + y = b$$

$$x \geq 0$$

$$y \geq 0$$

را در نظر بگیرید که در آن، $b \geq 0$ و y_i ها درایه‌های y هستند. کدام گزینه در مورد (P) درست است؟

- ۱) اگر جواب بهینه داشته باشد، آنگاه دستگاه $Ax = b$ جواب دارد.
۲) شدنی است و می‌تواند بی‌کران باشد.
۳) می‌تواند ناشدنی باشد.
۴) جواب بهینه دارد.

-۶۵- مسئله (P) را به صورت

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

s.t.

$$(1) \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n \quad (P)$$

$$(2) \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n$$

$$x_{ij} \geq 0, i, j = 1, \dots, n$$

در نظر بگیرید و دوگان آن را (D) بنامید. متغیر دوگان مربوط به قید ۱ ام در (1) را u_i و متغیر دوگان مربوط به قید

۲ ام در (2) را v_j بگیرید. نقاط شدنی x و (u, v) به ترتیب برای (P) و (D) نقاطی بهینه هستند اگر
.....

۱) به ازای هر i, j $u_i + v_j \leq c_{ij}$ $\Rightarrow x_{ij} = 0$.
۲) به ازای هر i, j $u_i + v_j = c_{ij}$ $\Rightarrow x_{ij} = 1$.

۳) $x_{ij} = 0 \Rightarrow u_i + v_j = c_{ij}$ یا $u_i + v_j < c_{ij}$.
۴) $x_{ij} = 1 \Rightarrow u_i + v_j = c_{ij}$.

اصول آموزش ریاضی:

-۶۶- کدام نظریه پرداز، در دهه ۸۰ میلادی با طرح دو مؤلفه «فرهنگ» و «ارزش‌ها»، گزاره «ریاضی یک زبان بین‌المللی است.» را به چالش کشید و باعث تحولی عظیم در پژوهش‌های آموزش ریاضی شد؟

- ۱) آلن بیشاپ
۲) دی‌آمبروسیو
۳) آلن شونفیلد
۴) هیمن بس

پی اچ دی قست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۶

(473F)

ریاضی (کد ۲۲۳۳)

- ۶۷- نظریه پیوندهای بین «ریاضی، فرهنگ، اجتماع»، کدام است؟
- ۱) آموزش ریاضی ۲) تاریخ ریاضی ۳) فلسفه ریاضی ۴) ریاضیات قومی
- ۶۸- از زمان تأسیس نظامهای آموزش عمومی در جهان، اصلی‌ترین عامل تغییر در برنامه‌های درسی ریاضی، چه بوده است؟
- ۱) سیاست ۲) نتایج ارزیابی‌های بین‌المللی ریاضی ۳) ظهور نظریه‌های نوین روان‌شناسی ۴) تغییرات جمعیتی
- ۶۹- چهار حوزه تشکیل‌دهنده مدل چهاروجهی هیگنسون (۱۹۸۰) برای آموزش ریاضی، کدامند؟
- ۱) جامعه‌شناسی، تدریس، ریاضی، روان‌شناسی ۲) فلسفه، ریاضی، تکنولوژی، روان‌شناسی ۳) ریاضی، فلسفه، روان‌شناسی، جامعه‌شناسی ۴) فلسفه، قوم‌شناسی، روان‌شناسی، ریاضی
- ۷۰- از نظر ریچارد اسکمپ، دو مؤلفه اصلی نظریه «یادگیری هوشمند» در آموزش ریاضی، کدامند؟
- ۱) فهم رابطه‌ای و فهم طوطی‌وار ۲) فهم ابزاری و فهم رابطه‌ای ۳) فهم رویه‌ای و فهم معنادار ۴) فهم عمیق و فهم کاربرست قواعد
- ۷۱- در رویکرد «آموزش ریاضیات واقعیت‌مدار» (RME)، ریاضی چگونه تبیین شده است؟
- ۱) ریاضی دانشی قطعی است. ۲) ریاضی مستقل از زمینه دنیای واقعی است. ۳) ریاضی دانش‌پیشینی است.
- ۷۲- بزرگ‌ترین گردهمایی آموزشگران ریاضی در جهان، کدام است؟
- ۱) کنگره بین‌المللی ریاضی‌دانها (ICM) ۲) کنگره بین‌المللی آموزش ریاضی (ICME) ۳) کنگره اروپایی پژوهش در آموزش ریاضی (CERME) ۴) کنفرانس بین‌المللی روان‌شناسی آموزش ریاضی (PME)
- ۷۳- برنامه درسی «دوران ریاضی جدید» (New Math Era)، بر چه ریاضیاتی استوار است؟
- ۱) نظریه مجموعه‌ها ۲) ریاضیات اصل موضوعی ۳) ساختارهای ریاضی به سبک گروه بورباکی ۴) نظریه مجموعه‌ها، منطق صوری و تابع به عنوان مفهوم هماهنگ‌کننده
- ۷۴- برنامه درسی ریاضی «Mathematics» و «mathematics» به ترتیب برای کدام است؟
- ۱) دوره ابتدایی - دوره متوسطه ۲) ورود به دانشگاه - حرفه‌آموزی ۳) تربیت متخصص - تربیت شهریوند
- ۷۵- ماهیت «اصول آموزش ریاضی» چیست؟
- ۱) نسبی ۲) قطعی ۳) انتزاعی ۴) کاربردی