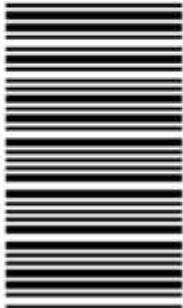


پی‌اچ‌دی تست: نخستین وب‌سایت تخصصی آزمون دکتری

کد کنترل

669

A



669A

		«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)	
جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور		صبح جمعه ۹۷/۱۲/۳ دفترچه شماره (۱)	
آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸			
رشته آمار - کد (۲۲۳۲)			
مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه		تعداد سؤال: ۴۵	
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات			
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: مبانی آنالیز ریاضی - ریاضی عمومی (۱) - مبانی احتمال - احتمال (۱) - استنباط آماری (۱)	۴۵	۱
این آزمون نمره منفی دارد.		استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.	
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.			
۱۳۹۸			

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۲) 669A

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- مقدار $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{2}{x}}$ کدام است؟

(۱) $2e^2$

(۲) $\frac{1}{2}e^2$

(۳) $\frac{1}{2}e$

(۴) e^2

۲- تابع زیر به ازای چه مقادیری از a و b ، در نقطه $x = b$ مشتق پذیر است؟

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-x^2}{2} + a & x \leq b \\ \frac{1}{x} & x > b \end{cases}$$

(۱) $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{2}$

(۲) $a = 1$, $b = \frac{2}{3}$

(۳) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{2}$

(۴) $a = \frac{3}{2}$, $b = 1$

۳- اگر $x^2 = \frac{1-y^2}{1+y^2}$ ، آنگاه $\left(\frac{dx}{dy}\right)^2$ کدام است؟

(۱) $\frac{1-x^2}{1+y^2}$

(۲) $\frac{1+x^2}{1-y^2}$

(۳) $\frac{1-x^2}{1-y^2}$

(۴) $\frac{1+x^2}{1+y^2}$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۲) 669A

۴- فرض کنیم f بر $[a, b]$ انتگرال پذیر باشد. تابع $F: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ را به صورت $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ تعریف

می‌کنیم. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) F پیوسته است.

(۲) F بر $[a, b]$ کران دار است.

(۳) F بر $[a, b]$ صعودی است.

(۴) اگر f پیوسته باشد آن‌گاه F مشتق پذیر است.

۵- مقدار $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x dx}{1 + \cos^2 x}$ کدام است؟

(۱) $\frac{\pi^2}{8}$

(۲) $\frac{\pi}{8}$

(۳) $\frac{\pi^2}{4}$

(۴) $\frac{\pi}{4}$

۶- برای هر عدد طبیعی n مقدار $\int_0^1 (\ln x)^n dx$ کدام است؟

(۱) $(-1)^n \frac{n(n+1)}{2}$

(۲) $(-1)^n (2^n - n)$

(۳) $(-1)^n n$

(۴) $(-1)^n n!$

۷- مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{i-1}{n}}$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{3}{2}$

(۴) وجود ندارد.

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۸- مقدار $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} - \log(n) \right)$ کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $+\infty$

(۳) $\frac{1}{e}$

(۴) e

۹- اگر $a > 0$ ، آنگاه مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{(a+1)\dots(a+n)}}{n}$ کدام است؟

(۱) a

(۲) ۱

(۳) $\frac{1}{e}$

(۴) e

۱۰- مقدار $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n 2^n}$ کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\ln \frac{2}{3}$

(۳) $\ln \frac{3}{2}$

(۴) $\frac{2}{3}$

۱۱- اگر $A = \left\{ \alpha \in (0, \infty) \mid \sum_{n=1}^{\infty} \alpha^{\ln n} < \infty \right\}$ ، آنگاه A کدام است؟

(۱) $(0, \frac{1}{e})$

(۲) $(0, 1)$

(۳) $(0, \frac{1}{\sqrt{e}})$

(۴) \emptyset

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۱۲- بازه همگرایی سری $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(1+\frac{1}{n}\right)(x-1)^n$ کدام است؟

(۱) $[0, 2)$

(۲) $\left[1-\frac{1}{e}, 1+\frac{1}{e}\right)$

(۳) $[0, 2]$

(۴) $\left[1-\frac{1}{e}, 1+\frac{1}{e}\right]$

۱۳- مقدار $\int_0^{2\sqrt{\ln 3}} \int_{\frac{y}{2}}^{\sqrt{\ln 3}} e^{x^2} dx dy$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

۱۴- سکه‌ای را بی‌نهایت بار پرتاب می‌کنیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش متناظر با کدام یک از مجموعه‌های زیر است؟

(۴) $\{0, 1, 2, \dots\}$

(۳) $[0, 1]$

(۲) Q

(۱) Z

۱۵- از بین ۱۲ کارت شماره‌گذاری شده از ۱ تا ۱۲ تعداد ۵ کارت به تصادف و بدون جایگذاری انتخاب می‌شود. احتمال اینکه میانه شماره کارت‌های انتخابی عدد ۸ باشد، کدام است؟

(۱) $\frac{14}{1320}$

(۲) $\frac{14}{99}$

(۳) $\frac{7}{44}$

(۴) $\frac{7}{17}$

۱۶- فرض کنید $X \sim U(0, 1)$ و $Y \sim U(0, 2)$ دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند. مقدار $E(F_X(Y))$ کدام است؟

(۱) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{3}{4}$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۲) 669A

۱۷- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر باشد. مقدار $P([X] > 1)$ کدام است؟ $[X]$ نمایانگر جز

$$F(x) = \frac{x}{1+x}, x > 0$$

(صحیح X است)

(۱) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{3}$

(۳) $\frac{2}{3}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۱۸- فرض کنید X یک متغیر تصادفی گسسته باشد که امید ریاضی آن وجود دارد. مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} nP(X \geq n+1)$

کدام است؟

(۱) ۰

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) ۱

(۴) ∞

۱۹- فرض کنید $X \sim \text{Exp}(1)$ باشد. اگر Y به صورت زیر تعریف شود، تابع چگالی احتمال Y کدام است؟

$$Y = \begin{cases} X & X \leq 1 \\ \frac{1}{X} & X > 1 \end{cases}$$

(۱) $f_Y(y) = e^{-y}, y > 0$

(۲) $f_Y(y) = \frac{1}{2}e^{-y} + \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{y}}, y > 0$

(۳) $f_Y(y) = \frac{e}{y^2}e^{-\frac{1}{y}}, 0 < y < 1$

(۴) $f_Y(y) = e^{-y} + \frac{1}{y^2}e^{-\frac{1}{y}}, 0 < y < 1$

۲۰- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با مقادیر ممکن صحیح نامنفی باشد. اگر $G(s)$ نمایانگر تابع مولد احتمال X و

$G^{(k)}(s)$ مشتق مرتبه k - ام تابع مولد احتمال در نقطه s باشند، مقدار $E(X^3)$ کدام است؟

(۱) $G^{(3)}(1) - 3G^{(2)}(1) + G^{(1)}(1)$

(۲) $G^{(3)}(1) + 3G^{(2)}(1) - G^{(1)}(1)$

(۳) $G^{(3)}(1) + 2G^{(2)}(1) + 3G^{(1)}(1)$

(۴) $G^{(3)}(1) + 3G^{(2)}(1) + G^{(1)}(1)$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۷

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۲) 669A

۲۱- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی گسسته با مقادیر ممکن صحیح نامنفی و تابع مولد احتمال توأم

$$g(t_1, t_2) = \exp[\lambda(t_1 - 1) + \lambda(t_2 - 1) + \lambda(t_1 t_2 - 1)]$$

باشد. مقدار $P[X + Y \neq 1]$ کدام است؟

(۱) $1 - 9e^{-5}$

(۲) $5e^{-9}$

(۳) $1 - 5e^{-9}$

(۴) $9e^{-5}$

۲۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n و Y_1, \dots, Y_n دو نمونه تصادفی مستقل از توزیع برنولی با پارامتر $p = \frac{1}{4}$ باشند. اگر

$$Z_i = X_i - Y_i, \quad i = 1, \dots, n$$

مقدار $E\left[\left(\sum_{i=1}^n Z_i\right)^2\right]$ کدام است؟

(۱) n

(۲) $\frac{n}{2}$

(۳) $\frac{n^2}{2}$

(۴) $\frac{n^2}{4}$

۲۳- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر باشد. همچنین فرض کنید Y یک متغیر تصادفی دو مقداری با

تابع احتمال شرطی $P[Y = 2 | X = x] = x, P[Y = 0 | X = x] = 1 - x$ باشد. اگر Y_1, \dots, Y_n یک نمونه

$$P\left[\sum_{i=1}^n Y_i = 2n\right]$$

تصادفی از Y باشد، مقدار کدام است؟

$$F(x) = x^\theta, \quad 0 < x < 1, \theta > 1$$

(۱) $\left(\frac{1}{1+\theta}\right)^n$

(۲) $\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)^n$

(۳) $\left(\frac{1}{1+\theta}\right)^{2n}$

(۴) $\left(\frac{\theta}{1+\theta}\right)^{2n}$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۲۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع توزیع زیر باشد. توزیع حدی $Y_n = X_{(1)}^n$ کدام است؟ $(X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n))$

$$F_X(x) = 1 - \frac{1}{x}, 1 \leq x < \infty$$

$$F_Y(y) = 1 - \frac{1}{y}, y \geq 1 \quad (1)$$

$$F_Y(y) = 1 - \frac{1}{y^2}, y \geq 1 \quad (2)$$

$$F_Y(y) = 1 - e^{-y}, y > 0 \quad (3)$$

(۴) تباهیده در نقطه ۱

۲۵- فرض کنید X_1, X_2, \dots دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی با $X_n \sim B(n, p)$ ، $n \geq 1$ ، باشد. اگر $T_n = \frac{X_n - np}{\sqrt{n - X_n}}$

توزیع حدی T_n کدام است؟ $(q = 1 - p)$

$$N(0, q) \quad (1)$$

$$N(0, p) \quad (2)$$

$$N(0, 1 + q) \quad (3)$$

$$N(0, 1 + p) \quad (4)$$

۲۶- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد:

$$f_X(x) = \begin{cases} p + (1-p)e^{-\lambda} & x = 0 \\ (1-p) \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} & x = 1, 2, \dots \end{cases}$$

اگر p معلوم باشد آماره‌ی بسنده برای λ کدام است؟ $(I_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases})$

$$\left(\sum_{i=1}^n I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n I_{\{1, 2, \dots\}}(X_i) \right) \quad (1)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n X_i I_{\{1, 2, \dots\}}(X_i) \right) \quad (2)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n X_i I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n X_i I_{\{1, 2, \dots\}}(X_i) \right) \quad (3)$$

$$\left(\sum_{i=1}^n X_i I_{\{0\}}(X_i), \sum_{i=1}^n I_{\{1, 2, \dots, n\}}(X_i) \right) \quad (4)$$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۲۷- فرض کنید $X_i \sim U(\theta - i, \theta + i)$ ، $i = 1, \dots, n$ ، متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند. آماره‌ی بسنده مینیمال برای θ کدام است؟

$$(1) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i\})$$

$$(2) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i + i\})$$

$$(3) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i - i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i + i\})$$

$$(4) (\max_{1 \leq i \leq n} \{X_i + i\}, \min_{1 \leq i \leq n} \{X_i - i\})$$

۲۸- خانواده توزیع‌ها با تابع چگالی احتمال‌های $\{f_\theta : \theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^+\}$ ، که در آن f_θ به صورت زیر است را در نظر بگیرید. اگر $0 < c < d$ مقدارهای معلوم باشند، به ازاء کدام یک از موارد زیر این خانواده کامل است؟

$$f_\theta(x) = \frac{\theta}{x^2}, \quad \theta < x < \infty, \quad \theta > 0$$

$$\Theta = (0, d) \quad (1)$$

$$\Theta = (c, d) \quad (2)$$

$$\Theta = (0, c) \quad (3)$$

$$\Theta = (c, \infty) \quad (4)$$

۲۹- بر اساس تک مشاهده X از توزیعی با تابع احتمال زیر، کدام مورد صحیح است؟

$$f_\theta(x) = \begin{cases} \theta & x = 0 \\ 3\theta & x = 1 \\ 1 - 4\theta & x = 2 \end{cases}, \quad 0 < \theta < \frac{1}{4}$$

(۱) خانواده توزیع‌های X کامل است.

(۲) خانواده توزیع‌های X بسنده و کامل است.

$$g(x) = \begin{cases} a & x = 0 \\ -3a & x = 1 \\ 0 & x = 2 \end{cases} \quad (3) \text{ خانواده توزیع‌های } X \text{ کامل نیست و «برآوردگر ناریب صفر» آن عبارت است از:}$$

$$g(x) = \begin{cases} -3a & x = 0 \\ a & x = 1 \\ 0 & x = 2 \end{cases} \quad (4) \text{ خانواده توزیع‌های } X \text{ کامل نیست و «برآوردگر ناریب صفر» آن عبارت است از:}$$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۰

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۲) 669A

۳۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر گشتاوری θ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \frac{3(x+\theta)(\theta-x)}{4\theta^3}, \quad -\theta < x < \theta, \quad \theta > 0$$

$$\sqrt{\frac{\Delta}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2} \quad (2)$$

$$\frac{\Delta}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (3)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2 \quad (4)$$

۳۱- اگر X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد، برآوردگر گشتاوری پارامتر θ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \theta e^{-x} (1 - e^{-x})^{\theta-1}, \quad x > 0, \theta > 0$$

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^n e^{-X_i}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i} \quad (2)$$

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^n e^{-X_i}} - 1 \quad (3)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e^{-X_i} - 1 \quad (4)$$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۳۲- فرض کنید ۲ و ۳ و ۲ یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیعی با تابع احتمال زیر باشد. برآورد ماکزیمم درست‌نمایی θ کدام است؟

$$f_{\theta}(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}\theta & x=1 \\ \frac{1}{2}\theta & x=2 \\ 1-\frac{5}{6}\theta & x=3 \end{cases}, \quad 0 \leq \theta \leq \frac{6}{5}$$

- (۱) $\frac{6}{5}$
- (۲) $\frac{4}{5}$
- (۳) $\frac{3}{5}$
- (۴) $\frac{2}{5}$

۳۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر ماکزیمم درست‌نمایی

$$f_{\theta_1, \theta_2}(x) = \begin{cases} \theta_1 & x=1 \\ \frac{1-\theta_1}{\theta_2-1} & x=2, \dots, \theta_2 \end{cases}, \quad 0 \leq \theta_1 \leq 1, \theta_2 = \{2, 3, \dots\}$$

برای (θ_1, θ_2) کدام است؟

- (۱) $\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \max_{1 \leq i \leq n} (X_i) \right)$
- (۲) $\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\{1\}}(X_i), \max_{1 \leq i \leq n} (X_i) \right)$
- (۳) $\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, \max\{2, \max_{1 \leq i \leq n} (X_i)\} \right)$
- (۴) $\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{\{1\}}(X_i), \max\{2, \max_{1 \leq i \leq n} (X_i)\} \right)$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۳۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر p باشد. اگر $S = \sum_{i=1}^n X_i$ ، برای $m \leq n$ ،

برآوردگر UMVU پارامتر $\gamma(p) = (pe^r + q)^m$ کدام است؟ $(q = 1 - p)$

$$(1) (\bar{X}e^r + 1 - \bar{X})^m$$

$$(2) \sum_{x=0}^m \frac{e^{rx} \binom{n-m}{S-x}}{\binom{n}{S}}$$

$$(3) \sum_{x=0}^m e^{rx} \frac{\binom{m}{x} \binom{n-m}{S-x}}{\binom{n}{S}}$$

(4) بهترین برآوردگر نارایب وجود ندارد.

۳۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع $N(\theta, 1)$ باشد. مقدار $E(e^{X_1} | \bar{x})$ کدام است؟

$$(1) e^{\bar{x}}$$

$$(2) e^{\bar{x} - \frac{n+1}{2n}}$$

$$(3) e^{\bar{x} + \frac{n+1}{2n}}$$

$$(4) e^{\bar{x} + \frac{n-1}{2n}}$$

۳۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $(\theta_1 - \theta_2, \theta_1 + \theta_2)$ باشد که $\theta_1 \in \mathbb{R}$ و $0 < \theta_2$. برآوردگر UMVU پارامتر θ_2 کدام است؟

$$(1) 2(X_{(n)} - X_{(1)})$$

$$(2) \frac{n+1}{2(n-1)}(X_{(n)} - X_{(1)})$$

$$(3) \frac{n-1}{2(n+1)}(X_{(n)} - X_{(1)})$$

$$(4) \frac{2(n-1)}{n+1}(X_{(n)} - X_{(1)})$$

۳۷- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع پواسون بریده شده در صفر با تابع احتمال زیر است. برآوردگر UMVU

$$f_{\theta}(x) = \frac{e^{-\theta} \theta^x}{x!(1 - e^{-\theta})}, \quad x = 1, 2, \dots, \quad \theta > 0$$

پارامتر $1 - e^{-\theta}$ کدام است؟

$$(1) 2X$$

$$(2) 2I_{\{1, 2, \dots\}}(X)$$

$$(3) 2I_{\{2, 3, \dots\}}(X)$$

$$(4) 2I_{\{2, 3, \dots\}}(X) + I_{\{1, 2, \dots\}}(X)$$

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۳۸- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع برنولی با پارامتر $\theta \in [0, 1]$ باشد، با در نظر گرفتن پیشین

$$\pi(\theta) = \frac{1}{\tau}, \theta = 0, 1$$

$$\frac{\bar{X} + 1}{\tau} \quad (1)$$

$$\bar{X} \quad (2)$$

$$\prod_{i=1}^n X_i \quad (3)$$

$$X_{(1)} = \min(X_1, \dots, X_n) \quad (4)$$

۳۹- سکه‌ای که شانس مشاهده شیر در آن برابر p است را ۱۰ بار پرتاب می‌کنیم. اگر p دارای پیشین یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ باشد، چند بار بایستی شیر مشاهده شود تا مقدار برآورد ماکزیمم درست‌نمایی با مقدار برآورد بیز p برابر باشد؟ (تابع زیان را مربع خطا در نظر بگیرید).

$$5 \quad (1)$$

$$6 \quad (2)$$

$$10 \quad (3)$$

(۴) هیچگاه برآوردگر بیز نمی‌تواند با MLE برابر باشد.

۴۰- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $U(0, \theta)$ باشد. با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطای وزنی

$$w(\theta) = \frac{1}{\theta^2} \text{ و توزیع پیشین } Pa(\alpha, \theta_0) \text{ با تابع چگالی احتمال زیر، برآورد بیز } \theta \text{ کدام است؟}$$

$$\pi(\theta) = \frac{\alpha \theta_0^\alpha}{\theta^{\alpha+1}}, \theta > \theta_0$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} [\max(\theta_0, X_{(n)})]^\tau \quad (1)$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} \max(\theta_0, X_{(n)}) \quad (2)$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} \min(\theta_0, X_{(n)}) \quad (3)$$

$$\frac{n + \alpha + 2}{n + \alpha + 1} [\min(\theta_0, X_{(n)})]^\tau \quad (4)$$

۴۱- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیعی با پارامتر نامعلوم θ باشد. اگر θ دارای تابع چگالی احتمال پیشین $\pi(\theta)$ باشد، تحت تابع زیان زیر، برآورد بیز پارامتر θ کدام است؟

$$L(\theta, \delta) = \begin{cases} k_1(\theta - \delta) & \theta > \delta \\ k_2(\delta - \theta) & \theta \leq \delta \end{cases}, (k_1, k_2 > 0)$$

(۱) مد توزیع پسین

(۲) میانه توزیع پسین

(۳) چندک مرتبه $\frac{k_1}{k_1 + k_2}$ توزیع پسین

(۴) چندک مرتبه $\frac{k_2}{k_1 + k_2}$ توزیع پسین

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۴۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع پواسون با پارامتر θ باشد. اگر $\Theta = [0, c]$ که در آن c مقداری معلوم است. در کلاس برآوردهای $D = \{a\bar{X} : 0 < a \leq 1\}$ برآوردهای مینیمکس θ تحت تابع زیان مربع خطا کدام است؟

(۱) \bar{X}

(۲) $\frac{1}{c+1} \bar{X}$

(۳) $\frac{c}{c+1} \bar{X}$

(۴) $\frac{nc}{nc+1} \bar{X}$

۴۳- فرض کنید $X | \theta \sim U(0, \theta)$ و $\theta \sim \Gamma(2, \lambda)$ باشد. با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا و برآورد λ به روش ماکزیمم درستنمایی، برآوردهای بیز تجربی θ کدام است؟

(۱) $2X$ برآوردهای بیز تجربی θ است.

(۲) $X + \frac{1}{X}$ برآوردهای بیز تجربی θ است.

(۳) $\frac{1}{2}X$ برآوردهای بیز تجربی θ است.

(۴) $2X + \frac{1}{2X}$ برآوردهای بیز تجربی θ است.

۴۴- فرض کنید $X | \sigma^2 \sim \sigma^2 \chi^2(v)$ و $\sigma^2 \sim \Pi(1, \frac{\alpha}{\nu})$ (α معلوم) باشند. با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا، کدام مورد در برآورد σ^2 درست است؟

$(Y \sim \Pi(\alpha, \beta) \rightarrow f(y) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \frac{1}{y^{\alpha+1}} e^{-\frac{\beta}{y}}, y > 0)$

(۱) $\frac{X}{v+2}$ برآوردهای مجاز (پذیرفتنی) برای σ^2 است.

(۲) $\frac{X+\alpha}{v+1}$ برآوردهای بیز و مجاز (پذیرفتنی) برای σ^2 است.

(۳) $\frac{X+\alpha}{v}$ برآوردهای بیز و مجاز (پذیرفتنی) برای σ^2 است.

(۴) $\frac{X}{v}$ برآوردهای بیز تعمیم‌یافته و مجاز (پذیرفتنی) برای σ^2 است.

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۴۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی ($n > 2$) تایی از توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\theta}$ باشد. با انتخاب توزیع

پیشین ناسره با چگالی $\frac{1}{\theta} \pi(\theta)$ و با در نظر گرفتن تابع زیان مربع خطا، کدام مورد درست است؟

(۱) $\frac{n-2}{\sum X_i}$ برآوردگر بیز تعمیم یافته و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) برای θ است.

(۲) $\frac{n}{\sum X_i}$ برآوردگر بیز تعمیم یافته و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۳) $\frac{n-2}{\sum X_i}$ برآوردگر بیز تعمیم یافته و مجاز (پذیرفتنی) برای θ است.

(۴) $\frac{n}{\sum X_i}$ برآوردگر بیز تعمیم یافته و غیرمجاز (ناپذیرفتنی) برای θ است.

پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۲) 669A
