

347

F

نام

نام خانوادگی

محل امضاء



347F

صبح جمعه

۹۱/۱۲/۱۸

دفترچه شماره ۱



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.

امام خمینی (ره)

**آزمون ورودی  
دوره‌های دکتری (نیمه متمرکز) داخل  
در سال ۱۳۹۲**

**رشته‌ای**

**مهندسی هوا فضا - مکانیک پرواز و کنترل ماهواره (کد ۷۳۳۴)**

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه)	۴۵	۱	۴۵

**اسفندماه سال ۱۳۹۱**

**این آزمون نمره منفی دارد.**

استفاده از ماشین حساب مجاز نمی‌باشد.

حق چاپ و تکثیر سؤالات پی اچ دی آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

# پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

347F

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه)

۱- برای تابع مختلط  $f(z) = \sin z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

(۱)  $|\sin z| = |\sin x|$       (۲)  $|\sin x| \leq |\sin z| \leq 1$

(۳)  $|\sin z|^2 = \sin^2 x + (\sinh y)^2$       (۴)  $\sin^2 x + (\sinh y)^2 < |\sin z|^2 < \sin^2 x + (\cosh y)^2$

۲- اگر سری فوریه مثلثاتی تابع زیر را بنویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + x, & -\pi \leq x < 0 \\ \frac{\pi}{2} - x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases}$$

آنگاه مقادیر سری‌های عددی  $A = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2}$  و  $B = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)^2}$ ، کدام است؟

(۱)  $B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{16}$       (۲)  $B = \frac{\pi^2}{32}, A = \frac{\pi^2}{8}$

(۳)  $B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{8}$       (۴)  $B = \frac{\pi^2}{16}, A = \frac{\pi^2}{4}$

۳- تبدیل  $w = \sinh z$  نیمه نوار  $|y| \leq \frac{\pi}{2}, x \geq 0$  از صفحه  $z$  را به کدام ناحیه از صفحه  $w$  می‌نگارد؟

(۱) نیمه نوار  $x \leq 0, |y| \leq \frac{\pi}{2}$       (۲) اجتماع ربع‌های اول و دوم صفحه  $w$

(۳) اجتماع ربع‌های دوم و سوم صفحه  $w$       (۴) اجتماع ربع‌های اول و چهارم صفحه  $w$

۴- در مسئله مقدار اولیه - مرزی

$$\begin{cases} u_t - a^2 u_{xx} = f(x,t), & 0 < x < L, t > 0 \\ u(0,t) = 0, u_x(L,t) = 0, & u(x,0) = \phi(x) \end{cases}$$

که در آن  $f(x,t)$  و  $\phi(x)$  توابع پیوسته و تک‌م‌ای هموار مفروض هستند. دنباله توابع پایه متعامد مورد نیاز بسط فوریه، کدام است؟

(۱)  $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{L} \right\}$       (۲)  $\left\{ \sin \frac{K\pi x}{2L} \right\}$

(۳)  $\left\{ \sin \frac{(2K-1)\pi}{2L} x \right\}$       (۴) وجود ندارد.

دانلود کلیه سوالات آزمون دکتری در سایت پی اچ دی تست

## پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

347F

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه)

۵- برای تابع مختلط  $f(z) = \cos z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$|\cos z| = |\cos x| \quad (۱)$$

$$|\cos x| \leq |\cos z| \leq 1 \quad (۲)$$

$$|\cos z|^2 = \cos^2 x + (\sinh y)^2 \quad (۴)$$

$$|\cos z|^2 = \cos^2 x + (\cosh y)^2 \quad (۳)$$

۶- در مورد تابع مختلط  $f(z) = \cosh z$ ، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

$$|\sinh x| \leq |\cosh z| \leq \cosh x \quad (۱)$$

$$|\cosh z|^2 = (\cosh x)^2 + \cos^2 y \quad (۲)$$

(۳) تنها صفرهای این تابع (تنها ریشه‌های آن) عبارت اند از  $z_k = (2k + \frac{1}{2})\pi i$

(۴) این تابع صفر ندارد (ریشه ندارد)

۷- تبدیل لاپلاس  $U(x, s)$  جواب کراندار مسئله مقدار اولیه - مرزی:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = -e^{-t}, \quad \forall x > 0, \quad \forall t > 0 \\ u(x, 0) = 0, \quad u_t(x, 0) = 0, \quad \forall x > 0 \\ u(0, t) = \mu(t), \quad \forall t > 0 \end{cases}$$

تابع معلوم و تکه‌ای پیوسته

کدام است؟

$$\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{-xs} - \frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \quad (۱)$$

$$\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} - \frac{1}{s} + \frac{1}{s+1} \right] e^{-xs} + \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1} \quad (۲)$$

$$\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s+1} \right] e^{-xs} - \frac{1}{s^2} - \frac{1}{s+1} \quad (۳)$$

$$\left[ \mathcal{L}\{\mu(t)\} + \frac{1}{s+1} \right] e^{-xs} - \frac{1}{s+1} \quad (۴)$$

## پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه) 347F صفحه ۴

۸- فرض کنیم  $a_1 = b$ ,  $a_2 = bc$ ,  $a_3 = b^2c$ ,  $a_4 = b^3c^2$ ,  $a_5 = b^4c^3$ , ... به طوری که

$a_{2n+1} = b(bc)^n$ ,  $a_{2n} = (bc)^n$ , ... دامنه تعریف  $S(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$  با  $(a_0 = 1)$  به عنوان یک تابع تحلیلی، کدام است؟

$$|z| < \frac{1}{\sqrt{bc}} \quad (1)$$

$$|z| < \frac{1}{\sqrt{c}} \quad (2)$$

$$|z| < \frac{1}{\sqrt{b}} \quad (3)$$

(۴) تمام صفحه Z است.

۹- سری فوریه مثلثاتی تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - x & , 0 \leq x \leq \pi \\ x - \frac{3\pi}{2} & , \pi < x \leq 2\pi \end{cases}$  کدام است؟

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{f}{\pi(2K-1)} \cos(2K-1)x \quad (2)$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{f}{\pi^2(2K-1)^2} \cos(2K-1)x \quad (1)$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{f}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x \quad (4)$$

$$\sum_{K=1}^{\infty} \frac{2}{\pi(2K-1)^2} \cos(2K-1)x \quad (3)$$

۱۰- با انتگرال گیری از تابع  $e^{-z^2}$  روی مرز پیرامون مستطیل  $|x| \leq a$  و  $0 \leq y \leq b$  در جهت مثلثاتی و سپس میل دادن  $a$  به

بی نهایت، تعیین کنید که مقدار  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} \cos(2bx) dx$  کدام است؟

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-\frac{1}{2}b^2} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-b^2} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\frac{1}{2}b^2} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{b^2} \quad (3)$$

۱۱- ناحیه بین نیم محور  $x$  مثبت و نیمساز ربع اول صفحه  $xy$  در اثر تبدیل  $W = \frac{z^f + i}{iz^f + 1}$  به کدام ناحیه از صفحه  $W$  نگاشته می شود؟

(۲) نیمه پایینی صفحه  $W$

(۱) نیمه بالایی صفحه  $W$

(۴) خارج دایره واحد

(۳) داخل دایره واحد

دانلود کلیه سوالات آزمون دکتری در سایت پی اچ دی تست

# پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

-۱۲ فرض کنیم:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, 0 < x < L, t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) = \frac{L}{4} - \left| x - \frac{L}{4} \right|, u_t(x, 0) = x(L-x), 0 \leq x \leq L \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) \end{cases}$$

در این صورت مقدار  $u\left(\frac{L}{4}, \frac{3L}{4a}\right)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{-11L^2}{96a}$

(۲)  $\frac{-11L^2}{192a}$

(۳)  $\frac{11L^2}{96a}$

(۴)  $\frac{11L^2}{192a}$

-۱۳ با انتگرال گیری از تابع مناسب روی کرانه مستطیل  $|x| < R$  و  $0 < y < 2\pi$  در جهت مثبت و به کار بردن قضیه مانده، و

سرانجام میل دادن  $R$  به بی نهایت، مقدار انتگرال  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ax}}{1+e^x} dx$ ،  $0 < a < 1$  ثابت، کدام خواهد بود؟

(۱)  $\frac{\pi}{\sin \pi a}$

(۲)  $\frac{\pi}{\cos \pi a}$

(۳)  $\frac{e^a}{\sin \pi a}$

(۴) واگراست.

-۱۴ برای مسئله مقدار اولیه مرزی:

$$\begin{cases} u_{tt} - a^2 u_{xx} = 0, 0 < x < L, t > 0 \\ u_t(x, 0) = 0, u(x, 0) = \begin{cases} x, 0 \leq x \leq \frac{L}{2} \\ L-x, \frac{L}{2} < x \leq L \end{cases} \quad (\text{موضع اولیه}) \\ u(0, t) = 0 = u(L, t) \end{cases}$$

موج یک بعدی بر قطعه خط  $0 \leq x \leq L$ ، مقدار  $u\left(\frac{L}{2}, \frac{nL}{a}\right)$  در نقطه  $x = \frac{L}{2}$  و  $t = \frac{nL}{a}$ ، کدام است؟ (n عدد صحیح نامنفی)

(۱)  $\frac{La}{2}$

(۲)  $(-1)^n \frac{L}{2a}$

(۳)  $(-1)^n \frac{L}{2}$

(۴)  $(-1)^{n-1} \frac{L}{2}$

۱۵- توابع ویژه (eigen functions) مسئله مقدار مرزی زیر کدام است؟

$$y''(x) - 2y'(x) + \lambda y(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$$y(0) = y(\pi) = 0$$

$$\varphi_n(x) = c^x \sin nx ; n = 1, 2, \dots \quad (2)$$

$$\varphi_n(x) = c^x \cos nx ; n = 1, 2, \dots \quad (1)$$

$$\varphi_{n,m}(x) = \sinh mx \sin nx ; n, m = 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$\varphi_n(x) = \sinh \sin nx ; n = 1, 2, \dots \quad (3)$$

۱۶- در مورد حلقه کنترلی Yaw Damper گزینه صحیح کدام است؟

(۱) پدیده Gyro tilt برخی از قطب‌های تابع تبدیل حلقه باز را جابه‌جا می‌کند، و لذا پایداری Yaw Damper را تحت تأثیر قرار می‌دهد.

(۲) پدیده Gyro tilt فقط برخی از صفرهای تابع تبدیل حلقه باز را جابه‌جا می‌کند، و تأثیری بر پایداری Yaw Damper ندارد.

(۳) اثر اضافه کردن فیلتر Wash out بر پایداری حلقه، قابل صرف‌نظر است.

(۴) اضافه کردن فیلتر Wash out به این حلقه، ضروری است.

۱۷- کدام مورد، همواره جزو دلایل بررسی پاسخ فرکانسی ایرفریم، قبل از طراحی کنترل کننده آن نیست؟

(۱) بررسی ارتباط استاتیکی بین ورودی‌ها و خروجی‌های مختلف

(۲) بررسی ارتباط دینامیکی بین ورودی‌ها و خروجی‌های مختلف

(۳) مقایسه سرعت پاسخ ایرفریم با سرعت پاسخ خلبان

(۴) هیچ‌کدام

۱۸- در مسئله کنترل زاویه رول توسط خلبان، تابع تبدیل خلبان را از لحظه‌ای که مقدار خطای زاویه رول را تشخیص می‌دهد، تا

لحظه‌ای که تصمیم می‌گیرد ایلرون را به چه میزان حرکت دهد، چگونه می‌توان در نظر گرفت؟

$$Ke^{-TS} \frac{T_I S + 1}{T_P S + 1} \quad (2)$$

$$Ke^{-TS} \frac{T_I S + 1}{T_P S + 1} \quad (1)$$

$$K \frac{T_I S + 1}{T_P S + 1} \quad (4)$$

$$Ke^{-TS} \quad (3)$$

۱۹- در مورد اثر اغتشاشات اتمسفری، که به یک وسیله پرنده وارد می‌شود، گزینه درست کدام است؟

(۱) در حلقه کنترل ارتفاع از آنجا که اغتشاش‌های اتمسفری نیز به نوبه خود می‌توانند باعث تغییر ارتفاع شوند، از دیدگاه کنترل به عنوان اغتشاش خروجی محسوب می‌شوند.

(۲) اهمیت بررسی اثر اغتشاش‌های اتمسفری در فازهای پروازی از نوع C بیش‌تر از نوع A و B است.

(۳) افزایش پایداری ذاتی یک وسیله، حساسیت آن را به اغتشاش‌های اتمسفری کم می‌کند.

(۴) اغتشاش‌های اتمسفری تأثیری بر پایداری SAS ندارند.

- ۲۰- کدام گزینه درست است؟
- ۱) اگر تغییر شکل ماندگار هواپیما ناشی از تداخل آیرودینامیک والاستیسته ناچیز باشد، نیازی به تحلیل آیروالاستیک آن نیست.
  - ۲) به نوسانات خمشی بال، که در اثر تداخل نیروهای آیرودینامیک و الاستیک ایجاد می‌شود، فلاتر گفته می‌شود.
  - ۳) اگر تغییر شکل ماندگار هواپیما ناشی از تداخل آیرودینامیک والاستیسته کم باشد، نیازی به تحلیل آیروالاستیک آن نیست.
  - ۴) مشتقات اختلافی یک هواپیمای الاستیک، علاوه بر هندسه و عددماخ به ارتفاع پروازی نیز بستگی دارند.
- ۲۱- کدام مشتق، درگاه ورود و خروج انرژی به هواپیما محسوب می‌شود؟ ( $C_n$  ضریب گشتاور یاو،  $C_m$  ضریب گشتاور پیچ و  $C_l$  ضریب گشتاور دول است.)
- |                         |                  |
|-------------------------|------------------|
| $C_{m\alpha}$ (۲)       | $C_{lp}$ (۱)     |
| $C_{n\dot{\gamma}}$ (۴) | $C_{y\beta}$ (۳) |
- ۲۲- در یک هواپیمای متعارف، با حرکت مرکز ثقل به سمت جلو.....
- ۱) زمان نشست مود دینامیکی بریود کوتاه کم می‌شود.
  - ۲) زمان نشست مود دینامیکی بریود کوتاه زیاد می‌شود.
  - ۳) میرایی مود دینامیکی بریود کوتاه زیاد می‌شود.
  - ۴) میرایی مود دینامیکی بریود کوتاه کم می‌شود.
- ۲۳- کدام گزینه، درست است؟
- ۱) پایداری هواپیمایی که سیستم کنترل آن از نوع برگشت‌پذیر است، نسبت به هواپیمایی که سیستم کنترل آن برگشت‌ناپذیر است، بیش‌تر است.
  - ۲) پایداری هواپیمایی که سیستم کنترل آن از نوع برگشت‌پذیر است، نسبت به هواپیمایی که سیستم کنترل آن برگشت‌ناپذیر است، کم‌تر است.
  - ۳) هر چه مرکز ثقل یک وسیله پرنده جلوتر باشد،  $\text{minimum control speed}$  بیش‌تر است.
  - ۴) هر چه مرکز ثقل یک وسیله پرنده جلوتر باشد،  $\text{minimum control speed}$  کم‌تر است.
- ۲۴- کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟
- ۱) پایداری دینامیکی، شرط کافی برای پایداری استاتیکی است.
  - ۲) پایداری استاتیکی، شرط لازم و کافی برای پایداری دینامیکی است.
  - ۳) سیستمی که قطب‌های آن روی محور موهومی باشد، پایدار استاتیکی هست، اما پایدار دینامیکی نیست.
  - ۴) سیستمی که قطب‌های آن سمت راست محور موهومی باشد، پایدار استاتیکی و دینامیکی نیست.

## پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه 8

347F

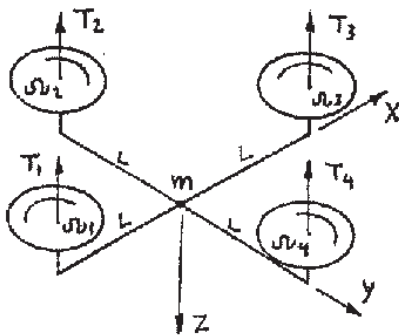
مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه)

۲۵- ریشه‌های (مقادیر ویژه) مربوط به حرکت طولی یک هواپیما در چند مود، در گزینه‌های زیر داده شده است. حالت حرکتی مود تاک (Tuck Mode) در کدام گزینه وجود دارد؟

$$\begin{cases} -0,521 \pm 1,212j \\ -0,104 \\ 0,128 \end{cases} \quad (2) \qquad \begin{cases} -0,521 \pm 1,212j \\ -0,027 \pm 0,073j \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} -0,5 \\ 0,655 \\ -0,027 \pm 0,073j \end{cases} \quad (4) \qquad \begin{cases} -0,521 \pm 1,212j \\ 0,027 \pm 0,073j \end{cases} \quad (3)$$

۲۶- شکل زیر یک چهار پره را نشان می‌دهد، که همه حرکات انتقالی و زاویه‌ای آن با تغییر دور موتورها، انجام می‌شود. در صورتی که همه موتورها مشابه باشند و با نصب مناسب ملخ‌ها، تراست رو به بالا بدهند، برای این که همه حرکات انتقالی و زاویه‌ای پرنده به طور دیکوپله انجام شوند، جهت‌های چرخش در موتورها چگونه باید باشند؟

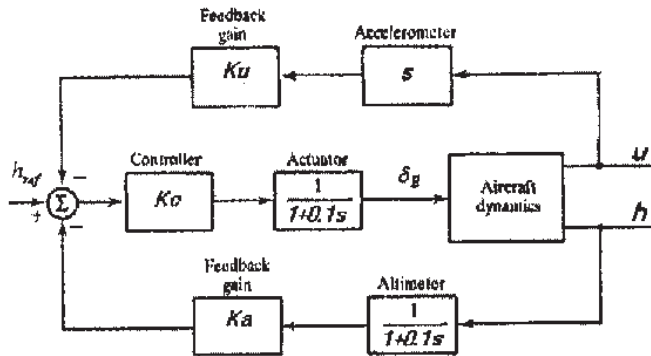


- (۱) موتورهای ۱ و ۳ راست‌گرد و موتورهای ۲ و ۴ چپ‌گرد.
- (۲) موتورهای ۱ و ۲ راست‌گرد و موتورهای ۳ و ۴ چپ‌گرد.
- (۳) موتورهای ۲ و ۳ راست‌گرد و موتورهای ۱ و ۴ چپ‌گرد.
- (۴) موتورهای ۱ راست‌گرد و موتورهای ۲ و ۳ و ۴ چپ‌گرد.



## پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۲۷- در شکل زیر بلوک دیاگرام سیستم کنترل ارتفاع پرواز ترسیم شده است. قانون کنترلی (فیدبک) در کدام گزینه صحیح است؟ (h ارتفاع و u سرعت پرواز)



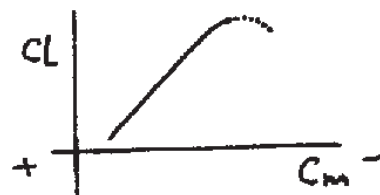
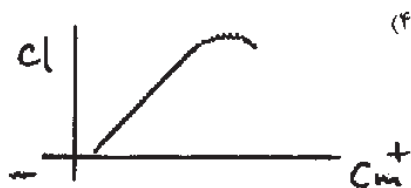
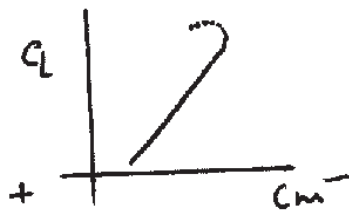
$$\delta_E(s) = \frac{K_C}{(1+0.1s)^2} \cdot h_{ref} - \frac{K_C \cdot K_a}{1+0.1s} \cdot h(s) - \frac{K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (1)$$

$$\delta_E(s) = \frac{K_C}{1+0.1s} \cdot h_{ref} - K_C \cdot K_a \cdot h(s) - \frac{K_C \cdot K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (2)$$

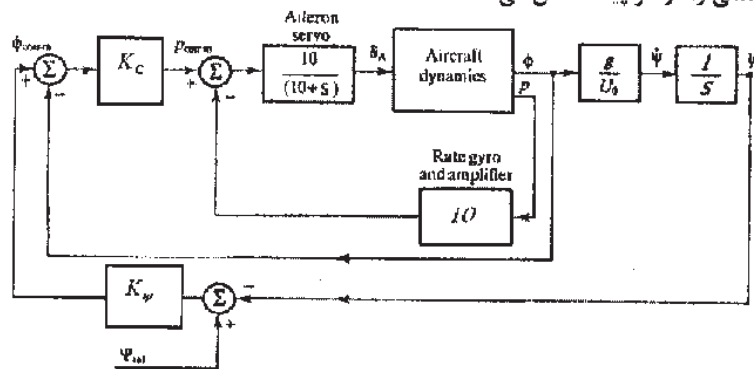
$$\delta_E(s) = \frac{K_C}{1+0.1s} \cdot h_{ref} - \frac{K_C \cdot K_a}{(1+0.1s)^2} \cdot h(s) - \frac{K_C \cdot K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (3)$$

$$\delta_E(s) = \frac{K_C \cdot K_a}{(1+0.1s)^2} \cdot (h_{ref} - h(s)) - \frac{K_C \cdot K_u \cdot s}{1+0.1s} \cdot u(s) \quad (4)$$

۲۸- اصطلاح **Unstable Pitch Break** که بیش تر در مورد هواپیماهای غیرنظامی کاربرد دارد، در کدام نمودار، مصداق پیدا می کند؟



۲۹- بلوک دیاگرام زیر، چه سیستمی را در هواپیما، نشان می‌دهد؟



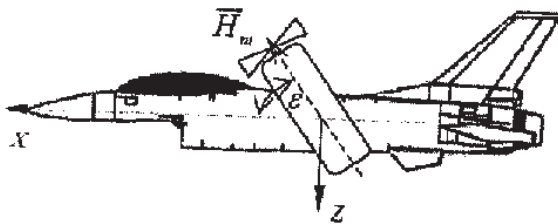
(۱) سیستم کنترل سمت پرواز (Directional Control System)

(۲) سیستم افزایشدهنده پایداری سمتی هواپیما (Yaw Damper System)

(۳) سیستم کنترل زاویه غلت (Roll Control System)

(۴) سیستم کنترل زاویه لغزش (Sideslip Suppression System)

۳۰- در هواپیمای عمود پرواز شکل زیر، زاویه محور موتورهای ملخی یا محور طولی هواپیما  $\epsilon$  و مماس زاویه‌ای بخش‌های چرخنده موتورها  $\bar{H}_m$  است. گشتاورهای عکس‌العملی (ژيروسکوپی) موتورها، که در اثر چرخش‌های  $p, q, r$ ، به هواپیما اثر می‌کنند، عبارتند از:



$$\begin{aligned} T_x &= \dot{H}_m \cos(\epsilon) - H_m \sin(\epsilon).q, & T_y &= -H_m (\cos(\epsilon).r + \sin(\epsilon).p) \\ T_z &= -\dot{H}_m \sin(\epsilon) - H_m \cos(\epsilon).q \end{aligned} \quad (۱)$$

$$\begin{aligned} T_x &= -\dot{H}_m \cos(\epsilon) + H_m \sin(\epsilon).q, & T_y &= H_m (\cos(\epsilon).r + \sin(\epsilon).p) \\ T_z &= \dot{H}_m \sin(\epsilon) + H_m \cos(\epsilon).q \end{aligned} \quad (۲)$$

$$\begin{aligned} T_x &= -\dot{H}_m \cos(\epsilon) + H_m \sin(\epsilon).q, & T_y &= -H_m (\cos(\epsilon).r + \sin(\epsilon).p) \\ T_z &= \dot{H}_m \sin(\epsilon) + H_m \cos(\epsilon).q \end{aligned} \quad (۳)$$

$$\begin{aligned} T_x &= \dot{H}_m \cos(\epsilon) - H_m \sin(\epsilon).q, & T_y &= H_m (\cos(\epsilon).r + \sin(\epsilon).p) \\ T_z &= -\dot{H}_m \sin(\epsilon) - H_m \cos(\epsilon).q \end{aligned} \quad (۴)$$

۳۱- اگر معادلات دینامیکی حرکت غلت (Roll) هواپیما و قانون کنترلی پسخور به صورت زیر باشد،

$$\begin{cases} \dot{p} = L_p \cdot P + L_{\delta A} \cdot \delta_A \\ \dot{\phi} = P \\ \delta_A = K_\phi (\phi_{ref} - \phi) - K_p P \end{cases}$$

تابع تبدیل سیستم کنترل مدار بسته  $\left(\frac{\phi(s)}{\phi_{ref}(s)}\right)$  به چه صورت خواهد بود؟

$$\frac{\phi(s)}{\phi_{ref}(s)} = \frac{K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} + L_p)s + K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (\gamma) \quad \frac{\phi(s)}{\phi_{ref}(s)} = \frac{-K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} + L_p)s - K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (\delta)$$

$$\frac{\phi(s)}{\phi_{ref}(s)} = \frac{K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} - L_p)s + K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (\epsilon) \quad \frac{\phi(s)}{\phi_{ref}(s)} = \frac{-K_\phi \cdot L_{\delta A}}{s^2 + (K_p \cdot L_{\delta A} - L_p)s - K_\phi \cdot L_{\delta A}} \quad (\zeta)$$

۳۲- سیستم معادلات دیفرانسیل وسیله‌ای و تابع هزینه کنترل بهینه به صورت زیر است. با استفاده از ریاضیات تغییرات، معادلات

شبه حالت و شرط مرزی جدید که برای حل به مسئله اضافه می‌شوند، کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\gamma x_1 - \gamma x_2^T + u \end{cases} \quad \begin{cases} x_1(0) = \Delta & x_1(t_f) = 0 \\ x_2(0) = \gamma & x_2(t_f) = 0 \end{cases} \quad t_f \text{ is free}$$

$$J(x) = \gamma \circ x_1^T(t_f) + \int_0^{t_f} [x_1^T(t) + x_2^T(t) + u^T(t)] dt$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = -\gamma x_1 + \gamma p_2 \\ \dot{p}_2 = -\gamma x_2 - p_1 + \epsilon p_2 x_2 \end{cases} \quad [x_1^T + x_2^T + p_1 x_2 + p_2 (-\gamma x_1 - \gamma x_2^T - \epsilon \gamma \Delta p_2)]|_{x, t_f} = 0 \quad (\alpha)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = -\gamma x_1 + \gamma x_2^T + \gamma p_2 \\ \dot{p}_2 = -\gamma x_2 - p_1 + \epsilon p_2 x_2 \end{cases} \quad [x_1^T + x_2^T + p_1 x_2 + p_2 (-\gamma x_1 - \gamma x_2^T - \epsilon \gamma \Delta p_2)]|_{x, t_f} = 0 \quad (\beta)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = -\gamma x_1 + \gamma x_2^T + \gamma p_2 \\ \dot{p}_2 = \gamma x_2 - p_1 + \epsilon p_2 x_2 \end{cases} \quad [x_1^T + x_2^T + p_1 x_2 + p_2 (-\gamma x_1 - \gamma x_2^T - \epsilon \gamma \Delta p_2) + \gamma \circ \circ x_1]|_{x, t_f} = 0 \quad (\gamma)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1 = -\gamma x_1 + \gamma p_2 \\ \dot{p}_2 = -\gamma x_2 - p_1 + \epsilon p_2 x_2 \end{cases} \quad [x_1^T + x_2^T + p_1 x_2 - p_2 (-\gamma x_1 - \gamma x_2^T - \epsilon \gamma \Delta p_2) + \gamma \circ \circ x_1]|_{x, t_f} = 0 \quad (\delta)$$

۳۳- برای تابع جریمه مرتبه ۲ زیر:

$$f(\bar{x}) = x_1^2 + x_1 x_2 + x_2^2$$

حرکت در کدام جهت، بیشترین تغییر را در کانتور هزینه، در بر خواهد داشت؟

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (۲) \qquad \bar{Z} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۱)$$

$$\bar{Z} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (۴) \qquad \bar{Z} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (۳)$$

۳۴- اگر تابع  $x(t)$  یک حداقل برای تابع  $J = \int_1^{t_f} \left[ \frac{1}{2} x'^2(t) + 2x(t) \right] dt$  با شرایط  $x(1) = 4$  ,  $x(t_f) = \text{free}$  باشد،

زمان نهایی کدام است؟

$$t_f = 5 \quad (۲) \qquad t_f = 3 \quad (۱)$$

$$t_f = 7 \quad (۳) \qquad t_f = 4 \quad (۴) \text{ امکان پذیر نیست.}$$

۳۵- در رابطه به روز رسانی Steepest Descent به فرم زیر:

$$\bar{x}_{k+1} = \bar{x}_k - \alpha_k \bar{g}_k \quad ; \quad \bar{g}_k = \nabla F(\bar{x}) \Big|_{\bar{x} = \bar{x}_k}$$

انتخاب بزرگ و نامناسب اندازه گام ( $\alpha_k$ ) منجر به چه اتفاقی می‌گردد؟

(۱) گیر افتادن در نقطه می‌نیم محلی و یا زین اسبی

(۲) تأخیر در همگرایی و افزایش حجم محاسبات

(۳) نوسان و ناپایداری

(۴) تمامی موارد فوق

۳۶- جهت بهینه‌سازی تابع هزینه  $F(\bar{x}) = x_1^2 + 5x_2^2$  با کمک الگوریتم Steepest Descent، حداکثر گام ثابت ( $\alpha$ ) به

روز رسانی را چه مقدار اختیار می‌کنید، تا واگرایی اتفاق نیافتد؟

$$\alpha = 0.1 \quad (۲) \qquad \alpha = 0.02 \quad (۱)$$

$$\alpha = 1 \quad (۴) \qquad \alpha = 0.2 \quad (۳)$$

۳۷- تابع  $x(t)$  را چنان پیدا کنید، که تابع  $J = \int_0^2 [x'^2(t) + 2x(t)x'(t) + 4x^2(t)] dt$  را با شرایط

$x(2) = \text{free}$  ,  $x(0) = 1$  حداقل نماید؟

$$x(t) = \frac{\Delta e^{-f}}{e^{-f} + \Delta e^f} e^{-2t} + \frac{e^f}{e^{-f} + \Delta e^f} e^{2t} \quad (۲) \qquad x(t) = -\frac{\Delta e^{-f}}{e^{-f} - \Delta e^f} e^{-2t} + \frac{e^{+f}}{e^{-f} - \Delta e^f} e^{2t} \quad (۱)$$

$$x(t) = \frac{2e^f}{e^{-f} + 2e^f} e^{-2t} + \frac{e^{-f}}{e^{-f} + 2e^f} e^{2t} \quad (۴) \qquad x(t) = -\frac{2e^f}{e^{-f} - 2e^f} e^{-2t} + \frac{e^{-f}}{e^{-f} - 2e^f} e^{2t} \quad (۳)$$

## پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۳۸- تابع  $x(t)$  را چنان پیدا کنید، که تابع  $J = \int_1^{t_f} \left( \frac{4}{A} t + x'^2 t^3 \right) dt$  را با شرایط  $x(1) = 0$  ،  $x(t_f) = 3$  حداقل نماید؟

$$x(t) = 6 - \frac{6}{t} \quad (1) \quad x(t) = 4 - \frac{4}{t^2} \quad (2)$$

$$x(t) = \frac{24}{5} \left( 1 - \frac{1}{t^5} \right) \quad (3) \quad x(t) = \frac{3}{5} \left( 1 - \frac{1}{t^5} \right) \quad (4)$$

۳۹- می دانیم که در حالت کلی، تابع هزینه مرتبه ۲ به فرم کلی زیر است:

$$F(\bar{x}) = \frac{1}{2} \bar{x}^T A \bar{x} + \bar{d}^T \bar{x} + C$$

در خصوص ماتریس هشن (Hessian) چه می توان گفت؟ چنانچه ماتریس هشتن نیمه معین مثبت باشد

(Positive Semi Definite)، چه شرطی برای می نیمم بودن نقطه  $\bar{x}^*$  برقرار است؟

$$\bar{x}^* \quad (1) \quad \nabla^2 F(\bar{x}) = A^{-1} \quad \text{شرط کافی جهت ماکزیمم بودن نقطه}$$

$$\bar{x}^* \quad (2) \quad \nabla^2 F(\bar{x}) = A \quad \text{شرط کافی جهت ماکزیمم بودن نقطه}$$

$$\bar{x}^* \quad (3) \quad \nabla^2 F(\bar{x}) = A^{-1} \quad \text{شرط کافی جهت می نیمم بودن نقطه}$$

$$\bar{x}^* \quad (4) \quad \nabla^2 F(\bar{x}) = A \quad \text{شرط کافی جهت می نیمم بودن نقطه}$$

۴۰- معادلات دیفرانسیل حاکم بر راکت کاوشی که کاملاً عمودی پرتاب می شود، به صورت زیر است؟

$$m\dot{V} = T - \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D - \frac{mg_0}{\left(1 + \frac{h}{R_E}\right)^2}, \quad T = cm$$

که  $c$  سرعت مشخصه و  $C_D$  ضریب پسا و  $S$  سطح مقطع و  $R_E$  شعاع زمین و  $\rho$  چگالی هوا، همگی مقادیر ثابتی هستند.

اگر دبی جرمی  $\dot{m}$  کنترل سیستم باشد و هدف این باشد که با یک مقدار مشخص سوخت  $m_p$ ، ماکزیمم ارتفاع ممکن

حاصل شود، معادلات شبه - حالت (Co-states) و شرط مرزی جدید برای حل به مسأله اضافه می شوند، کدام هستند؟

متغیرهای حالت ارتفاع  $h$  و سرعت  $V$  و جرم  $m$  می باشند و متغیرهای شبه - حالت متناظر با هر کدام به ترتیب  $p_h$  و  $p_v$  و

$p_m$  می باشند.

شروط مرزی

معادله جبری

$$p_h|_{*,t_f} = 1, \quad p_v|_{*,t_f} = 0, \quad \cdot, \quad cp_v + mp_m = 0 \quad (1)$$

$$p_h|_{*,t_f} = p_m|_{*,t_f}, \quad p_v|_{*,t_f} = 0, \quad \cdot, \quad cp_v - mp_m = 0 \quad (2)$$

$$p_h|_{*,t_f} = 0, \quad p_v|_{*,t_f} = 1, \quad \cdot, \quad cp_v + mp_m = 0 \quad (3)$$

$$p_h|_{*,t_f} = 0, \quad p_v|_{*,t_f} = 0, \quad \cdot, \quad cp_v - mp_m = 0 \quad (4)$$

## پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۴۱- معادلات حرکت یک راکت ماه‌نشین در فاز نشست به صورت زیر است:

$$m\ddot{x} = -mg - cm$$

که مقدار دبی جرمی ( $\dot{m}$ ) کنترل سیستم و در بازه  $[-M, 0]$  محدود است.  $m$  جرم و  $g$  شتاب ثابت گرانش و  $x$  فاصله عمودی از سطح ماه است. قانون کنترل برای فرود در کمترین زمان کدام است؟  $p_x$  ،  $p_v$  ،  $p_m$  متغیرهای شبه حالت متناظر  $x$  و  $\dot{x}$  و  $m$  هستند.

$$u^* = \begin{cases} 0 & p_m m + cp_v > 0 \\ -M & p_m m + cp_v < 0 \quad (۲) \\ \text{نامشخص} & p_m m + cp_v = 0 \end{cases} \quad u^* = \begin{cases} 0 & p_m m + cp_v < 0 \\ -M & p_m m + cp_v > 0 \quad (۱) \\ \text{نامشخص} & p_m m + cp_v = 0 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} 0 & p_m m - cp_v < 0 \\ -M & p_m m - cp_v > 0 \quad (۴) \\ \text{نامشخص} & p_m m - cp_v = 0 \end{cases} \quad u^* = \begin{cases} 0 & p_m m - cp_v > 0 \\ -M & p_m m - cp_v < 0 \quad (۳) \\ \text{نامشخص} & p_m m - cp_v = 0 \end{cases}$$

۴۲- کدام یک از شروط زیر مربوط به یک هواپیمای پایدار می‌باشد؟  $F_s$  نیروی لازم فرمان (stick) است.

$$\frac{\partial F_s}{\partial V} < 0, \frac{\partial C_m}{\partial C_L} > 0 \quad (۲) \quad \frac{\partial F_s}{\partial V} < 0, \frac{\partial C_m}{\partial C_L} < 0 \quad (۱)$$

$$\frac{\partial F_s}{\partial V} > 0, \frac{\partial C_m}{\partial C_L} > 0 \quad (۴) \quad \frac{\partial F_s}{\partial V} > 0, \frac{\partial C_m}{\partial C_L} < 0 \quad (۳)$$

۴۳- کدام یک از روش‌های زیر برای حل مسأله مقدار مرزی دو نقطه‌ای (Two Point Boundary Value Problem) حاصل از کاربرد ریاضیات تغییرات در کنترل بهینه قابل استفاده است؟

- (۱) روش پرتابه‌ای (Shooting Method) (۲) روش سریع‌ترین شیب (Steepest Descent)  
(۳) روش‌های گرادیانی (Gradient Based) (۴) روش بهینه‌سازی پارامتریک

۴۴- شرط بهینگی در یک مسأله حداقل زمان برای سیستم با معادله  $\dot{\bar{x}} = \bar{a}(\bar{x}, t) + B(\bar{x}, t)\bar{u}$  چه می‌باشد؟ منظور از  $H$  در جواب‌ها، همیلتونین می‌باشد و منظور از  $\bar{P}$ ، بردار متغیرهای شبه حالت (Co-states) است.

$$\bar{P}^{*T} B \bar{u}^* \leq -1 \quad (۲) \quad \left. \frac{\partial H}{\partial \bar{u}} \right|_* = 0 \quad (۱)$$

$$1 + \bar{P}^{*T} B \bar{u}^* \leq \bar{P}^{*T} B \bar{u} \quad (۴) \quad \bar{P}^{*T} B \bar{u}^* \leq \bar{P}^{*T} B \bar{u} \quad (۳)$$

## پی اچ دی تست ، وب سایت تخصصی آزمون دکتری

مجموعه دروس تخصصی (ریاضیات مهندسی، دینامیک پرواز پیشرفته، کنترل بهینه) 347F صفحه ۱۵

۴۵- برای یک هواپیمای متعارف و پایدار در مانورهای بالاکش (Pull-up) و دور موزون در صفحه افق (Level Turn) نقطه مانور (Maneuver Point) نسبت به مرکز ابرودینامیکی به ترتیب ..... و ..... می باشد.

(۱) جلوتر، جلوتر (۲) جلوتر، عقب‌تر

(۳) عقب‌تر، جلوتر (۴) عقب‌تر، عقب‌تر