



کد کنترل

477

F

آزمون (نیمه‌مترکز) ورود به دوره‌های دکتری - سال ۱۴۰۲

دفترچه شماره (۱)

صبح پنج‌شنبه

۱۴۰۱/۱۲/۱۱



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

فیزیک (کد ۲۲۳۸)

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکتروپنایمیک - ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکترودینامیک - ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱):

۱- تابع موج یک سیستم کوانتومی که در راستای x حرکت می‌کند در لحظه به شکل زیر است:

$$\psi(x, t) = A e^{-\lambda|x|} e^{-i\omega t}$$

که در آن λ ، A و ω ضریب‌های ثابت مثبتی هستند. مقدار چشم‌داشتی عملگر \hat{x} در این حالت، کدام است؟

(۱) $-\frac{1}{4\lambda}$

(۲) $-\frac{1}{2\lambda}$

(۳) $\frac{1}{2\lambda}$

(۴) $\frac{1}{4\lambda}$

۲- اگر در مسئله یک بعدی، انرژی پتانسیل تابع زوجی از مختصه مکان x باشد، کدام عبارت در مورد حل‌های معادله شرودینگر مستقل از زمان درست است؟

(۱) این حل‌ها را می‌توان توابعی زوج یا فرد از مختصه x اختیار کرد.

(۲) این حل‌ها را می‌توان فقط توابعی زوج از مختصه x اختیار کرد.

(۳) این حل‌ها همواره توابعی زوج یا فرد از مختصه x هستند.

(۴) این حل‌ها همواره توابعی زوج از مختصه x هستند.

۳- کدام عبارت در مورد ویژه مقدار متناظر با هر ویژه تابع بهنجارش‌پذیر عملگر انرژی درست است؟

(۱) این ویژه مقدار از مقدار بیشینه مطلق تابع انرژی پتانسیل همواره بیشتر است.

(۲) این ویژه مقدار از مقدار بیشینه مطلق تابع انرژی پتانسیل همواره کمتر است.

(۳) این ویژه مقدار از مقدار کمینه مطلق تابع انرژی پتانسیل می‌تواند کمتر باشد.

(۴) این ویژه مقدار از مقدار کمینه مطلق تابع انرژی پتانسیل همواره بیشتر است.

۴- تابع موج یک نوسانگر هماهنگ یک بعدی با بسامد زاویه‌ای ω در لحظه $t = 0$ به شکل $\psi(x, 0) = A[3u_1 - 4u_2]$ است که در آن A ضریبی ثابت و $u_n(x)$ ها ویژه توابع بهنجار انرژی این نوسانگر با انرژی E_n هستند. احتمال آن که در لحظه $t > 0$ در اندازه‌گیری انرژی نوسانگر مقدار E_7 به دست آید، کدام است؟

$$(1) \frac{16}{25} \cos^2(2\omega t)$$

$$(2) \frac{4}{5} \cos(2\omega t)$$

$$(3) \frac{16}{25}$$

$$(4) \frac{4}{5}$$

۵- نوسانگر هماهنگ یک بعدی در لحظه $t = 0$ در یک حالت همدوس قرار دارد. کدام ویژگی برای تابع حالت نوسانگر در لحظه دلخواه $t > 0$ نادرست است؟

(۱) این تابع در تمام زمان‌ها ویژه تابع عملگر تعداد $N = a^\dagger a$ نیست.

(۲) تابع حالت نوسانگر در تمام زمان‌ها ویژه تابع عملگر پایین‌بر a است.

(۳) رابطه عدم قطعیت مکان و ممنتوم خطی در تمام لحظه‌ها مقدار کمینه خود را دارد.

(۴) مقدار چشم‌داشتی عملگر مکان در تمام لحظه‌ها برابر صفر است.

۶- اگر A عملگر تانسور کروی از مرتبه ۳ و B عملگر تانسور کروی از مرتبه ۱ باشد، کدام عبارت درست است؟

(۱) عملگر AB تانسوری کروی از مرتبه ۴ است.

(۲) عملگر AB تانسوری کروی از مرتبه ۲ است.

(۳) از مجموع حاصل ضرب مؤلفه‌های این دو عملگر با ضرایب کلیش - گوردن مناسب می‌توان فقط تانسور کروی از مرتبه ۴ ساخت.

(۴) از مجموع حاصل ضرب مؤلفه‌های این دو عملگر با ضرایب کلیش - گوردن مناسب می‌توان تانسورهای کروی از مرتبه‌های ۲، ۳ و ۴ ساخت.

۷- یک ذره اسپین $\frac{1}{2}$ در حالت $|\chi\rangle = \begin{pmatrix} \sqrt{3}-i \\ 1 \end{pmatrix}$ قرار دارد. مقدار عدم قطعیت در اندازه‌گیری عملگر S_x در این

حالت کدام است؟

$$(1) \frac{\hbar\sqrt{2}}{5}$$

$$(2) \frac{\hbar\sqrt{11}}{2}$$

$$(3) \frac{\hbar\sqrt{13}}{10}$$

$$(4) \frac{\hbar}{2\sqrt{3}}$$

۸- دو ذره غیربرهمکنشی یکسان در داخل یک چاه بی‌نهایت یک بعدی قرار دارند. اگر دو ذره بوزون باشند، کدام عبارت در مورد تابع حالت پایه و اولین حالت برانگیخته این مجموعه درست است؟

(۱) حالت پایه و حالت برانگیخته اول هر دو غیرتبهگن هستند.

(۲) حالت پایه غیر تبهگن و حالت برانگیخته اول تبهگن مرتبه ۲ است.

(۳) حالت پایه تبهگن مرتبه ۲ و حالت برانگیخته اول غیر تبهگن است.

(۴) حالت پایه و حالت برانگیخته اول هر دو تبهگن مرتبه ۲ هستند.

۹- کدام عبارت در مورد فرمول‌بندی انتگرال مسیری مکانیک کوانتومی نادرست است؟

(۱) در این فرمول‌بندی کمیت‌های فیزیکی، کمیت‌هایی کلاسیکی و نه عملگرهایی در فضای هیلبرت هستند.

(۲) این فرمول‌بندی کاملاً معادل فرمول‌بندی شرودینگری نیست و فقط در مواردی که هامیلتونی سیستم مستقل از زمان است کاربرد دارد.

(۳) در محاسبه انتشارگر از نقطه $\vec{x}_i t_i$ به نقطه $\vec{x}_f t_f$ نه تنها مسیر کلاسیک بلکه تمام مسیرها میان این دو نقطه سهم دارند.

(۴) برای انجام محاسبات در سیستم‌های کوانتومی با بی‌نهایت درجه آزادی این فرمول‌بندی بسیار مناسب‌تر است.

۱۰- حاصل جابه‌جاگر $[L^2, z]$ چیست؟ (x, y, z) عملگرهای مکان، و $L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ مربع عملگر ممنتوم زاویه مداری است.

$$(1) \quad 2i\hbar(xL_y - yL_x - i\hbar z)$$

$$(2) \quad 2i\hbar(xL_y - yL_x + i\hbar z)$$

$$(3) \quad 2i\hbar(xL_y + yL_x - i\hbar z)$$

$$(4) \quad 2i\hbar(xL_y + yL_x + i\hbar z)$$

۱۱- عملگر وارونی زمان چه نوع عملگری است؟

(۱) پادیکانی (۲) یکانی (۳) هرمیتی (۴) پادهرمیتی

۱۲- اگر جمله اصلاح نسبیتی به هامیلتونی اتم هیدروژن به شکل $H_r = -\frac{p^4}{8m^3c^2}$ باشد، مقدار تغییر تراز انرژی E_n در اولین مرتبه اختلال، کدام است؟

$$(1) \quad -\frac{1}{2mc^2} \left[E_n^2 - 2E_n \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right]$$

$$(2) \quad -\frac{1}{2mc^2} \left[E_n^2 + 2E_n \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right]$$

$$(3) \quad -\frac{1}{2mc^2} \left[2E_n \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle + \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right]$$

$$(4) \quad -\frac{1}{2mc^2} \left[2E_n \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right) \left\langle \frac{1}{r} \right\rangle - \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \right]$$

۱۳- هامیلتونی یک ذره اسپین $\frac{1}{2}$ به شکل $H = \hbar\Omega\sigma_z + \hbar\omega(\sigma_x \cos \alpha t + \sigma_y \sin \alpha t)$ است. اگر بردار حالت ذره در لحظه $t = 0$ برابر $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ باشد، احتمال آن که در لحظه $t > 0$ بردار حالت ذره $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ باشد کدام است؟

$$(1) \frac{4\omega^2}{(2\Omega + \alpha)^2} \sin^2((2\Omega + \alpha)t)$$

$$(2) \frac{2\omega^2}{(\Omega + \alpha)^2} \sin^2((\Omega + \alpha)t)$$

$$(3) \frac{2\omega^2}{(\Omega - \alpha)^2 + 4\omega^2} \sin^2\left(\sqrt{(\Omega - \alpha)^2 + 4\omega^2} t\right)$$

$$(4) \frac{4\omega^2}{(\Omega + \alpha)^2 + 4\omega^2} \sin^2\left(\sqrt{(\Omega + \alpha)^2 + 4\omega^2} t\right)$$

۱۴- در نظریه پراکندگی (scattering)، کدام عبارت درباره قضیه اپتیکی $\frac{4\pi}{k} \text{Im}(f(\theta = 0)) = \sigma_{\text{tot}}$ درست است؟

(۱) این قضیه فقط در تقریب اول بورن برقرار است و در پراکندگی از هر نوع پتانسیل کاربرد دارد.

(۲) قضیه‌ای دقیق است که در پراکندگی از هر نوع پتانسیل کاربرد دارد.

(۳) این قضیه فقط در تقریب اول بورن برقرار است و فقط در پراکندگی از پتانسیل‌های مرکزی صادق است.

(۴) قضیه‌ای دقیق است اما فقط در پراکندگی از پتانسیل‌های مرکزی (با تقارن کروی) صادق است.

۱۵- اگر χ یک اسپینور دو مؤلفه‌ای دلخواه و σ_k ها ($k = 1, 2, 3$) ماتریس‌های پاولی باشند، کدام عبارت درست است؟

(۱) مجموعه سه ماتریس σ_k تحت دوران یک عملگر تانسور دکارتی مرتبه یک تشکیل می‌دهند.

(۲) مجموعه سه کمیت $\chi^\dagger \sigma_k \chi$ تحت دوران یک عملگر تانسور کروی مرتبه دو تشکیل می‌دهند.

(۳) مجموعه سه کمیت $\chi^\dagger \sigma_k \chi$ تحت دوران یک عملگر تانسور دکارتی مرتبه یک تشکیل می‌دهند.

(۴) مجموعه سه ماتریس σ_k تحت دوران یک عملگر تانسور کروی مرتبه دو تشکیل می‌دهند.

۱۶- درون یک تیغه بزرگ بار الکتریکی با چگالی حجمی ρ توزیع شده است. مطابق شکل زیر در مرز

$x = x_1$ پتانسیل و میدان الکتریکی به ترتیب مقادیرهای ثابت V_1 و E_1 را دارند. پتانسیل الکتریکی در نقطه‌ای

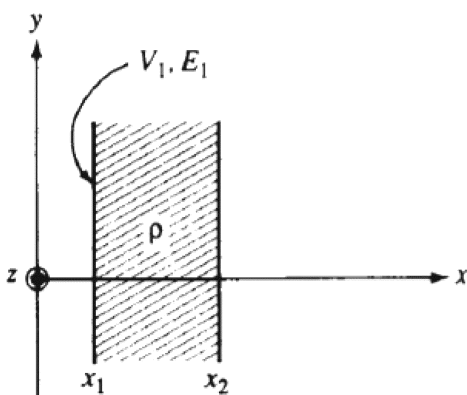
داخل تیغه با مختصات (x, y, z) ، کدام است؟

$$(1) -\frac{\rho}{2\epsilon_0}(x - x_1)^2 - E_1(x - x_1) + V_1$$

$$(2) -\frac{\rho}{2\epsilon_0}(x - x_1) + E_1(x - x_1)^2 + V_1$$

$$(3) -\frac{\rho}{3\epsilon_0}(x - x_1)^3 - E_1(x - x_1) + V_1$$

$$(4) -\frac{\rho}{3\epsilon_0}(x - x_1)^3 + E_1(x - x_1) + V_1$$



۱۷- دو صفحه رسانای تخت بی نهایت ۱ و ۲ به فاصله d موازی هم قرار دارند. بار نقطه‌ای q در فضای میان دو صفحه و

به فاصله $\frac{d}{3}$ از صفحه ۱ قرار دارد. بار القایی روی صفحه ۲، کدام است؟

(۱) $-\frac{3q}{4}$

(۲) $-\frac{2q}{3}$

(۳) $-\frac{q}{4}$

(۴) $-\frac{q}{3}$

۱۸- داخل یک دی‌الکتریک با ضریب گذردهی ϵ میدان جابه‌جایی \vec{D} در نقطه‌ای با مختصات استوانه‌ای (r, ϕ, z)

توسط رابطه $\vec{D} = r \sin \phi \hat{r} + r^2 \cos \phi \hat{\phi} + 2r e^{-2z} \hat{k}$ تعیین می‌شود. چگالی بار الکتریکی در

نقطه $(3, \pi/2, 0)$ داخل دی‌الکتریک، کدام است؟

(۱) -9

(۲) -13

(۳) $-\frac{14}{\epsilon}$

(۴) -7ϵ

۱۹- ماده‌ای با ضریب گذردهی ϵ و ضریب هدایت الکتریکی σ تحت تأثیر میدان الکتریکی متناوبی با بسامد زاویه‌ای ω

قرار دارد. نسبت اندازه چگالی جریان رسانش $|\vec{J}_C|$ به اندازه چگالی جریان جابه‌جایی $|\vec{J}_D|$ ، کدام است؟

(۱) $\frac{\sigma}{\epsilon \omega}$

(۲) $\frac{\sigma \omega}{\epsilon}$

(۳) $\frac{\epsilon}{\sigma \omega}$

(۴) $\frac{\epsilon \omega}{\sigma}$

۲۰- مرکز سه کره رسانا منطبق بر رأس‌های یک مثلث متساوی‌الاضلاع است. طول ضلع این مثلث $L = 48 \text{ cm}$ ،

شعاع سه کره به ترتیب $r_1 = L/24$ ، $r_2 = L/12$ و $r_3 = L/6$ و پتانسیل سه کره به ترتیب $\phi_1 = 1 \text{ V}$ ،

$\phi_2 = 4 \text{ V}$ و $\phi_3 = 10 \text{ V}$ است. P_{ij} ، ماتریس ضرایب پتانسیل این مجموعه، کدام است؟

(۲) $\frac{25}{48\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 24 & 1 & 10 \\ 1 & 12 & 4 \\ 10 & 4 & 6 \end{pmatrix}$

(۱) $\frac{5}{8\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 12 & 1 & 10 \\ 1 & 6 & 4 \\ 10 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

(۴) $\frac{25}{48\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 24 & 1 & 1 \\ 1 & 12 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \end{pmatrix}$

(۳) $\frac{15}{8\pi\epsilon_0} \begin{pmatrix} 12 & 2 & 2 \\ 2 & 6 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

۲۱- میدان مغناطیسی \mathbf{H} درون یک رسانای استوانه‌ای با رابطه $\vec{H} = 4r^3 \hat{\phi}$ داده می‌شود. چگالی جریان داخل این رسانا کدام است؟

(۱) $r^4 \hat{r}$

(۲) $16r^3 \hat{k}$

(۳) $16r^2 \hat{k}$

(۴) $r^2 \cos\phi \hat{r}$

۲۲- یک موج بر مستطیلی پر از هوا در فرکانس 30GHz کار می‌کند. با فرض آن که فرکانس قطع مد $\text{TM}_{۲۱}$ برابر 18GHz باشد، طول موج این مد چند cm است؟

(۱) 0.4

(۲) 0.8

(۳) 2.50

(۴) 1.25

۲۳- میدان الکتریکی موجی که در امتداد محور z انتشار یافته $\vec{E} = E_0 \left(e^{-ikz} - i \frac{1}{5} e^{ikz + \phi} \right) e^{i\omega t} \hat{e}_x$

است که E_0 ، ϕ و ω کمیت‌های ثابت حقیقی هستند. متوسط توانی که واحد سطح عمود بر جهت انتشار این موج دریافت می‌کند، کدام است؟

(۱) $\frac{24E_0^2 k}{50\mu_0\omega}$

(۲) $\frac{24E_0^2 k}{25\mu_0\omega}$

(۳) $\frac{24E_0^2 k}{50\epsilon_0\omega}$

(۴) $\frac{24E_0^2 k}{25\epsilon_0\omega}$

۲۴- برای ماده رسانایی با ضریب تراوایی مغناطیسی μ و ضریب هدایت الکتریکی σ مؤلفه‌های میدان مغناطیسی H_i برای $i = 1, 2, 3$ در کدام رابطه صدق می‌کنند؟

(۱) $\nabla^2 H_i = \frac{\mu}{\sigma} \frac{\partial H_i}{\partial t}$

(۲) $\nabla^2 H_i = \frac{\sigma}{\mu} \frac{\partial^2 H_i}{\partial t^2}$

(۳) $\nabla^2 H_i = \mu\sigma \frac{\partial H_i}{\partial t}$

(۴) $\nabla^2 H_i = \mu\sigma \frac{\partial^2 H_i}{\partial t^2}$

۲۵- بار نقطه‌ای q در صفحه $x - y$ در مسیری دایره‌ای به شعاع R حول مبدا مختصات با سرعت زاویه‌ای ثابت ω می‌چرخد. کدام چگالی بار حجمی مشخص کننده این توزیع بار در مختصات کروی است؟

$$(۱) \quad \frac{q}{R^2} \delta(r - R) \delta(\sin \theta) \delta(\varphi - \omega t)$$

$$(۲) \quad \frac{q}{R^2} \delta(r - R) \delta(\cos \theta) \delta(\varphi - \omega t)$$

$$(۳) \quad \frac{q\omega}{2\pi R} \delta(r - R) \delta(\cos \theta) \delta(\varphi - \omega t)$$

$$(۴) \quad \frac{q \sin \theta}{\omega R} \delta(r - R) \delta(\theta) \delta(\varphi - \omega t)$$

۲۶- بار نقطه‌ای q داخل کره رسانای متصل به زمین به شعاع a قرار دارد. فاصله بار نقطه‌ای تا مرکز کره $a/3$ است. اندازه نیروی وارد بر این بار کدام است؟

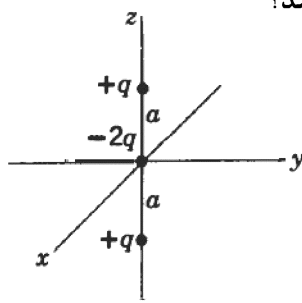
$$(۱) \quad \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$(۲) \quad \frac{3q^2}{16\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$(۳) \quad \frac{27q^2}{256\pi\epsilon_0 a^2}$$

$$(۴) \quad \frac{9q^2}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

۲۷- همان‌های چندقطبی q_{lm} غیرصفر برای توزیع بار نشان داده در شکل زیر کدام هستند؟



$$(۱) \quad q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/\pi} q a^l, \quad l = 2, 4, 6, \dots$$

$$(۲) \quad q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/\pi} q a^l, \quad l = 1, 3, 5, \dots$$

$$(۳) \quad q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/4\pi} q a^{l+2}, \quad l = 2, 4, 6, \dots$$

$$(۴) \quad q_{l0} = \sqrt{(2l+1)/4\pi} q a^{l+2}, \quad l = 1, 3, 5, \dots$$

۲۸- پتانسیل اسکالر مغناطیسی برای یک پوسته استوانه‌ای بسیار بلند به شعاع داخلی a و شعاع خارجی b و ضریب نفوذپذیری μ در مختصات استوانه‌ای به شکل زیر داده شده است:

$$\phi_M(\rho, \varphi) = \begin{cases} \left(\alpha_1 \rho + \frac{\alpha_2}{\rho} \right) \cos \varphi & \rho > b \\ \left(\beta_1 \rho + \frac{\beta_2}{\rho} \right) \cos \varphi & a < \rho < b \\ \gamma_1 \rho \cos \varphi & \rho < a \end{cases}$$

و محور z منطبق بر محور استوانه است. شرایط مرزی مگنتواستاتیک برای میدان مغناطیسی \vec{H} و \vec{B} منجر به کدام روابط میان ضرایب ثابت $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_1$ می‌شوند؟

$$(۱) \quad \alpha_1 - \beta_1 = b^2(\beta_2 - \alpha_2), \quad a^2(\gamma_1 - \beta_2) = \beta_1, \quad \mu(\beta_2 a^2 - \beta_1) = \mu_0 a^2 \gamma_1$$

$$(۲) \quad b^2(\alpha_1 - \beta_1) = \beta_2 - \alpha_2, \quad a^2(\gamma_1 - \beta_1) = \beta_2, \quad \mu(\beta_1 a^2 - \beta_2) = \mu_0 a^2 \gamma_1$$

$$(۳) \quad b^2(\alpha_1 - \beta_1) = \beta_2 + \alpha_2, \quad a^2(\gamma_1 + \beta_1) = \beta_2, \quad \mu_0(\alpha_1 b^2 - \alpha_2) = \mu(\beta_1 b^2 - \beta_2)$$

$$(۴) \quad \alpha_1 + \beta_1 = b^2(\beta_2 - \alpha_2), \quad \gamma_1 - \beta_1 = a^2 \beta_2, \quad \mu(\alpha_1 b^2 - \alpha_2) = \mu_0(\beta_1 b^2 - \beta_2)$$

۲۹- یک مدار الکتریکی شامل یک پوسته استوانه‌ای نازک رسانا به شعاع a و یک پوسته نازک رسانای داخلی جهت بازگشت جریان به شعاع b و هم‌محور با پوسته خارجی است ($b < a$). خودالقایی در واحد طول این مجموعه کدام است؟

$$(1) \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$(2) \frac{\mu_0}{4\pi} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$(3) \frac{\mu_0 a}{2\pi b} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$(4) \frac{\mu_0 b}{4\pi a} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

۳۰- توان کل تابشی از یک چهارقطبی الکتریکی با چه توانی از ω بسامد زاویه‌ای موج تابشی متناسب است؟

$$(1) \omega^3$$

$$(2) \omega^4$$

$$(3) \omega^5$$

$$(4) \omega^6$$

۳۱- یک سازنده ادعا می‌کند که ماشین حرارتی با بازده ۴۰٪ ساخته است که بین چشمه حرارتی سرد با دمای $T_C = 300\text{K}$ و چشمه گرم با دماهای الف ($T_H = 400\text{K}$ ، ب ($T_H = 500\text{K}$ و ج ($T_H = 600\text{K}$ کار می‌کند. کدام یک از این ادعاها می‌تواند در واقعیت امکان‌پذیر باشد؟

(۱) فقط «ج» (۲) «الف» و «ب» (۳) «ب» و «ج» (۴) «الف»، «ب» و «ج»

۳۲- ۲ مول از یک گاز ایده‌آل تک اتمی در یک فرایند از دما $T_1 = 400\text{K}$ و فشار $P_1 = 2\text{bar}$ به دما $T_2 = 800\text{K}$ و

فشار $P_2 = 6\text{bar}$ تحول می‌یابد. تغییر آنتروپی این گاز چند $\frac{\text{J}}{\text{K}}$ است؟ ($\ln 2 = 0.7$ ، $\ln 3 = 1.1$) $(R = \frac{8.3\text{J}}{\text{K}})$.

$$(1) 10.8$$

$$(2) 47.3$$

$$(3) 20.8$$

$$(4) 2.5$$

۳۳- رفتار حرارتی اتمسفر تا ارتفاع 10km از سطح زمین مانند یک گاز ایده‌آل با آنتروپی ثابت است. اگر ضریب اتمیسیته هوا γ ، جرم مولی آن M و چگالی آن در ارتفاع z برابر $\rho(z)$ باشد، رابطه تغییرات دما برحسب

ارتفاع $\frac{dT}{dz}$ با تغییرات فشار برحسب ارتفاع $\frac{dP}{dz}$ کدام است؟ (R ثابت جهانی گازها است.)

$$(1) \frac{dT}{dz} = \frac{M}{R\rho} \frac{dP}{dz}$$

$$(2) \frac{dT}{dz} = \frac{M}{R\rho} \frac{\gamma + 1}{\gamma} \frac{dP}{dz}$$

$$(3) \frac{dT}{dz} = \frac{M}{R\rho} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dP}{dz}$$

$$(4) \frac{dT}{dz} = \frac{M}{R\rho} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{dP}{dz}$$

۳۴- اگر H آنتالپی، S آنترپی، P فشار، V حجم و N تعداد ذرات یک سیستم ترمودینامیکی باشند، کدام رابطه درست است؟ (R ثابت جهانی گازها است.)

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_{T,N} = P - V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,N} \quad (۱)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_{T,N} = V + T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N} \quad (۲)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_{T,N} = V - T \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_{P,N} \quad (۳)$$

$$\left(\frac{\partial H}{\partial P}\right)_{T,N} = P + V \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_{V,N} \quad (۴)$$

۳۵- انرژی آزاد هلمهولتز یک گاز ایده‌آل با تعداد ذرات N در فشار P ، حجم V و دمای T به شکل

$$F = -Nk_B T \ln \left(\frac{\alpha V}{N} (k_B T)^{3/2} \right)$$

چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

$$\mu = k_B T \ln \frac{P}{\alpha (k_B T)^{5/2}} \quad (۱)$$

$$\mu = -k_B T \ln \frac{P}{\alpha (k_B T)^{5/2}} \quad (۲)$$

$$\mu = k_B T \left(\ln \frac{P}{\alpha (k_B T)^{5/2}} + 1 \right) \quad (۳)$$

$$\mu = k_B T \left(- \ln \frac{P}{\alpha (k_B T)^{5/2}} + 1 \right) \quad (۴)$$

۳۶- تابع پارش یک زنجیره یک بعدی شامل N اسپین $\frac{1}{2}$ با ممان مغناطیسی μ در میدان مغناطیسی H (مدل آیزینگ) به

شکل $Z = (\sum \cosh \eta)^N$ است. انرژی داخلی این مجموعه در دمای T کدام است؟ $\eta = \mu H / (k_B T)$ است.

$$N\mu H \tanh \eta \quad (۱)$$

$$-N\mu H \tanh \eta \quad (۲)$$

۳۷- هامیلتونی یک مولکول دو اتمی در دستگاه مرکز جرم مولکول و در مختصات کروی به شکل $H = \frac{p_\theta^2}{2I} + \frac{p_\phi^2}{2I \sin^2 \theta}$

است که I ممان اینرسی مولکول حول مرکز جرمش است. تابع پارش کلاسیکی تک مولکولی در دمای T ، کدام است؟

$$\frac{4\pi^2 I k_B T}{h^2} \quad (۱)$$

$$\frac{8\pi^2 I k_B T}{h^2} \quad (۲)$$

$$\frac{8\pi^2 k_B T^2}{h^2 I} \quad (۳)$$

$$\frac{4\pi^2 k_B T^2}{h^2 I} \quad (۴)$$

۳۸- آنتروپی یک گاز فوتونی به شکل زیر است:

$$S = \frac{1}{T} \sum_i \frac{\hbar\omega_i}{e^{\frac{\hbar\omega_i}{k_B T}} - 1} - k_B \sum_i \ln(1 - e^{-\frac{\hbar\omega_i}{k_B T}})$$

که ω_i بسامد زاویه‌ای مد i ام است. در یک فرایند تک دما حجم گاز مقدار کوچک dV تغییر می‌کند. کاری که گاز فوتونی در این تحول انجام می‌دهد کدام است؟ ($\beta = (k_B T)^{-1}$ و n_i متوسط تعداد فوتون‌ها در مد i ام است).

$$\hbar \sum_i n_i \left(-\frac{\omega_i}{V} + \frac{d\omega_i}{dV}\right) dV \quad (۱)$$

$$-\hbar \sum_i n_i \frac{d\omega_i}{dV} dV \quad (۲)$$

۳۹- چگالش بوز-اینشتین برای هلیوم-۴ مایع در چه دماهایی رخ می‌دهد؟

$$T < 4.2 \text{ K} \quad (۱)$$

$$T < 2.17 \text{ K} \quad (۲)$$

$$T < 3.12 \text{ K} \quad (۳)$$

$$2.8 \text{ K} < T < 4.2 \text{ K} \quad (۴)$$

۴۰- ذره کوانتومی به جرم m درون یک چاه بی‌نهایت یک بعدی با پهنای L قرار دارد. گرمای ویژه در پهنای ثابت

این سیستم، C_L ، در دماهای بسیار پایین کدام است؟ ($\alpha = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2 k_B}$)

$$2k_B \left(\frac{\alpha}{T}\right) e^{-\frac{\alpha}{T}} \quad (۱)$$

$$9k_B \left(\frac{\alpha}{T}\right)^2 e^{-\frac{3\alpha}{T}} \quad (۳)$$

۴۱- اندازه قطبش الکتریکی یک گاز ایده‌آل شامل N مولکول دو اتمی که ممان دوقطبی الکتریکی هر مولکول آن برابر α

است در میدان الکتریکی E با رابطه $P = \frac{N\alpha}{V} \left\{ \coth\left(\frac{\alpha E}{k_B T}\right) - \frac{k_B T}{\alpha E} \right\}$ داده می‌شود که V حجم و T دمای

گاز است. در شرایطی که $k_B T \gg \alpha E$ باشد، ثابت دی‌الکتریک این گاز در سیستم واحد SI، کدام است؟

$$1 + \frac{\epsilon_0 N V}{3\alpha^2 k_B T} \quad (۱)$$

$$1 + \frac{2\epsilon_0 N V}{3\alpha^2 k_B T} \quad (۲)$$

$$1 + \frac{N\alpha^2}{3k_B \epsilon_0 T V} \quad (۳)$$

$$1 + \frac{N\alpha^2}{k_B \epsilon_0 T V} \quad (۴)$$

۴۲- افت و خیز انرژی در یک آنسامبل کانونیک برابر $\overline{E^2} - \bar{E}^2 = k_B T^2 C_V$ است که T دما و C_V ظرفیت گرمایی در حجم ثابت سیستم است. برای گاز ایده آل تک اتمی با تعداد N اتم، مقدار کمیت $\frac{\overline{E^2} - \bar{E}^2}{\bar{E}^2}$ ، کدام است؟

$$\frac{2}{3N^2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{2N} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3N} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2N} \quad (4)$$

۴۳- گازی از مولکول‌هایی تشکیل یافته که پتانسیل برهم کنش میان دو مولکول به صورت $u(r) = \frac{\alpha}{r^n}$ است که r فاصله دو مولکول از هم، α ضریبی ثابت و $n > 0$ است. ضریب ویربال دوم این گاز $a_2 = \frac{2\pi}{\lambda^3} \int_0^\infty dr r^2 (1 - e^{-\beta u(r)})$ کدام

است؟ $(\Gamma(n) = \int_0^\infty dx x^{n-1} e^{-x})$

$$\frac{2\pi}{\lambda^3} (\alpha\beta)^{\frac{1}{n}} \Gamma\left(\frac{n-3}{n}\right) \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{3\lambda^3} (\alpha\beta)^{\frac{(n-3)}{n}} \Gamma(n-3) \quad (2)$$

$$\frac{4\pi}{\lambda^3} (\alpha\beta)^{\frac{(n-1)}{n}} \Gamma(n-1) \quad (3)$$

۴۴- گاز الکترونی متشکل از N الکترون در حجم V در دمای $T = 0 \text{ K}$ در حضور میدان مغناطیسی ثابت \vec{H} قرار دارد. χ_m حساسیت پذیری پارامغناطیسی این گاز کدام است؟ (μ_0 انرژی فرمی در دمای صفر کلین و μ_B ممان مغناطیسی هر الکترون است.)

$$\frac{3V\mu_B}{4\mu_0 N} \quad (1)$$

$$\frac{2N\mu_B}{3\mu_0 V} \quad (2)$$

$$\frac{3N\mu_B}{2\mu_0 V} \quad (3)$$

$$\frac{4V\mu_B}{3\mu_0 N} \quad (4)$$

۴۵- مدلی از یک کوتوله سفید را به صورت یک کره متشکل از گاز هلیوم، با جرم 10^3 kg ، چگالی $\frac{10^{10} \text{ kg}}{\text{m}^3}$ و دمای

$T = 10^6 \text{ K}$ در نظر بگیرید. در این دما گاز هلیوم به طور کامل یونیزه است و داخل کره یک گاز الکترونی و یک

گاز متشکل از هسته هلیوم موجود است. کدام عبارت در مورد این مدل نادرست است؟ $\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$ و

$$k_B = 1/4 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

(۱) فشار گاز الکترونی بسیار بیش تر از فشار گاز هسته‌های هلیوم است.

(۲) چون $n_{\text{He}} \lambda_{\text{He}}^3 \ll 1$ است، هسته‌های هلیوم یک گاز ایده آل کوانتومی تشکیل می‌دهند.

(۳) انرژی جنبشی هر الکترون (انرژی فرمی) در حدود 1 MeV و در نتیجه گاز الکترونی نسبی است.

(۴) برای گاز الکترونی $E_F \gg k_B T$ است و در نتیجه گاز الکترونی یک گاز سرد است.