پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

کد کنترل

486

F

486F

آزمون (نیمه‌متمرکز) ورود به دوره‌های دکتری ــ سال ۱۴۰۲

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فنّاوری
سازمان سنجش آموزش کشور

دفترچهٔ شمارهٔ (۱)

صبح پنج‌شنبه
۱۴۰۱/۱۲/۱۱

علوم کامپیوتر (کد ۲۲۴۷)

تعداد سؤال: ۴۵

زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شمارهٔ سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شمارهٔ	تا شمارهٔ
۱	مجموعه دروس تخصصی: ــ ساختمان داده و الگوریتم ــ مبانی منطق ــ مبانی ترکیبیات ــ جبر خطی عددی ــ نظریه الگوریتم پیشرفته	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمرهٔ منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول زیر، به‌منزلهٔ عدم حضور شما در جلسهٔ آزمون است.

اینجانب ..... با شمارهٔ داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان‌بودن شمارهٔ صندلی خود با شمارهٔ داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ‌نامه و دفترچهٔ سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچهٔ سؤالات و پایین پاسخ‌نامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

مجموعه دروس تخصصی (ساختمان داده و الگوریتم ـ مبانی منطق ـ مبانی ترکیبیات ـ جبر خطی عددی ـ نظریه الگوریتم پیشرفته):

۱- کمترین تعداد مقایسه مورد نیاز برای تعیین اینکه یک عدد صحیح بیش از $\frac{n}{2}$ مرتبه در یک آرایه مرتب از اعداد صحیح به طول n ظاهر می‌شود، از کدام مرتبه است؟

۱) $\Theta(1)$ ۲) $\Theta(\log n)$

۳) $\Theta(n)$ ۴) $\Theta(n \log n)$

۲- n آرایه نامرتب $A_1, \ldots, A_n$ را در نظر بگیرید (n عددی فرد است.) هر کدام از این آرایه‌ها دارای n عنصر متمایز است. هیچ عنصر مشترکی میان هیچ دو آرایه‌ای وجود ندارد. پیچیدگی زمانی الگوریتمی برای محاسبه میانه این آرایه‌ها از چه مرتبه‌ای است؟

۱) $\Theta(n)$ ۲) $\Theta(n \log n)$

۳) $\Theta(n^2)$ ۴) $\Omega(n^2 \log n)$

۳- فرض کنید آرایه‌ای از اعداد صحیح $A = [a_1; a_2; \ldots a_n]$ داده شود و یک اندیس (ناشناخته) k وجود دارد به‌طوری که زیرآرایه $A = [a_1; a_2; \ldots a_k]$ به‌ترتیب اکیداً افزایشی مرتب شده است و زیرآرایه $A = [a_k; a_{k+1}; \ldots a_n]$ به‌ترتیب اکیداً نزولی مرتب شده است (یعنی اگر $1 \le i < j \le k$، آنگاه $a_i < a_j$ و اگر $k \le i < j \le n$، آنگاه $a_i > a_j$. هدف شما تعیین k است. یک الگوریتم بهینه برای حل این مسئله چه زمان اجرایی دارد؟

۱) $\Theta(n^2)$ ۲) $\Theta(n \log n)$

۳) $\Theta(n)$ ۴) $\Theta(\log n)$

۴- کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

۱) آرایه $A = [10; 3; 5; 1; 4; 2]$، یک max heap است.

۲) هر مسئله محاسباتی با اندازه ورودی n را می‌توان با یک الگوریتمی با زمان چند جمله‌ای برحسب n حل کرد.

۳) برای تمام توابع مثبت $f(n)$، $g(n)$ و $h(n)$، اگر $f(n) = O(g(n))$ و $f(n) = \Omega(h(n))$ باشد، آنگاه $g(n) + h(n) = \Omega(f(n))$.

۴) اگر هر رقم جداگانه در RADIX SORT را با استفاده از INSERTION SORT به‌جای COUNTING SORT مرتب کنیم، آنگاه RADIX SORT به‌درستی کار نمی‌کند. (یعنی خروجی صحیح را تولید نمی‌کند.)

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۵- کدام‌یک از عبارات زیر مطمئناً عبارت $f(n) = \Omega(g(n))$ را پشتیبانی می‌کند؟

۱) $f(n) \le ۴ \times g(n)$ برای تمام $n \ge ۱$

۲) $f(n) \ge ۴ \times g(n)$ برای تمام $n \ge ۱۳۶$

۳) $f(n) \le ۴ \times g(n)$ برای تمام $n \ge ۱۰۰$

۴) $\lim_{n \to \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = ۰$

۶- کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف- هر درخت جستجوی دودویی دلخواه با n گره می‌تواند به یک درخت جستجوی دودویی دلخواه دیگر با n گره با انجام $O(n)$ عمل rotation تبدیل شود.

ب- برای هر دو تابع $f(n)$ و $g(n)$ یکی از سه حالت (۱) $f(n) \in o(g(n))$، (۲) $f(n) \in w(g(n))$ و (۳) $f(n) \in \theta(g(n))$ برقرار است.

۱) فقط «الف»

۲) فقط «ب»

۳) هر دو

۴) نه «الف» و نه «ب»

۷- زمان اجرای الگوریتم زیر از چه مرتبه‌ای است؟ ($x++$ یعنی متغیر x را به اضافه یک کنید.)

```
i = 1
j = 1
for(i = 0 ; i < n ; i++)
        for(j = i*i*i ; j < n*i  ;  j++)
            print("*")
```

۱) $n^۲$

۲) $n^{۲/۵}$

۳) $n^۳$

۴) $n^{۳/۵}$

۸- کدام مورد (موارد) زیر درست است؟

الف- اگر در الگوریتم‌سازی ادغامی (Merge sort)، در هر گامِ تقسیم، به جای تقسیم هر دسته از اعداد به دو دسته، آنها را به سه دسته تقریباً هم‌اندازه تقسیم کنیم (به عبارت دیگر n عدد به ۳ دسته تقریباً $\frac{n}{۳}$ تایی و سپس ۹ دسته تقریباً $\frac{n}{۹}$ تایی تقسیم شوند و ...)، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب‌سازی است و زمان آن از $\Theta(n \log n)$ است.

ب- اگر در الگوریتم مرتب‌سازی ادغامی، در هر گام، اعداد را به دو دسته تقسیم کنیم، به‌طوری‌که اندازه یکی از دسته‌ها حدوداً ۵ برابر اندازه دسته دیگر باشد، الگوریتم حاصل یک الگوریتم مرتب‌سازی است و زمان اجرای آن $\Theta(n \log n)$ است.

۱) فقط «الف»

۲) فقط «ب»

۳) هر دو

۴) نه «الف» و نه «ب»

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۹- n عدد طبیعی $a_1, a_2, ..., a_n$ داده شده است. با استفاده از جدول درهم‌سازی (Hash Table) قصد داریم دو سؤال زیر را پاسخ دهیم.

الف- آیا i و j که $\frac{a_i}{a_j} = 2$، وجود دارند؟

ب- آیا i و j که $1/9 < \frac{a_i}{a_j} < 2/1$، وجود دارند؟

امید ریاضی زمان اجرای سریع‌ترین الگوریتم موجود برای حل دو مسئله «الف» و «ب» به‌ترتیب از راست به چپ از چه مرتبه زمانی است؟ (امید ریاضی زمان اجرای یک الگوریتم، میانگین زمان اجرای آن است.)

۱) n^2, n

۲) n, n^2

۳) n, n

۴) n^2, n^2

۱۰- همزمان با اجرای الگوریتم جستجوی عمق اول (DFS) روی یک گراف n رأسی، برای هر رأس دو عدد تولد و مرگ نیز تعیین می‌کنیم. اعداد تولد و مرگ رأس‌ها به‌صورت زیر تعریف می‌شوند: دو نوع رویداد تعریف می‌کنیم (A) پیمایش هر رأس برای اولین بار، (B) ترک‌کردن یک رأس برای همیشه. این $2n$ رویداد را به‌ترتیب زمان رخ‌دادن با شماره‌های ۱ الی $2n$ شماره‌گذاری می‌کنیم. شماره حاصل از مورد A برای رأس v را عدد تولد v و شماره حاصل از رویداد (B) برای رأس v را عدد مرگ v می‌نامیم. کدام گزاره یا گزاره‌های زیر لزوماً درست است؟

الف- از دو عدد تولد و مرگ هر رأس، دقیقاً یک عدد، فرد است.

ب- حداقل یک رأس وجود دارد که عدد مرگ آن برابر با عدد تولدش به اضافه یک است.

۱) فقط «الف»
۲) فقط «ب»
۳) هر دو
۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۱- یک روش مرتب‌سازی را برای مرتب‌نمودن اعداد کاملاً نامرتب ۱ تا ۱۶ انتخاب نموده‌ایم بعد از انجام چندین مرحله اعداد از چپ به راست به‌صورت زیر درآمده‌اند، روش مرتب‌سازی کدام است؟

۲, ۵, ۱, ۱۰, ۱۴, ۱۶, ۱۵, ۱۳, ۱۲, ۱۱, ۹, ۸, ۷, ۶, ۴, ۳

۱) درجی (Insertion)
۲) انتخابی (Selection)
۳) حبابی (Bubble)
۴) سریع (Quick)

۱۲- درصورتی‌که بخواهیم دنباله مرتب‌شده صعودی در خروجی داشته باشیم، کدام‌یک از ساختارهای داده‌ای زیر بدون استفاده از ساختار کمکی قادر به انجام آن هستند؟

۱) درخت Maxheap
۲) درخت دودوئی منظم
۳) درخت Minheap
۴) درخت جستجوی دودوئی

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۱۳- فرض کنیم:

$G(x)$: x دختر است

$L(x,y)$: x ، y را دوست دارد

k : پسر

$H(x,y)$: x از y بیزار است

کدام گزینه بهترین ترجمه برای عبارت زیر است؟

«هر دختری که پسر را دوست داشته باشد از هر دختری که پسر او را دوست دارد، بیزار است.»

۱) $\forall x\big(G(x)\wedge L(x,k)\rightarrow \forall y(G(y)\wedge L(k,y)\rightarrow H(x,y))\big)$

۲) $\forall x\big(G(x)\wedge L(x,k)\wedge \forall y(G(y)\wedge L(k,y)\rightarrow H(x,y))\big)$

۳) $\forall x\big(G(x)\wedge L(x,k)\wedge \forall y(G(y)\wedge L(k,y)\wedge H(x,y))\big)$

۴) $\forall x\big(G(x)\wedge L(x,k)\rightarrow \forall y(G(y)\wedge L(k,y)\wedge H(x,y))\big)$

۱۴- فرض کنیم زبان شامل نماد محمولی دو موضعی A و نماد تابعی یک موضعی f است. تعبیری را در نظر می‌گیریم که در آن دامنه مجموعه اعداد حقیقی، A رابطه $\leq$ و f تابع $3x$ است. از دو دنباله $S'=\langle s_1, s_2, \dots\rangle$ و $S'=\langle s'_1, s'_2, \dots\rangle$، زیر کدام‌یک فرمول $A(f(x_2), x_5)$ را ارضاء (Satisfy) می‌کنند؟

۱) $S=\langle 1, 2, 3, 4, 5, \dots\rangle$

۲) $S'=\langle 2, 4, 8, 16, 32, \dots\rangle$

۱) فقط «S»

۲) فقط «S'»

۳) هردو

۴) نه «S» و نه «S'»

۱۵- فرض کنیم زبان شامل ثابت‌های C_1, C_2, C_3, C_4، نماد محمولی دو موضعی A_2 و نماد محمولی سه موضعی A_3 و نمادهای محمولی یک موضعی B_1 و B_2 باشد. اگر b_iها متمایز باشند تعبیر زیر را درنظر می‌گیریم:

$I(C_1)=b_1, I(C_2)=b_2, I(C_3)=b_3, I(C_4)=b_4$

$I(A_2)=\{(b_1,b_1),(b_1,b_2),(b_3,b_4),(b_3,b_2)\}$

$I(A_3)=\{(b_1,b_1,b_3),(b_4,b_2,b_3)\}$

$I(B_1)=\{b_1,b_3\}$

$I(B_2)=\{b_2,b_3\}$

فرض کنیم:

$\alpha=\forall x(B_1(x)\wedge B_2(x)\rightarrow \exists y\ A_3(y,y,x))$

$\beta=\exists y\big(A_2(C_3,y)\wedge\neg B_2(y)\wedge B_1(y)\big)$

کدام‌یک از دو فرمول α و β در I درست است؟

۱) فقط «α»

۲) فقط «β»

۳) هردو

۴) نه «α» و نه «β»

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۱۶- فرض کنیم G فرمولی باشد که جدول ارزش آن به‌ازای مقادیر نشان‌داده‌شده در زیر نادرست و در بقیه موارد ارزش درست دارد.

p	q	r	G
T	F	T	F
T	F	F	F
F	F	T	F

از دو مورد زیر کدام درست است؟

الف) فرم نرمال فصلی (DNF) $\neg G$ به‌صورت $(p \wedge \neg q \wedge r) \vee (p \wedge \sim q \wedge \sim r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$ است.

ب) فرم نرمال عطفی (CNF) برای G به‌صورت $(\neg p \vee q \vee \sim r) \wedge (p \vee q \vee r) \wedge (p \vee q \vee \sim r)$ است.

۱) فقط «الف» ۲) فقط «ب»

۳) هردو ۴) نه «الف» و نه «ب»

۱۷- فرض کنیم $T_1 = Th(\mathbb{N}, \circ, +)$ و T_2 همان T_1 است با این تفاوت که نمادهای محمولی زیر به آن اضافه شده‌اند:

- یک نماد محمولی دوموضعی $<$ به‌طوری‌که ij درست است اگر و تنها اگر $i < j$.
- یک محمول یک‌موضعی e به‌طوری‌که $e(i)$ اگر و تنها اگر i زوج باشد.
- یک محمول یک‌موضعی p به‌طوری‌که $p(i)$ اگر و تنها اگر i یک توان از ۲ باشد.

کدام‌یک از دو نظریه T_1 و T_2 تصمیم‌پذیر (decidable) است؟

۱) فقط «T_1» ۲) فقط «T_2»

۳) هردو ۴) نه «T_1» و نه «T_2»

۱۸- اگر قوانین $p \to \neg\neg p$ و $p \vee \neg p$ را از منطق کلاسیک حذف کنیم به منطق شهودی گزاره‌ها می‌رسیم.

از دو گزاره α و β زیر کدام‌یک در منطق شهودی گزاره‌ها قابل اثبات نیست؟

$\beta \equiv \neg(\varphi \to \psi) \to \varphi$

$\alpha \equiv \neg(\varphi \vee \psi) \to (\neg\varphi \wedge \neg\psi)$

۱) فقط «α» ۲) فقط «β»

۳) هردو ۴) نه «α» و نه «β»

۱۹- استدلال زیر در سیستم استنتاج طبیعی را درنظر بگیرید:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\forall y \neg Pay]}{\neg Pab}\forall E}{\dfrac{[Pab]}{Qab}\neg E}\to I}{Pab \to Qab}$$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\forall x \neg \forall y(Pxy \to Qxy)}{\neg \forall y(Pay \to Qay)}\forall E}{\forall y(pay \to Qay)}\forall I}{\dfrac{\neg \forall y \neg Pay}{\forall x \neg \forall y \neg Pxy}\forall I}\neg I$$

چند مورد استفاده اشتباه از قوانین در این استدلال وجود دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) صفر

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۲۰- فرض کنیم P_n تعداد جایشگت‌های مانند $f:\{1,\dots,n\}\to\{1,\dots,n\}$ باشد به‌طوری که f^2 (ترکیب f با خودش) تابع همانی شود. به‌عبارت دیگر f^2 هر عدد را به خودش می‌برد. مقدار P_5 کدام است؟

۱) ۲۵

۲) ۲۶

۳) ۴۰

۴) ۴۱

۲۱- فرض کنید a_n تعداد دنباله‌های به طول n با نمادهای ۰ و ۱ باشد که یا با دو صفر شروع شود یا با سه یک تمام شود. مقدار a_7 کدام است؟

۱) ۴۲

۲) ۴۴

۳) ۴۶

۴) ۴۸

۲۲- فرض کنیم G یک گراف است که مجموعه رأس‌های آن تمام زیرمجموعه‌های $\{1,2,3,4\}$ است و دو زیرمجموعه X و Y مجاورند اگر و تنها اگر تفاضل متقارن آنها دقیقاً یک عضو داشته باشد. دو عبارت زیر را درنظر بگیرید:

«الف» G دور اویلری دارد.

«ب» G دور همیلتونی دارد.

از موارد «الف» و «ب» کدام‌یک صحیح است؟

۱) فقط «الف»

۲) فقط «ب»

۳) هردو

۴) نه «الف» و نه «ب»

۲۳- دنباله زیر را در نظر بگیرید.

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_n = \sum_{i=0}^{n-1} a_i\, a_{n-i-1} \quad \forall n \geq 1 \end{cases}$$

تعداد جملات فرد در ۱۰۰ جمله نخست این دنباله (یعنی a_0 الی a_{99}) را N می‌نامیم. N در چه بازه‌ای قرار دارد؟

۱) $[1,8)$

۲) $[9,15)$

۳) $[16,34)$

۴) $[35,100]$

۲۴- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

گراف منتظم یعنی گرافی که درجه همه رأس‌های آن یکسان است. همچنین یک تطابق کامل در یک گراف یعنی زیرمجموعه‌ای مانند M از یال‌های گراف به‌طوری‌که هر رأس گراف دقیقاً به یک یال از M متصل باشد.

الف- اگر یال‌های یک گراف به تطابق‌های کامل افراز شود، آن گراف، منتظم است.

ب- هر گراف متنظم با زوج رأس و به‌جز گراف تهی، دارای تطابق کامل است.

۱) فقط «الف»

۲) فقط «ب»

۳) هردو

۴) نه «الف» و نه «ب»

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۲۵- چند عدد ۱۳ رقمی مانند k با ارقام ۱، ۲ و ۳ وجود دارد، به‌طوری‌که اختلاف هر دو رقم مجاور در k، برابر با یک باشد؟

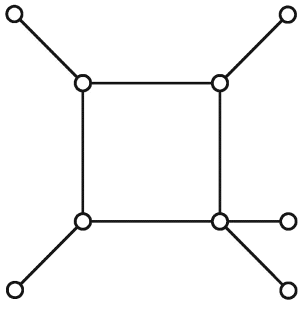
۱) $۲^۶$

۲) $۲^۷$

۳) ۳×۲^۶

۴) ۳×۲^{۱۲}

۲۶- به چند طریق می‌توان رأس‌های گراف زیر را به ۳ زیرمجموعه افراز کرد، به‌طوری‌که میان هیچ دو رأسی از یک زیرمجموعه، یال موجود نباشد؟



۱) $۲^۶$

۲) ۳×۲^۵

۳) ۳×۲^۶

۴) $۳^۲\times ۲^۶$

۲۷- به چند طریق می‌توان $\{۱,۲,۳,\dots,۳۰\}$ را به ۵ زیرمجموعه ۶ عضوی افراز کرد و سپس از هر زیرمجموعه، مانند A یک نماینده $a\in A$ انتخاب کرد؟

۱) $\frac{۳۰!}{(۵!)^۵}$

۲) $\frac{۳۰!}{(۶!)^۵}$

۳) $\frac{۳۰!}{(۶!)^۵}\times ۵!$

۴) $\frac{۳۰!}{(۵!)^۵}\times ۶!$

۲۸- تعداد جواب‌های صحیح معادله $\begin{cases} x_۱+x_۲+\cdots+x_۹=۱۰۰ \\ \forall i \quad x_i\geq ۳ \end{cases}$، کدام است؟

۱) $\binom{۸۲}{۸}$

۲) $\binom{۸۲}{۹}$

۳) $\binom{۸۱}{۸}$

۴) $\binom{۸۱}{۹}$

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۲۹- فرض کنید $H = I - \frac{uu^T}{\beta}$ که در آن، $\beta = \frac{1}{2}\|u\|_2^2$ و $0 \neq u \in \mathbb{R}^n$ و $a, b \in \mathbb{R}^n$. گزینه درست کدام است؟

۱) $Ha = b \Rightarrow a = Hb$

۲) $\|Ha\|_2 = \|a\|_2$ اگر و تنها اگر $u^T a = 0$.

۳) $\|H(a-b)\|_2 = 0$، به‌ازای برخی $a \neq b$.

۴) $\|Ha\|_2 = \|Hb\|_2$، به‌ازای برخی a و b به‌طوری‌که $\|a\|_2 \neq \|b\|_2$.

۳۰- فرض کنید A یک ماتریس $m \times n$ با ستون‌های مستقل خطی است، و تجزیهٔ QR برای A به‌صورت $A = QR$ با Q متعامد نرمال و R بالا مثلثی با ستون‌های مستقل خطی در دست است. دراین‌صورت، مسئله $\min_x \|Ax - b\|_2$

.....

۱) می‌تواند جواب نداشته باشد.

۲) می‌تواند بی‌نهایت جواب داشته باشد.

۳) را می‌توان با حل یک دستگاه مثلثی، حل کرد.

۴) جوابی دارد که جواب دستگاه $Ax = b$ نیز هست.

۳۱- فرض کنید در روش توانی برای یک ماتریس متقارن A به‌صورت $X^{(k)} = AX^{(k-1)}$، $k = 1, 2, \ldots$، داریم: $\lim_{k\to\infty} \frac{X^{(k)T}X^{(k-1)}}{X^{(k-1)T}X^{(k-1)}} > 0$. گزینه نادرست، کدام است؟

۱) A می‌تواند تکین باشد.

۲) A معین مثبت است.

۳) A می‌تواند ماتریسی نامعین باشد.

۴) بردارهای ویژه A دو به دو متعامدند.

۳۲- فرض کنید $\bar{X} \neq 0$ جواب محاسبه شده برای حل یک دستگاه معادلات خطی به‌صورت $Ax = b$ باشد. اگر عدد حالت A برابر با 10^7 و روند عدد یک مربوط به ماشین محاسبه برابر با 10^{-10} باشد، آنگاه تعداد ارقام قابل اعتماد در $\bar{X}$ تقریباً برابر با کدام است؟

۱) ۳

۲) ۷

۳) ۹

۴) ۱۰

۳۳- فرض کنید تجزیهٔ QR برای ماتریس A به‌صورت $A = QR$ در دست است که در آن، Q یک ماتریس متعامد نرمال و R بالا مثلثی با ستون‌های مستقل خطی است. مسئلهٔ $\min_x \|Ax - b\|_2$، ..... به‌دست می‌آید.

۱) جوابی یکتا دارد که با حل دو دستگاه مثلثی

۲) جوابی یکتا دارد که با حل یک دستگاه مثلثی

۳) بی‌نهایت جواب دارد و یک جواب آن با حل یک دستگاه مثلثی

۴) بی‌نهایت جواب دارد و یک جواب آن با حل دو دستگاه مثلثی

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۳۴- فرض کنید λ_i ها مقادیر ویژه یک ماتریس حقیقی $n \times n$ A، هستند به‌طوری‌که $|\lambda_1| \geq ... \geq |\lambda_n|$. در این صورت، مقدار عدد حالت A در نرم اقلیدسی، کدام است؟ ($\|A\|_2 . \|A^{-1}\|_2 =$ عدد حالت A)

۱) $\left|\frac{\lambda_1}{\lambda_n}\right|^{\frac{1}{2}}$

۲) $\frac{|\lambda_n|}{|\lambda_1|}$

۳) $|\lambda_1 . \lambda_n|$

۴) $\frac{|\lambda_1|}{|\lambda_n|}$

۳۵- فرض کنید b در فضای پوچ ماتریس A قرار دارد. گزینه درست برای جواب مسئلهٔ $R = \min_x \|Ax - b\|_2$، کدام است؟

۱) جواب ندارد.

۲) بی‌نهایت جواب دارد.

۳) $x = 0$ با $R = \|b\|_2$.

۴) جواب دستگاه $Ax = b$ با $R = 0$.

۳۶- کدام‌یک از گزاره(های) زیر در مورد مسئله فروشنده دوره‌گرد (Traveling Salseman Problem) درست است؟

الف- دارای الگوریتم چند جمله‌ای یا ضریب تقریب (factor) ثابت است.

ب- اگر ورودی مسئله را به گراف‌هایی محدود کنیم که وزن هریال آنها بین ۲ و ۵ است، دارای الگوریتم چندجمله‌ای با ضریب تقریب (factor) ثابت است.

۱) فقط «الف»

۲) فقط «ب»

۳) هر دو

۴) نه «الف» و نه «ب»

۳۷- کدام‌یک از گزاره(های) زیر درست است؟

الف- اگر یک الگوریتم زمان چند جمله‌ای برای یک مسئله که NP-hard است ارائه شود، آنگاه می‌توان نتیجه گرفت $P = NP$ است.

ب- اگر یک مسئله NP-complete است، آنگاه می‌توان نتیجه گرفت که آن مسئله هیچ راه‌حلی ندارد.

۱) فقط «الف»

۲) فقط «ب»

۳) هر دو

۴) نه «الف» و نه «ب»

۳۸- قصد داریم با الگوریتم مرتب‌سازی تصادفی سریع (Randomized Quick Sort) دنباله ۱ و ۳ و ۲ را مرتب و تبدیل به ۳ و ۲ و ۱ کنیم. به‌طور متوسط چند مقایسه انجام می‌شود؟

۱) $\frac{2}{3}$

۲) $\frac{5}{3}$

۳) $\frac{6}{3}$

۴) $\frac{8}{3}$

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۳۹- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

الف- یک الگوریتم برخط (Online) می‌تواند تصادفی باشد.

ب- زمان یک الگوریتم برخط می‌تواند چندجمله‌ای نباشد.

۱) فقط «الف» ۲) فقط «ب»

۳) هر دو ۴) نه «الف» و نه «ب»

۴۰- چند تا از گزاره‌های زیر حتماً درست است؟

الف- $RP \subseteq P$

ب- $NP \cap P = \varnothing$

ج- اگر یک مسئله، محاسبه‌پذیر باشد، در کلاس NP قرار می‌گیرد.

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۴۱- کدام مسئله یا مسائل دارای الگوریتم حریصانه (greedy) با زمان چندجمله‌ای است؟

الف- فروشنده دوره‌گرد (TSP)

ب- سنگین‌ترین زیردرخت پوشا (فراگیر) (MST)

۱) فقط «الف» ۲) فقط «ب»

۳) هر دو ۴) نه «الف» و نه «ب»

۴۲- زمان اجرای چه تعداد از الگوریتم‌های زیر، لزوماً چند جمله‌ای است؟

الف- پویا (Dynamic)

ب- حریصانه (greedy)

ج- برخط (Online)

۱) ۰

۲) ۱

۳) ۲

۴) ۳

۴۳- کدام‌یک از گزاره یا گزاره‌های زیر، درست است؟

الف- اگر یک مسئله دارای الگوریتم تقریبی (تخمینی ـ Approximation) با ضریب تقریب (factor) $\frac{۵}{۲}$ باشد، دارای الگوریتم تقریبی با ضریب تقریب ۲ نیز هست.

ب- برخی مسائل تصمیم‌گیری (مسائل بله ـ خیر) دارای الگوریتم تقریبی با ضریب تقریب ۲ هستند.

۱) فقط «الف» ۲) فقط «ب»

۳) هر دو ۴) نه «الف» و نه «ب»

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۴۴- در یک الگوریتم از یک آرایه دو بعدی $a[n , n]$ استفاده کرده‌ایم (n = اندازه ورودی) همچنین داریم $\forall_{i,j} \quad i > j \quad a[i , j] = ۰$، همچنین به ازای هر i، مقدار $a[i , i]$ در زمان $O(i)$ قابل محاسبه است و نیز داریم $\forall_{i,j} \quad i < j \quad a[i , j] = f(a[i + ۱, j] , a[i, j - ۱])$ که f یک تابع قابل محاسبه در زمان $O(۱)$ است. خروجی مسئله نیز $a[n,n]$ است. کدام عنوان برای نوع این الگوریتم مناسب‌تر است؟

۱) پویا (Dynamic)

۲) برخط (Online)

۳) حریصانه (Greedy)

۴) بهینه‌سازی

۴۵- کدام گزاره یا گزاره‌ها درست است؟

الف- طبق تز چرچ ـ تورینگ، همه مسائل توسط ماشین‌های تورینگ قابل محاسبه هستند.

ب- طبق تز چرچ ـ تورینگ، اگر $NP = P$ همه مسائل توسط ماشین‌های تورینگ قابل محاسبه هستند.

۱) فقط «الف»

۲) فقط «ب»

۳) هر دو

۴) نه «الف» و نه «ب»

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست