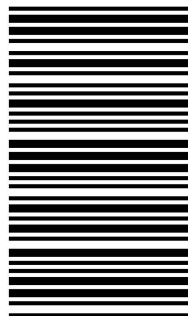


کد کنترل

913

A



913A

عصر پنجشنبه

۱۴۰۳/۱۲/۰۲



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«علم و تحقیق، کلید پیشرفت کشور است.»  
مقام معظم رهبری

دفترچه شماره ۳ از ۳

آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۴۰۴  
مهندسی مkatرونیک (کد ۲۳۷۳)

مدت زمان پاسخگویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۶۰ سؤال

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	ریاضیات (معادلات دیفرانسیل - ریاضیات مهندسی) - سیستم‌های کنترل خطی)	۳۰	۱	۳۰
۲	مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)	۱۵	۳۱	۴۵
۳	دینامیک	۱۵	۴۶	۶۰

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات کادر زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

ریاضیات (معادلات دیفرانسیل - ریاضیات مهندسی) - سیستم‌های کنترل خطی):

۱- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $xy^3 dx + y dy = xy^3 dx$  کدام است؟

$$\frac{1}{2(xy)^3} = c \quad (1)$$

$$\frac{1}{2(xy)^2} + \frac{1}{x^2} = c \quad (2)$$

$$\frac{1}{(xy)^3} + \frac{1}{x^2} = c \quad (3)$$

$$\frac{1}{2(xy)^2} = \frac{1}{x} + c \quad (4)$$

۲- مقدار  $\int_0^{\infty} t e^{-2t} \cos^2 t dt$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{4} \quad (1)$$

$$\frac{1}{8} \quad (2)$$

$$\frac{1}{16} \quad (3)$$

$$\frac{1}{32} \quad (4)$$

۳- بسط لوران تابع  $f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)}$ ، حول نقطه صفر در مجموعه  $\{z \in \mathbb{C}, 0 < |z| < 1\}$ ، کدام است؟

$$\frac{1}{2z} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2^{n+2}}\right) z^n \quad (1)$$

$$\frac{1}{2z} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2^{n+2}}\right) z^n \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2z} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{2^{n+2}}\right) z^n \quad (3)$$

$$-\frac{1}{2z} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2^{n+2}}\right) z^n \quad (4)$$

۴- جواب معادله دیفرانسیل هدایت گرمایی یک بعدی  $u_t = 4u_{xx}$  با شرایط مرزی  $u_x(0, t) = 0$  و  $u_x(1, t) = 0$  و شرط آغازین  $u(x, 0) = x(1-x)$ ، کدام است؟

$$u(x, t) = \frac{1}{6} - 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \pi^2} e^{-4n^2 \pi^2 t} \cos(n\pi x) \quad (1)$$

$$u(x, t) = \frac{1}{6} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \pi^2} e^{-16n^2 \pi^2 t} \cos(2n\pi x) \quad (2)$$

$$u(x, t) = \frac{1}{6} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \pi^2} e^{-16n^2 \pi^2 t} \cos(2n\pi x) \quad (3)$$

$$u(x, t) = \frac{1}{6} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 \pi^2} e^{-4n^2 \pi^2 t} \cos(n\pi x) \quad (4)$$

۵- معادله دیفرانسیل موج دوبعدی  $u_{tt} = 4u_{xx}$  را به همراه شرایط مرزی و آغازین  $u(\pi, t) = u(0, t) = 0$  و  $u_t(x, 0) = 0$  و  $u(x, 0) = 2 \sin(2x) - \sin x$  در نظر بگیرید. مقدار  $u(\frac{\pi}{4}, \pi)$  کدام است؟

(1)  $-\pi$

(2)  $-3$

(3)  $-1$

(4)  $1$

۶- فرض کنید  $f(x, y) = u(x, y) + iv(x, y)$  یک تابع تحلیلی ناصفر باشد و به ازای مقادیر حقیقی  $\alpha$  و  $\beta$ ،  $v(x, y) = \alpha x \cosh(x) \cos(y) + \beta y \sinh(x) \sin(y)$  کدام مورد درست است؟

(1)  $\alpha = \beta$

(2)  $\alpha = -\beta$

(3)  $\alpha = \beta = 1$

(4)  $\alpha\beta = 0$

۷- مقدار  $\oint_{|z|=1} \frac{dz}{\cos z - 2}$ ، کدام است؟

(1)  $-2\pi i$

(2)  $-\pi i$

(3) صفر

(4)  $2\pi i$

۸- مانده تابع  $f(z) = \frac{e^{-z} - 1}{\sinh(z) - \sin(z)}$  در  $z = 0$ ، کدام است؟

(1)  $\frac{3}{2}$

(2)  $\frac{2}{3}$

(3)  $-\frac{1}{3}$

(4)  $-\frac{1}{2}$

۹- مقدار  $\int_0^{2\pi} \cos(\cos\theta) \cosh(\sin\theta) d\theta$ ، کدام است؟

(۱) صفر

(۲)  $\frac{\pi}{2}$

(۳)  $\pi$

(۴)  $2\pi$

۱۰- فرض کنید  $\int_0^{\infty} \frac{\cos(\alpha x)}{x^2 + 1} dx = 2\pi$  مقدار  $\alpha$  کدام است؟

(۱)  $-\ln 4$

(۲) صفر

(۳)  $\ln 2$

(۴)  $\ln 4$

۱۱- فرض کنید سری فوریه تابع  $f(x) = \sin^3(x)$  به صورت  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(nx)$  باشد. مقدار  $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$  کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{8}$

(۲)  $\frac{7}{8}$

(۳)  $\frac{5\pi}{8}$

(۴)  $\frac{7\pi}{8}$

۱۲- فرض کنید انتگرال فوریه توابع پیوسته  $f$  و  $f'$  موجود بوده و  $f(x) = \int_0^{\infty} (a(w) \cos(wx) + b(w) \sin(wx)) dw$ .

اگر  $f'(x) = \int_0^{\infty} (A(w) \cos(wx) + B(w) \sin(wx)) dw$ ، آنگاه  $B(w)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (f(-x) + f(x)) \sin(wx) dx$

(۲)  $-\frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} (f(-x) - f(x)) \sin(wx) dx$

(۳)  $-\frac{w}{\pi} \int_0^{\infty} (f(-x) - f(x)) \cos(wx) dx$

(۴)  $-\frac{w}{\pi} \int_0^{\infty} (f(-x) + f(x)) \cos(wx) dx$

۱۳- جواب غیربدیهی معادله دیفرانسیل جزئی  $u_{xx} - 2yu_y + 4u_x + 2u = 0$  با شرایط مرزی  $u_x(0, y) = u_x(\pi, y) = 0$  که به روش تفکیک متغیرها (ضربی) تعیین می‌شود، کدام است؟

$$u(x, y) = ye^{-2x} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n \cos(nx)}{y^n} \quad (۱)$$

$$u(x, y) = ye^{-2x} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n \cos(nx)}{y^n} \quad (۲)$$

$$u(x, y) = \frac{e^{-2x}}{y} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n \cos(nx)}{\sqrt{y^{n^2}}} \quad (۳)$$

$$u(x, y) = \frac{e^{-2x}}{y} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_n \cos(nx)}{\sqrt{y^{n^2}}} \quad (۴)$$

۱۴- مسئله تعیین پتانسیل الکتریکی  $u$  درون استوانه بدون بار زیر را در نظر بگیرید:

$$u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} + u_{zz} = 0, \quad 0 \leq r < a, \quad 0 < z < 1, \quad u(r, \theta, 0) = f(r, \theta)$$

اگر جواب مسئله به صورت  $u(r, \theta, z) = F(r)G(\theta)Q(z)$  باشد، آنگاه توابع  $F$ ،  $G$  و  $Q$  در کدام معادلات دیفرانسیل معمولی صدق می‌کنند؟ (پارامترهای  $\alpha$  و  $\beta$  ثابت ناصفر هستند.)

$$\begin{cases} r^2 F'' + rF' - (\alpha r^2 + \beta)F = 0 \\ G'' + \beta G = 0 \\ Q'' + \alpha Q = 0 \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} r^2 F'' + rF' - (\alpha r^2 + \beta)F = 0 \\ G'' + \beta G = 0 \\ Q'' + (\alpha - \beta)Q = 0 \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} r^2 F'' + rF' - \alpha r^2 F = 0 \\ G'' + \beta G = 0 \\ Q'' + \alpha Q = 0 \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} r^2 F'' + rF' - (\alpha r^2 + \beta)F = 0 \\ G'' + (\beta + \alpha)G = 0 \\ Q'' + \alpha Q = 0 \end{cases} \quad (۳)$$

۱۵- برای اپراتور خطی  $L[y] = -\frac{d}{dx}(x \frac{dy}{dx})$  مسئله  $L[y] = \lambda x^{-1}y$  را بر بازه  $1 < x < e$  به همراه شرایط مرزی

$y'(1) = 0$  و  $y(e) = 0$  در نظر بگیرید. مقادیر ویژه  $\lambda$  و توابع ویژه متناظر کدام‌اند؟ ( $k$  یک عدد صحیح نامنفی است.)

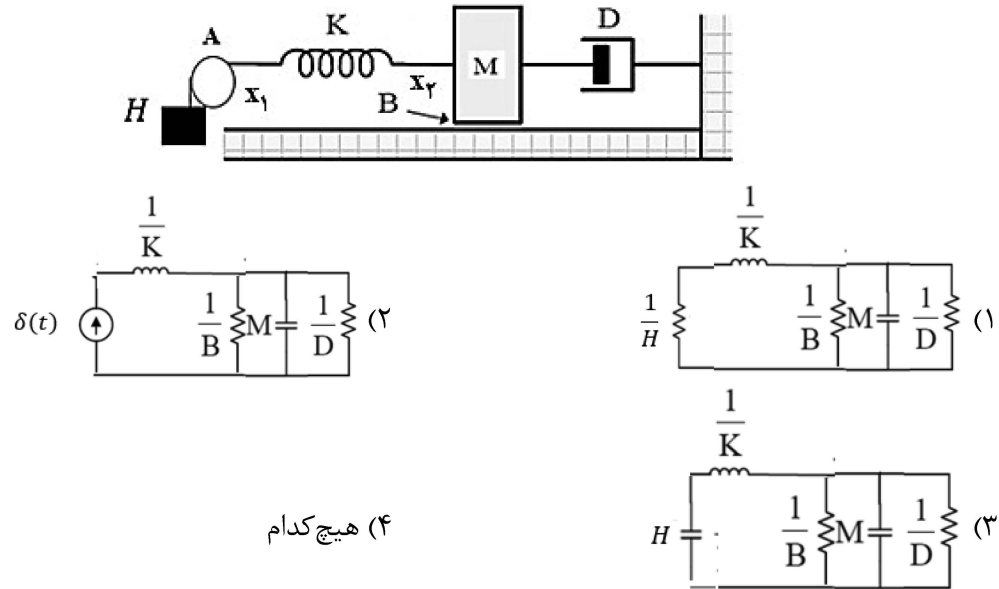
$$\lambda_k = (k\pi - \frac{\pi}{2})^2 \text{ و } y_k(x) = \cos\left((k\pi - \frac{\pi}{2}) \ln x\right) \quad (۱)$$

$$\lambda_k = (k\pi - \frac{\pi}{2})^2 \text{ و } y_k(x) = \cos\left((k\pi - \frac{\pi}{2})x\right) \quad (۲)$$

$$\lambda_k = (k\pi)^2 \text{ و } y_k(x) = \sin(k\pi \ln x) \quad (۳)$$

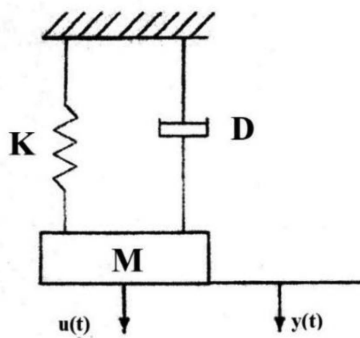
$$\lambda_k = (k\pi)^2 \text{ و } y_k(x) = \cos((k\pi) \ln x) \quad (۴)$$

۱۶- اگر در سیستم زیر، در لحظه  $t = 0$  طناب از نقطه A پاره شود، دوگان مداری موازی سیستم کدام است؟



(۴) هیچ کدام

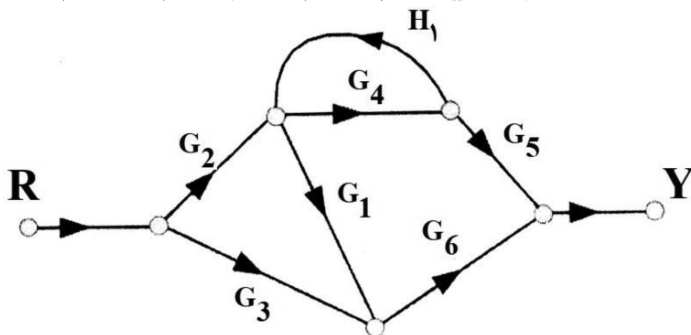
۱۷- در سیستم شکل زیر، ورودی، نیروی  $u(t)$  می باشد که به جرم  $M$  اعمال می شود و خروجی نیز، حرکت همین جرم است که با  $y(t)$  نشان داده شده است. با فرض ورودی پله واحد، دو برابر کردن جرم  $M$ ، روی کدام پارامتر خروجی تأثیری ندارد؟



- (۱) مقدار نهایی خروجی
- (۲) مقدار ماکزیمم خروجی
- (۳) زمان نشست خروجی
- (۴) زمان رسیدن خروجی به مقدار ماکزیمم

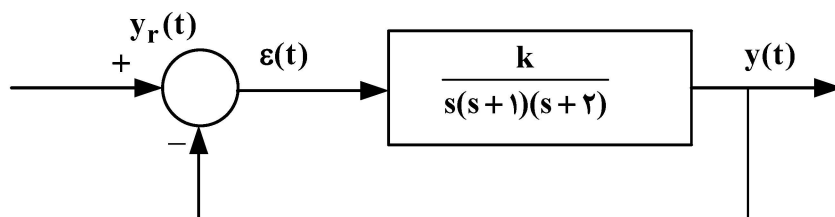
۱۸- در نمودار زیر، با اطلاعات داده شده، تابع تبدیل  $\frac{Y}{R}$  کدام است؟

$$H_1 = s, G_1 = G_2 = G_3 = G_4 = G_5 = G_6 = 1$$



- (۱)  $\frac{3-s}{s}$
- (۲)  $\frac{-s}{3-s}$
- (۳)  $\frac{3s}{1-s}$
- (۴)  $\frac{3-s}{1-s}$

۱۹- برای سیستم کنترل ترسیم شده، بهره  $k$  چقدر باشد تا به ازای ورودی شیب واحد، خطای حالت ماندگار  $\varepsilon(t)$  کمتر از ۱۰٪ شود؟



- (۱)  $6 < k < 20$
- (۲)  $k > 6$
- (۳)  $k > 20$
- (۴) هیچ کدام

۲۰- یک سیستم کنترل حلقه بسته با فیدبک واحد منفی و تابع تبدیل حلقه  $G(s) = \frac{2}{s^2 + 8s + 13}$  را در نظر بگیرید.

اگر  $h(t)$  پاسخ ضربه سیستم حلقه بسته باشد، در این صورت حاصل  $\int_0^{+\infty} |h(t)| dt$  چقدر است؟

(۱)  $\frac{2}{8}$

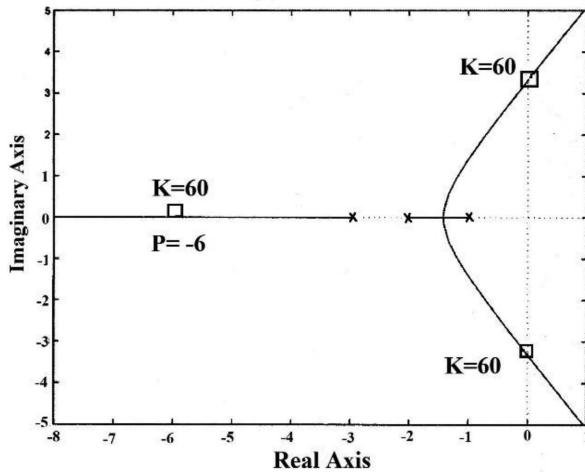
(۲)  $\frac{2}{13}$

(۳)  $\frac{2}{15}$

(۴) هیچ کدام

۲۱- مکان ریشه‌های یک سیستم کنترل حلقه بسته با فیدبک واحد منفی، در زیر ترسیم شده است. حداقل خطای

ماندگار به ورودی پله واحد کدام است؟



(۱)  $e_{ss} > \frac{1}{10}$

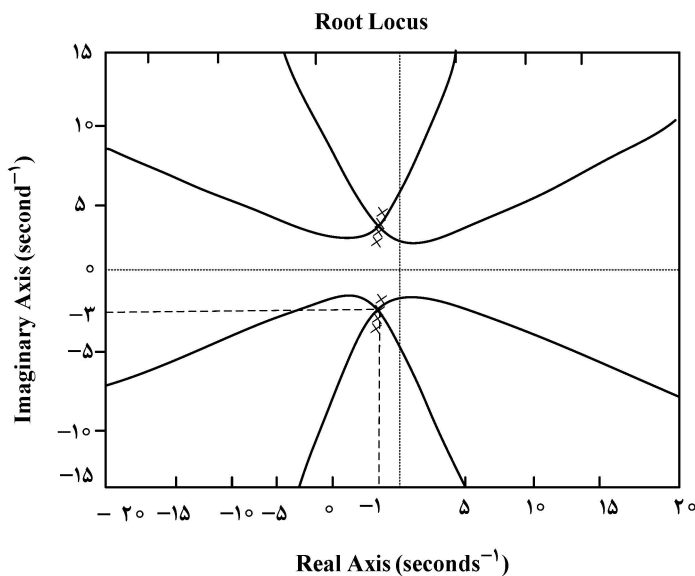
(۲)  $e_{ss} = \frac{1}{11}$

(۳)  $e_{ss} = \frac{1}{10}$

(۴)  $e_{ss} > \frac{1}{5}$

۲۲- نمودار مکان هندسی ریشه‌های سیستمی مفروض است. جمع عناصر سطر  $S^V$  جدول راث، برای سیستم مذکور

چقدر است؟



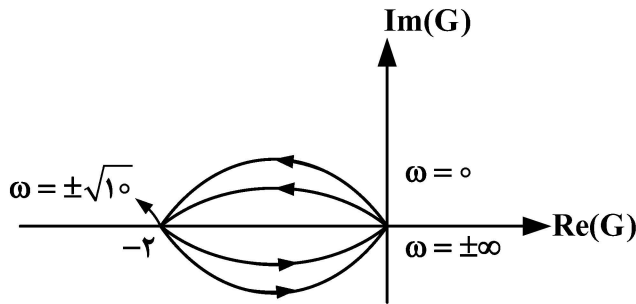
(۱) ۱۱۰۰۰

(۲) ۲۹۵۲

(۳) ۵۳۶۸

(۴) با توجه به این که از روی منحنی مکان هندسی ریشه‌ها نمی‌توان بهره سیستم را استخراج کرد، خواسته مسئله قابل محاسبه نیست.

۲۳- نمودار نایکوئیست در یک سیستم با فیدبک منفی به صورت زیر است. با فرض پایداری سیستم حلقه بسته،



سیستم حلقه باز دارای چند صفر و قطب است؟

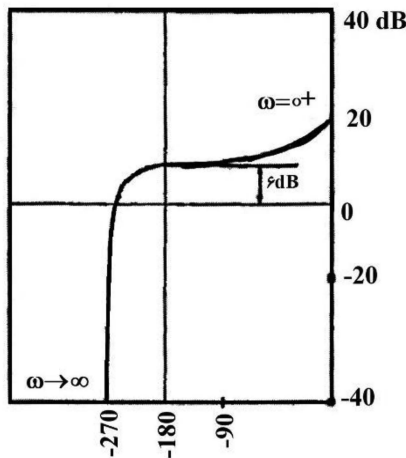
- (۱) یک صفر در سمت راست و یک قطب
- (۲) یک صفر در سمت چپ و یک قطب
- (۳) یک صفر در مبدأ و دو قطب
- (۴) هیچ کدام

۲۴- پاسخ فرکانسی یک سیستم LTI در جدول زیر نشان داده شده است. پاسخ سیستم به ورودی  $x(t) = 2 + 5 \sin(10t)$  چه خواهد بود؟

$\omega$ (rad/s)	Mag (dB)	Phase (deg)
0	0	0
0.1	0	-0.8
1	-0.04	-5.75
10	-3	-45
100	-20	-84.3

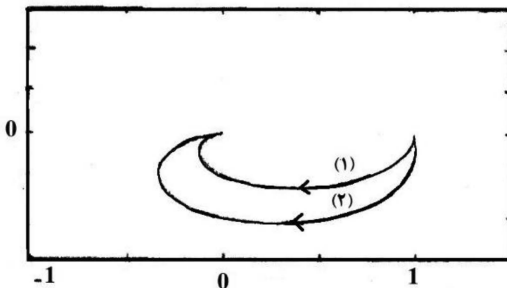
- (۱)  $2 + 5 \sin(10t)$
- (۲)  $2 + 2.5 \sin(10t)$
- (۳)  $2 + 2.5 \sqrt{2} \sin(10t - \frac{\pi}{4})$
- (۴)  $\sqrt{2}(1 + 2.5) \sin(10t - \frac{\pi}{4})$

۲۵- دیاگرام منحنی اندازه بر حسب فاز یک سیستم به صورت زیر است. اگر بهره تناسبی 0.1 به سیستم اعمال شود، خطای حالت ماندگار به ورودی پله واحد چقدر است؟



- (۱) 0.91
- (۲) 1
- (۳) 1.1
- (۴) 0.11

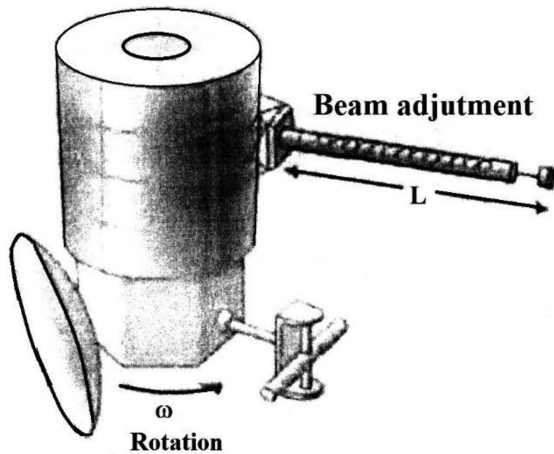
۲۶- دیاگرام نایکوئیست دو سیستم درجه ۲ استاندارد در شکل زیر نشان داده شده است. کدام مورد در خصوص این دو سیستم درست است؟



- (۱) لزوماً ماکزیمم جهش سیستم دوم بیشتر از سیستم اول است.
- (۲) بهره dc سیستم دوم کمتر از سیستم اول است.
- (۳) زمان نشست سیستم اول و دوم یکسان است.
- (۴) همه موارد



۲۷- سرعت زاویه‌ای  $\omega(t)$  ماهواره‌ای که در شکل زیر نشان داده شده است، در یک سیستم فیدبک واحد منفی، به وسیله تغییر طول beam تنظیم می‌شود. تابع تبدیل سرعت زاویه‌ای به تغییر طول beam به صورت زیر است. به ترتیب، خطای حالت ماندگار سیستم به ورودی پله و شیب چقدر است؟



$$\frac{\omega(s)}{\Delta L(s)} = \frac{2(s+4)}{(s+5)(s+1)^2}$$

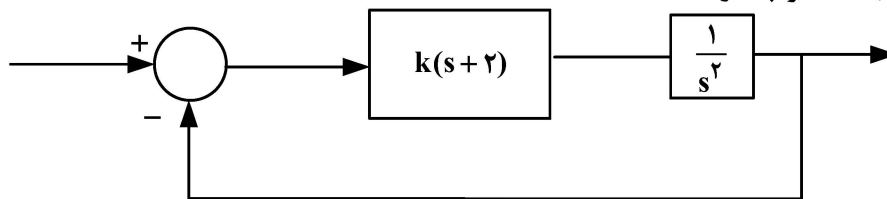
(۱)  $\frac{5}{13}$  و صفر

(۲)  $0.2$  و  $0.6$

(۳)  $0.2$  و  $0.6$

(۴)  $\frac{5}{13}$  و  $\infty$

۲۸- شکل زیر نمودار بلوکی سیستم کنترل یک فضاپیما را نشان می‌دهد. به ترتیب، بهره  $k$  برای حاشیه فاز  $50^\circ$  و در این حالت حاشیه بهره (GM) متناظر چقدر است؟



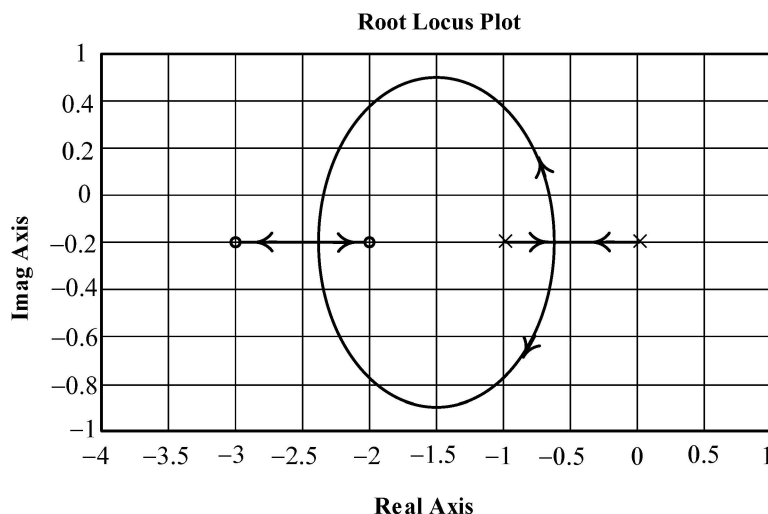
(۱)  $5/2$  و  $\infty$

(۲)  $1/8$  و  $\infty$

(۳)  $1/8$  و  $6/8$

(۴)  $5/2$  و  $2/3$

۲۹- مکان هندسی ریشه‌های سیستم فیدبک واحد منفی به شکل زیر می‌باشد. کدام مورد، در خصوص میرایی سیستم حلقه بسته درست است؟



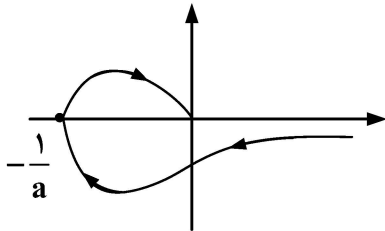
(۱)  $0 < K < 0.7$  میرایی بحرانی و  $14 > K > 0.7$  میرایی ضعیف

(۲)  $0 < K < 0.7$  میرایی قوی و  $14 > K > 0.7$  میرایی ضعیف

(۳)  $0 < K < 0.7$  میرایی بحرانی و  $K > 0.7$  میرایی ضعیف

(۴)  $0 < K < 0.7$  میرایی قوی و  $K > 0.7$  میرایی ضعیف

۳۰- دیاگرام قطبی یک سیستم کمینه فاز در شکل زیر نشان داده شده است. می دانیم خطای حالت ماندگار این سیستم به ورودی پله واحد، غیر صفر و محدود است. بازه  $a$ ، برای دستیابی به این امر چقدر است؟

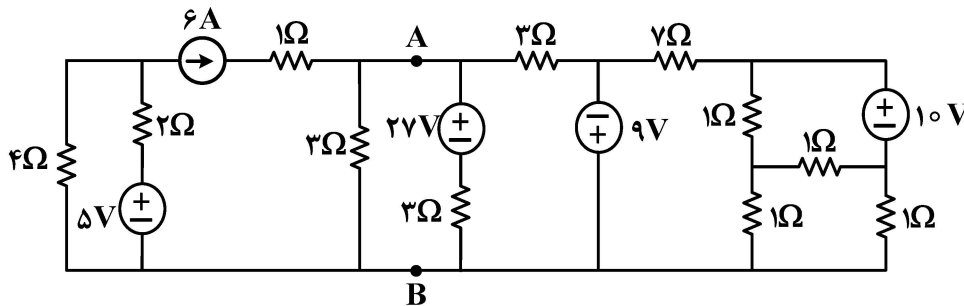


- (۱)  $0 < a < 1$
- (۲)  $a < 1$
- (۳)  $a > 1$
- (۴) مستقل از  $a$

راهنمایی: داوطلبان گرامی می بایست از میان دروس «مدارهای الکتریکی (۱ و ۲)» به شماره سؤال های ۳۱ تا ۴۵ در صفحه های ۱۰ تا ۱۵ یا «دینامیک» شماره سؤال های ۴۶ تا ۶۰ در صفحه های ۱۵ تا ۱۹، فقط یک درس را انتخاب نموده و به آن پاسخ دهد.

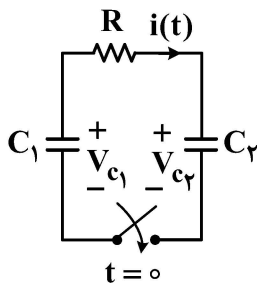
مدارهای الکتریکی (۱ و ۲):

۳۱- در مدار زیر، ولتاژ تونن بر حسب ولت و مقاومت تونن بر حسب اهم، به ترتیب، کدام است؟



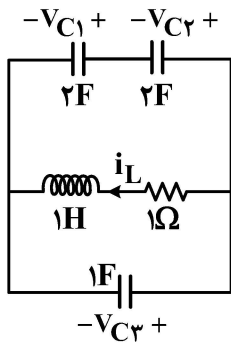
- (۱) ۳ و ۱۲
- (۲) ۱ و ۱۲
- (۳) ۳ و ۱۸
- (۴) ۱ و ۱۸

۳۲- در مدار شکل زیر، کدام رابطه برای  $t > 0$  درست است؟ (در لحظه  $t = 0^-$  شارژ اولیه خازن  $C_1$  مساوی  $V_1$  و شارژ اولیه خازن  $C_2$  مساوی  $V_2$  با جهت مشخص شده هستند.)



- (۱)  $Ri(t) - \frac{1}{C_1} \int_0^t i(\lambda) d\lambda - v_2 + v_1 - \frac{1}{C_2} \int_0^t i(\lambda) d\lambda = 0$
- (۲)  $Ri(t) - \frac{1}{C_1} \int_0^t i(\lambda) d\lambda + v_2 - v_1 - \frac{1}{C_2} \int_0^t i(\lambda) d\lambda = 0$
- (۳)  $Ri(t) + \frac{1}{C_1} \int_0^t i(\lambda) d\lambda + v_2 - v_1 + \frac{1}{C_2} \int_0^t i(\lambda) d\lambda = 0$
- (۴)  $Ri(t) + \frac{1}{C_1} \int_0^t i(\lambda) d\lambda - v_2 + v_1 + \frac{1}{C_2} \int_0^t i(\lambda) d\lambda = 0$

۳۳- در مدار نشان داده شده در زیر با فرض شرایط اولیه زیر،  $\frac{di_L(o^+)}{dt}$  چقدر است؟



$$i_L(o^-) = -1A, V_{C1}(o^-) = 5V, V_{C2}(o^-) = -1V, V_{C3}(o^-) = 2V$$

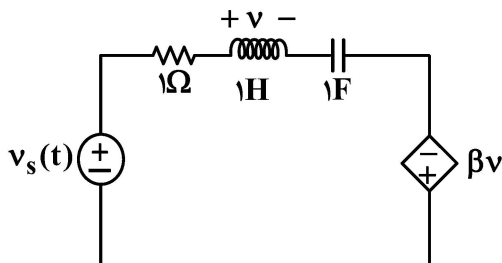
۱ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

۳۴- در مدار زیر، به ازای چه مقداری برای  $\beta$ ، مدار فقط یک فرکانس طبیعی ساده دارد؟



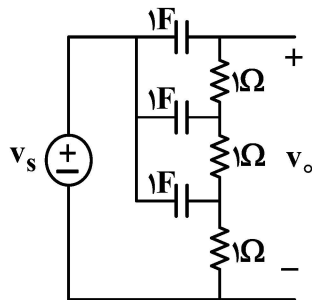
۱ (۱)

۲ (۲)

-۱ (۳)

-۲ (۴)

۳۵- در مدار زیر، معادله دیفرانسیل ارتباط دهنده  $v_s$  و  $v_o$  کدام است؟



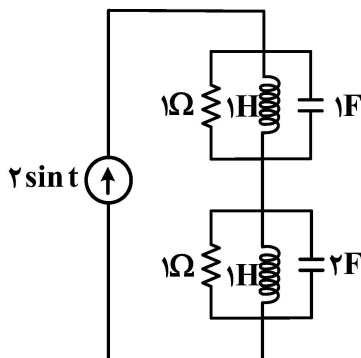
$$\frac{d^3 v_o}{dt^3} + \frac{d^2 v_o}{dt^2} + \frac{dv_o}{dt} + v_o = v_s \quad (1)$$

$$\frac{d^3 v_o}{dt^3} + \frac{6dv_o}{dt} + v_o = \frac{d^3 v_s}{dt^3} + \frac{5d^2 v_s}{dt^2} + v_s \quad (2)$$

$$\frac{d^3 v_o}{dt^3} + \frac{6dv_o}{dt^2} + \frac{dv_o}{dt} + v_o = \frac{5d^2 v_s}{dt^2} + \frac{6dv_s}{dt} + v_s \quad (3)$$

$$\frac{d^3 v_o}{dt^3} + \frac{5d^2 v_o}{dt^2} + \frac{6dv_o}{dt} + v_o = \frac{d^3 v_s}{dt^3} + \frac{5d^2 v_s}{dt^2} + \frac{6dv_s}{dt} \quad (4)$$

۳۶- در مدار زیر، توان متوسط تولید شده توسط منبع جریان مستقل چند وات است؟ (منبع جریان برحسب آمپر است.)



۲ (۱)

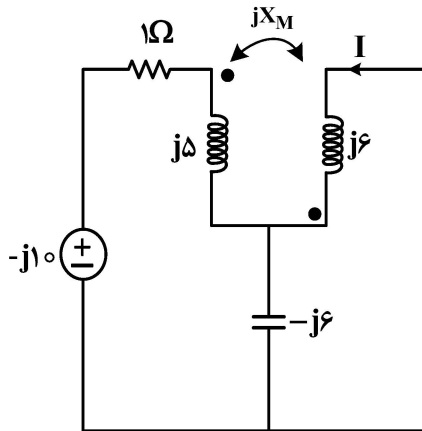
۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

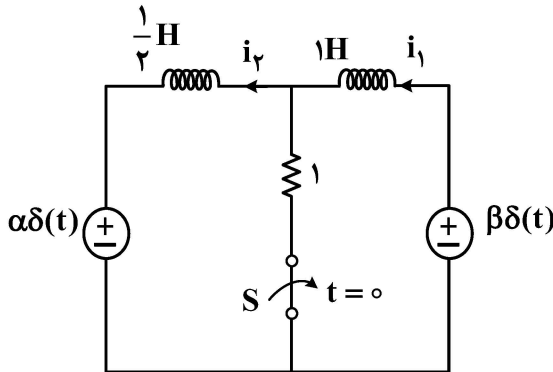
۳۷- در مدار زیر، اگر  $I = 1A$  باشد،  $X_M$  چند اهم است؟ (امپدانس‌ها بر حسب اهم و منبع ولتاژ بر حسب ولت است.)

- (۱) ۴
- (۲) ۶
- (۳) -۴
- (۴) -۶



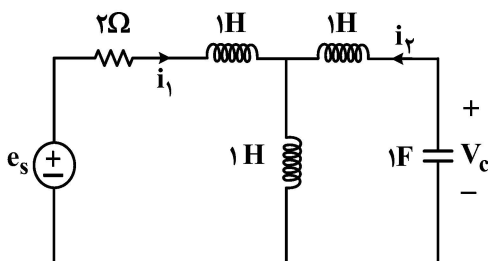
۳۸- در مدار شکل زیر، کلید S در  $t = 0$  باز می‌شود. بین  $\alpha$  و  $\beta$  چه رابطه‌ای برقرار باشد تا بلافاصله بعد از باز شدن

کلید، جریان سلف ۱H، برابر یک آمپر شود؟ (جریان هر دو سلف در  $t = 0^-$  برابر صفر است.)



- (۱)  $\beta = \frac{3}{2}\alpha - 1$
- (۲)  $\beta = -\frac{3}{2}\alpha + 1$
- (۳)  $\beta = \frac{3}{2}\alpha + 1$
- (۴)  $\beta = \frac{3}{2}\alpha$

۳۹- در مدار زیر با فرض این که  $i_1$ ،  $i_2$  و  $V_c$  متغیرهای حالت باشند،  $\frac{di_1}{dt}$  بر حسب متغیرهای حالت کدام است؟



- (۱)  $\frac{4}{3}i_1 - \frac{1}{3}V_c + \frac{2}{3}e_s$
- (۲)  $-\frac{4}{3}i_1 - \frac{1}{3}V_c + \frac{2}{3}e_s$
- (۳)  $-\frac{4}{3}i_1 - \frac{1}{4}V_c + \frac{3}{4}e_s$
- (۴)  $-3i_1 - \frac{1}{2}V_c + e_s$

۴۰- در یک گراف جهت دار و با انتخاب یک درخت معین، ماتریس حلقه اساسی به صورت زیر است. ماتریس کات ست اساسی برای همان درخت به کدام صورت است؟

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

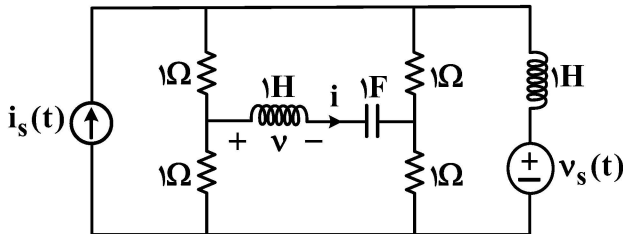
$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (۲)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$Q = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۴۱- در خصوص مدار زیر، کدام مورد نادرست است؟



(۱) متغیر  $i(t)$  حداکثر ۳ فرکانس طبیعی دارد.

(۲) تابع شبکه  $H_V(s) = \frac{I(s)}{V_s(s)}$  حداکثر ۳ قطب دارد.

(۳) تابع شبکه  $H_I(s) = \frac{I(s)}{I_s(s)}$  حداکثر ۳ قطب دارد.

(۴) صفرهای دو تابع شبکه  $H_V(s) = \frac{V(s)}{I_s(s)}$  و  $H_I(s) = \frac{I(s)}{I_s(s)}$  یکسان هستند.

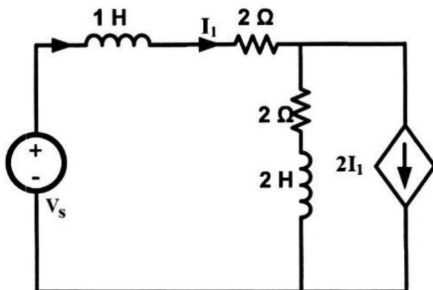
۴۲- فرکانس‌های طبیعی مدار زیر، کدام است؟

(۱) دو فرکانس طبیعی صفر و یک فرکانس طبیعی -۱

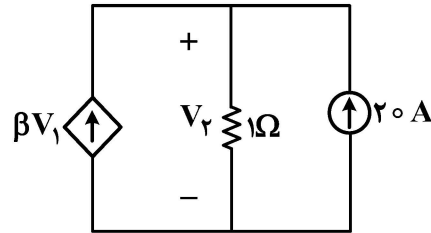
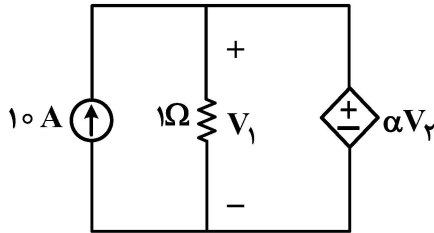
(۲) یک فرکانس طبیعی صفر و یک فرکانس طبیعی -۱

(۳) دو فرکانس طبیعی صفر

(۴) یک فرکانس طبیعی صفر



۴۳- به ازای کدام مورد مدار شکل زیر، جواب یکتا دارد؟



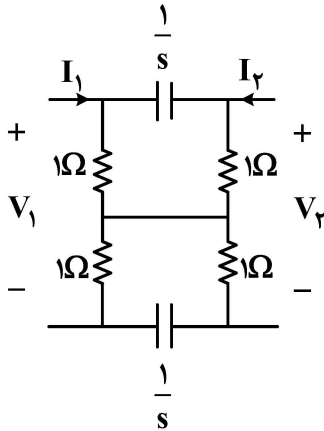
(۱)  $\alpha = \beta = 1$

(۲)  $\alpha = \beta = 2$

(۳)  $\alpha = \frac{1}{\beta} = 2$

(۴)  $\alpha = \frac{1}{\beta} = -1$

۴۴- ماتریس امپدانس مدار - باز (Z) دو قطبی زیر کدام است؟



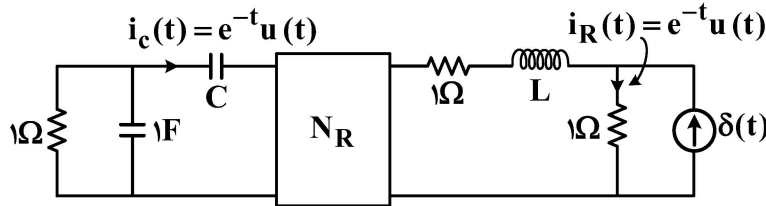
(۱) 
$$\begin{pmatrix} \frac{s+1}{s+0.5} & \frac{s}{s+0.5} \\ \frac{s}{s+0.5} & \frac{s+1}{s+0.5} \end{pmatrix}$$

(۲) 
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{s+2} & \frac{-s}{s+2} \\ \frac{-s}{s+2} & \frac{1}{s+2} \end{pmatrix}$$

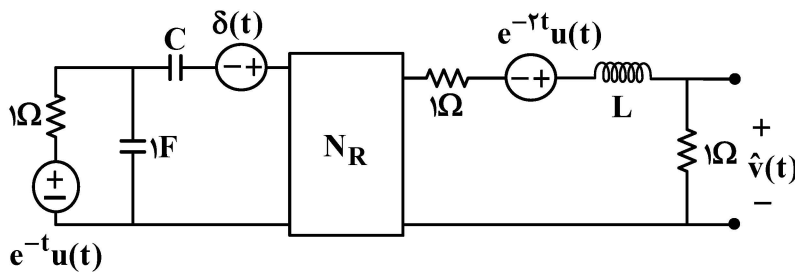
(۳) 
$$\begin{pmatrix} \frac{s+1}{s+2} & \frac{-s}{s+2} \\ \frac{-s}{s+2} & \frac{s+1}{s+2} \end{pmatrix}$$

(۴) 
$$\begin{pmatrix} \frac{1}{s+0.5} & \frac{-s}{s+0.5} \\ \frac{-s}{s+0.5} & \frac{1}{s+0.5} \end{pmatrix}$$

۴۵- دوقطبی خطی تغییرناپذیر با زمان  $N_R$  از مقاومت، سلف، سلف‌های تزویج شده و خازن و ترانسفورماتور ایده‌آل تشکیل شده است و در  $t=0^-$  در حالت صفر هستند. در دو حالت «الف» و «ب» دو آزمایش انجام شده است. با توجه به اطلاعات داده شده  $\hat{v}(t)$  برای زمان‌های مثبت، کدام است؟



(الف)



(ب)

$$e^{-t} + e^{-2t} - 2te^{-t} \quad (۲)$$

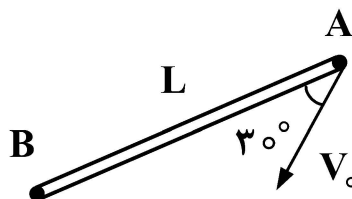
$$2e^{-t} - e^{-2t} + \frac{t^2}{2}e^{-t} \quad (۱)$$

$$-2e^{-t} + 2e^{-2t} - \frac{t^2}{2}e^{-t} \quad (۴)$$

$$-2e^{-t} + 2e^{-2t} + te^{-t} \quad (۳)$$

دینامیک:

۴۶- مطابق شکل، میله نازکی به طول  $L$  در حال حرکت در صفحه است. بردار سرعت انتهای  $A$  میله روی شکل نشان داده شده است. سرعت زاویه‌ای میله چند برابر  $\frac{V_0}{L}$  باشد تا سرعت انتهای  $B$  میله کمینه شود؟



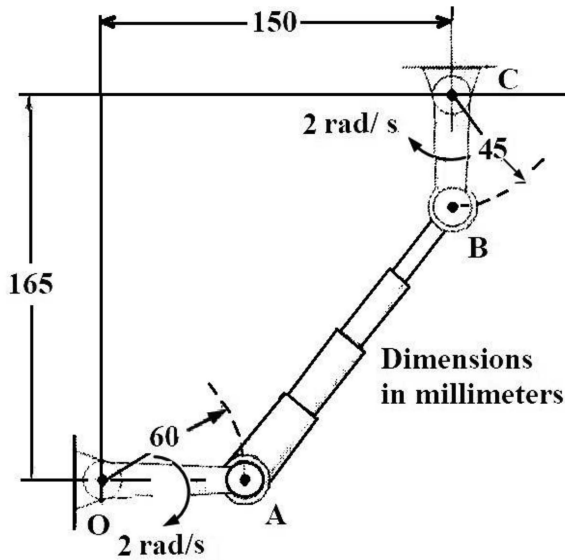
$$۱ \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۲)$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \quad (۳)$$

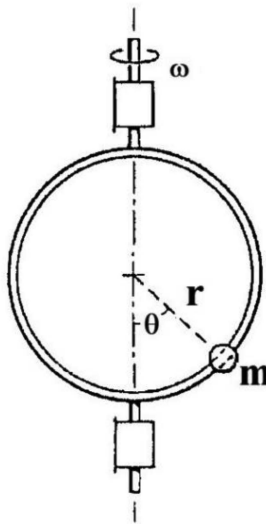
$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (۴)$$

۴۷- سرعت تغییر طول لینک تلسکوپی AB در مکانیزم زیر، چند  $\frac{mm}{s}$  و چگونه است؟



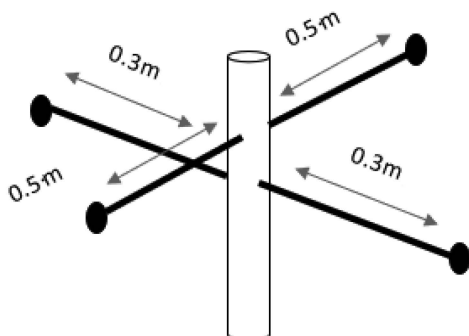
- (۱) ۱۸، در حال کاهش طول
- (۲) ۲۴، در حال افزایش طول
- (۳) ۴۲، در حال افزایش طول
- (۴) ۱۶۰، در حال کاهش طول

۴۸- ذره‌ای به جرم  $m$  مقید به حرکت آزاد در حلقه‌ای دایره‌ای است که حول محور قائم با سرعت زاویه‌ای ثابت  $\omega$  می‌چرخد. با صرف نظر از اصطکاک  $\omega$  کدام است؟



- (۱)  $\sqrt{\frac{g}{2r \sin \theta}}$
- (۲)  $\sqrt{\frac{2g}{r \cos \theta}}$
- (۳)  $\sqrt{\frac{2g}{r \sin \theta}}$
- (۴)  $\sqrt{\frac{g}{r \cos \theta}}$

۴۹- چهار گلوله ۳ کیلوگرمی کوچک در فاصله‌های شعاعی ثابت بر روی شفت چرخان قائم نصب شده‌اند. شفت با سرعت زاویه‌ای  $+20$  رادیان بر ثانیه می‌چرخد. اگر گشتاور ثابت  $M = -30 \text{ N.m}$  به شفت اعمال شود، چند ثانیه طول می‌کشد تا سرعت زاویه‌ای آن به  $-20$  رادیان بر ثانیه برسد؟



- (۱)  $1/72$
- (۲)  $2/72$
- (۳)  $3/72$
- (۴)  $4/72$



۵۰- جرم قطره باران با جذب رطوبت در طول فرود عمودی خود از طریق هوا افزایش می‌یابد. اگر مقاومت هوا در برابر حرکت قطره  $R$  و سرعت روبه پایین آن  $v$  باشد، معادله حرکت قطره کدام است؟

$$\frac{d(mv)}{dt} = mg - \frac{R}{v} \quad (۲) \qquad \frac{d(mv)}{dt} = \frac{1}{2}mg - R \quad (۱)$$

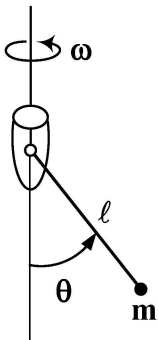
$$\frac{d(mv)}{dt} = mg - R \quad (۴) \qquad \frac{d(mv)}{dt} = mg - \frac{1}{2}R \quad (۳)$$

۵۱- یک موشک کوچک با جرم اولیه  $m_0$  به صورت عمودی نزدیک سطح زمین پرتاب می‌شود. نرخ جرم اگزاست آن  $m'$  و سرعت نسبی خروجی اگزاست  $u$  ثابت است. کدام مورد، سرعت  $v$  را تابعی از زمان پرواز  $t$  معرفی می‌کند؟  
( $g$  ثابت فرض شود و از مقاومت هوا و جرم محفظه موشک و ابزارات در مقابل جرم سوخت حمل شده صرف نظر شود.)

$$u \ln\left(\frac{m_0 - m't}{m_0}\right) - gt \quad (۲) \qquad u \ln\left(\frac{\frac{1}{2}m_0}{m_0 - m't}\right) - \frac{1}{2}gt \quad (۱)$$

$$u \ln\left(\frac{m_0 - m't}{m_0}\right) - \frac{1}{2}gt \quad (۴) \qquad u \ln\left(\frac{m_0}{m_0 - m't}\right) - gt \quad (۳)$$

۵۲- انرژی جنبشی برای پاندول نشان داده شده کدام است. (آونگ بدون جرم است و به انتهای آن ذره‌ای به جرم  $m$  وصل شده است.)



$$\frac{1}{2}ml^2(\omega^2 \cos^2 \theta + \dot{\theta}^2) \quad (۱)$$

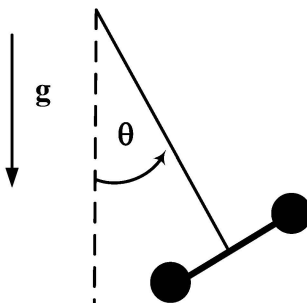
$$\frac{1}{2}ml^2(\omega^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2}ml^2(\omega^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \theta) \quad (۳)$$

$$\frac{1}{2}ml^2(\omega^2 + \dot{\theta}^2 \sin^2 \theta) \quad (۴)$$

۵۳- پاندولی شامل یک میله صلب بدون جرم و دو گوی با جرم‌های مساوی مطابق شکل است. طناب به وسط میله بسته شده و در لحظه اولیه که پاندول در زاویه  $\theta = 25^\circ$  رها می‌شود، گوی‌ها در حالت سکون و میله عمود بر طناب است. زاویه بین

طناب و میله را هنگامی که  $\theta = -20^\circ$  می‌شود، چند درجه است؟



۵ (۱)

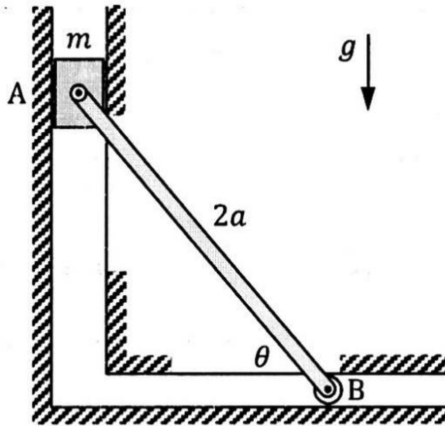
۲۵ (۲)

۳۰ (۳)

۴۵ (۴)

۵۴ - دو سر میله صلب و سبک AB به طول  $2a$ ، در راه‌گاه‌های بدون اصطکاک شکل زیر حرکت می‌کنند. جرم لغزنده‌ی A برابر  $m$  و جرم غلتک B ناچیز است. میله از حالت سکون در  $\theta$  بسیار نزدیک  $90^\circ$  در صفحه قائم رها می‌شود. هنگامی که

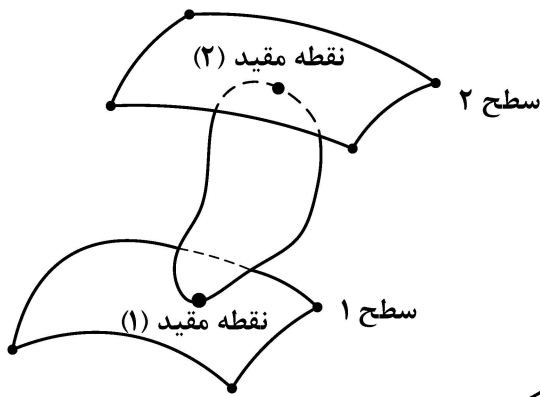
$\theta = 30^\circ$  می‌شود، مربع سرعت نقطه B ( $V_B^2$ ) چند برابر  $ag$  است؟



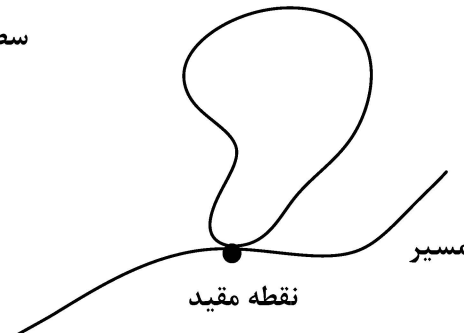
- (۱)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
- (۲)  $\frac{2}{3}$
- (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۵۵ - حداقل تعداد معادلات دیفرانسیل لازم جهت تبیین حرکت یک جسم صلب در دو حالت مقید «الف» و «ب»، به ترتیب کدام است؟

الف - دو نقطه از جسم صلب، مقید به حرکت بر روی دو صفحه معین هستند.  
ب - یک نقطه از جسم صلب، مقید به حرکت بر روی یک مسیر معین است.



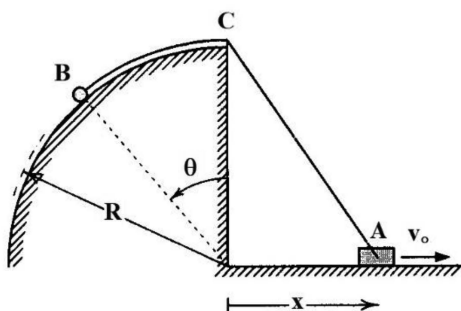
(الف)



(ب)

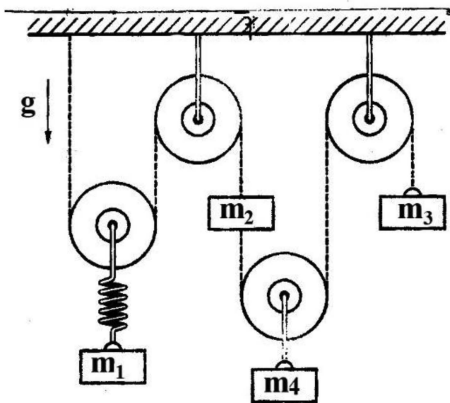
- (۱) ۴ و ۴
- (۲) ۵ و ۴
- (۳) ۴ و ۵
- (۴) ۶ و ۶

۵۶ - حرکت گوی کوچک B و حرکت لغزنده A به وسیله یک ریسمان ناکشسان، مطابق شکل به یکدیگر مقید شده‌اند. لغزنده A با سرعت ثابت  $v_0$  به سمت راست حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که  $x = R$  است، اندازه سرعت گوی B چند برابر  $v_0$  است؟



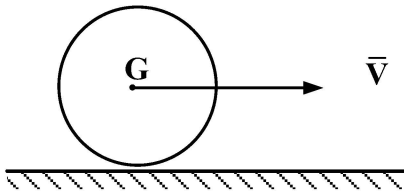
- (۱)  $\sqrt{2}$
- (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۴)  $\sqrt{3}$

۵۷- تعداد درجات آزادی سیستم شکل روبه‌رو کدام است؟



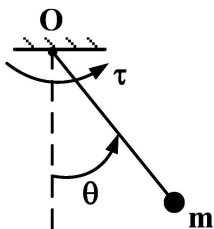
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۵۸- کره صلب همگن زیر به جرم  $m$  در حال حرکت غلتشی بدون لغزش در صفحه قائم است. سرعت مرکز کره مقدار ثابت  $\bar{v}$  است. ضرایب اصطکاک استاتیکی و جنبشی بین کره و سطح به ترتیب برابر  $\mu_s$  و  $\mu_k$  است. مقدار نیروی قید غلتش بدون لغزش کدام است؟



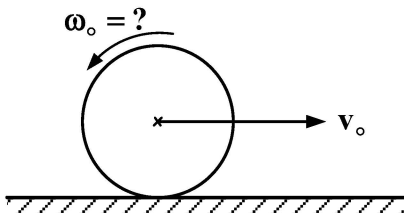
- ۱) صفر
- ۲)  $\mu_k mg$
- ۳)  $\mu_s mg$
- ۴) به مقدار  $\bar{v}$  بستگی دارد.

۵۹- گشتاور ثابت  $\tau = +20 \text{ N.m}$  توسط موتور به آونگ زیر وارد می‌آید. جرم انتهای آونگ ذره‌ای ۲ کیلوگرمی و میله آن بدون جرم و به طول ۰/۵ متر است. نرخ زمانی تغییر اندازه حرکت زاویه‌ای آونگ حول نقطه O در  $\theta = \frac{\pi}{6}$  چند N.m است؟ ( $g = 10 \frac{m}{s}$ )



- ۵ (۱)
- ۱۵ (۲)
- ۲۰ (۳)
- ۲۵ (۴)

۶۰- یک توپ بولینگ به جرم  $m$  و به شعاع  $r$  با سرعت اولیه مشخص  $v_0$  مطابق شکل بر روی سطح افقی رها می‌شود. حداقل سرعت زاویه‌ای توپ  $\omega_0$  در جهت پادساعتگرد برای این که جهت سرعت خطی مرکز جرم توپ تغییر نکند کدام است و چه مدت طول می‌کشد تا این سرعت شروع به تغییر جهت کند؟ (ضریب اصطکاک جنبشی  $\mu_k$  مرکز جرم توپ بر مرکز هندسی و ممان اینرسی آن حول محور گذرنده از مرکز جرم  $\frac{2}{5}mr^2$  فرض شود.)



- (۱)  $\frac{v_0}{\mu_k \cdot g}$  و  $\frac{5}{2} \frac{v_0}{r}$
- (۲)  $\frac{2v_0}{\mu_k \cdot g}$  و  $\frac{5}{2} \frac{\mu_k v_0}{r}$
- (۳)  $\frac{\mu_k \cdot v_0}{g}$  و  $\frac{5}{2} \frac{v_0}{\mu_k r}$
- (۴)  $\frac{2v_0}{5\mu_k \cdot g}$  و  $\frac{7}{2} \frac{v_0}{r}$

