

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری



کد کنترل

676

A

صبح جمعه ۹۷/۱۲/۳ دفترچه شماره (۱)			«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.» امام خمینی (ره)	
		جمهوری اسلامی ایران وزارت علوم، تحقیقات و فناوری سازمان سنجش آموزش کشور		
<b>آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۸</b>				
<b>رشته فوتونیک - کد (۲۲۳۹)</b>				
مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه		تعداد سؤال: ۴۵		
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات				
ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه تخصصی: فیزیک مدرن - مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته - الکترومغناطیس و الکتروپنایک	۴۵	۱	۴۵
این آزمون نمره منفی دارد.		استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.		
حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.				
۱۳۹۸				

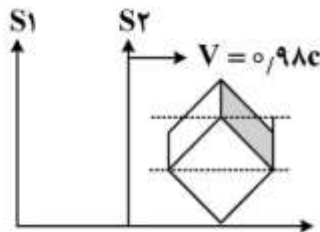
# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

- ۱- طول ضلع مکعبی نسبت به ناظر ساکن نسبت به مکعب  $a$  است. اگر مکعب با سرعت  $0.98c$  در امتداد یکی از قطرهای یکی از وجه‌هایش نسبت به ناظری حرکت کند، این ناظر حجم مکعب را  $ka^3$  اندازه‌گیری می‌کند مقدار  $k$  چقدر است؟



- (۱)  $0.20$   
 (۲)  $0.38$   
 (۳)  $0.52$   
 (۴)  $0.45$

- ۲- حداقل انرژی جنبشی یک الکترون بسیار پرانرژی چقدر باشد تا پس از برخورد رودر رو با یک الکترون ساکن، دو الکترون، یک پروتون و یک پادپروتون،  $e^- + e^- \rightarrow e^- + e^- + p^+ + p^-$ ، تولید شود؟ ( $m_p c^2$  و  $m_e c^2$  به ترتیب انرژی سکون الکترون و پروتون است.)

- (۱)  $2m_p c^2 \left( 1 + \frac{2m_p}{m_e} \right)$   
 (۲)  $2m_p c^2 \left( 2 + \frac{m_e}{m_p} \right)$   
 (۳)  $2m_p c^2 \left( 1 + \frac{2m_e}{m_p} \right)$   
 (۴)  $2m_p c^2 \left( 2 + \frac{m_p}{m_e} \right)$

- ۳- یک الکترون نسبیتی با انرژی جنبشی  $4 \text{ MeV}$  در ناحیه‌ای با میدان مغناطیسی ثابت  $2T$  عمود بر راستای میدان حرکت می‌کند. شعاع حرکت الکترون تقریباً چند میلی‌متر است؟ (انرژی سکون الکترون  $0.5 \text{ MeV}$  است.)

- (۱)  $0.75$   
 (۲)  $0.84$   
 (۳)  $8.4$   
 (۴)  $7.5$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۹) 676A

۴- یک ذره بنیادی که به همراه پاد ذره خود در خلاء با هم تولید شده‌اند دارای طول عمر  $7 \times 10^{-20}$  s می‌باشند. مرتبه بزرگی حداقل انرژی جرم سکون این ذره چند الکترون ولت است؟

(۱)  $10$

(۲)  $10^4$

(۳)  $10^7$

(۴)  $10^{11}$

۵- شدت یک پرتو تک فام از فوتون‌هایی با طول موج  $600 \text{ nm}$  برابر  $\frac{W}{m^2}$  است. چند فوتون در حجم  $1 \text{ cm}^3$

از این باریکه وجود دارد؟

(۱)  $0/1$

(۲)  $10$

(۳)  $10^3$

(۴)  $10^5$

۶- انرژی فوتونی چقدر باشد تا پس از برخورد به الکترون ساکنی به جرم  $m_e$  و بروز پراکندگی کامپتون، زاویه بین الکترون و فوتون پراکنده شده  $90^\circ$  و زاویه فوتون پراکنده شده با راستای فوتون فرودی  $60^\circ$  باشد؟

(۱)  $m_e c^2$

(۲)  $2m_e c^2$

(۳)  $3m_e c^2$

(۴)  $\frac{3}{2}m_e c^2$

۷- در یک آزمایش فوتوالکتریک نوری با طول موج  $110 \text{ nm}$  به یک فلز می‌تابد، اگر با اعمال اختلاف پتانسیل  $5 \text{ V}$  جریان فوتو الکترون‌ها قطع شود، تندی بیشینه این الکترون‌ها چند  $\frac{m}{s}$  است؟ ( $m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ )

(۱)  $1/3 \times 10^3$

(۲)  $1/8 \times 10^4$

(۳)  $1/3 \times 10^6$

(۴)  $1/8 \times 10^7$

۸- دمای یک جسم سیاه  $27$  درجه سانتی‌گراد است. اگر دمای آن  $1/5$  درجه سانتی‌گراد افزایش دهیم، مقدار انرژی گرمایی تابشی از سطح آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

(۱)  $1/5$

(۲)  $2$

(۳)  $3$

(۴)  $6$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

- ۹- ذره‌ای با انرژی کل  $E < V_0$  تحت انرژی پتانسیل پله‌ای زیر قرار دارد. کدام عبارت درست است؟
- 
- (۱) در ناحیه  $x > 0$  احتمال حضور ذره مقدار ثابت غیرصفری است.  
 (۲) در ناحیه  $x > 0$  احتمال حضور ذره و شار جریان احتمال هر دو صفرند.  
 (۳) در ناحیه  $x > 0$  احتمال حضور ذره وجود دارد اما شار جریان احتمال صفر است.  
 (۴) در ناحیه  $x > 0$  شار جریان احتمال غیرصفر و برابر شار جریان احتمال در ناحیه  $x < 0$  است.

- ۱۰- پیکربندی عنصری در جدول تناوبی به صورت  $(Ar)(4s)^2(3d)^5$  است. توصیف طیف‌نمایی حالت پایه این عنصر کدام است؟

(۱)  ${}^2S_{\frac{1}{2}}$

(۲)  ${}^6S_{\frac{5}{2}}$

(۳)  ${}^2S_{\frac{3}{2}}$

(۴)  ${}^6S_{\frac{3}{2}}$

- ۱۱- با صرف‌نظر از نیروی دافعه الکترون‌ها در اتم هلیوم، انرژی حالت پایه اتم هلیوم چند الکترون ولت است؟

(۱)  $-39/4$

(۲)  $-54/4$

(۳)  $-78/8$

(۴)  $-108/8$

- ۱۲- یک اتم هیدروژن در یک میدان مغناطیسی یکنواخت  $B_0$  در نظر بگیرید. اگر تکانه زاویه‌ای مداری الکترون حول هسته  $\ell = 1$  باشد انرژی بر هم کنش ناشی از تکانه زاویه‌ای کل (مداری + اسپینی) الکترون با میدان مغناطیسی برابر  $m\mu_B B_0$  است که  $\mu_B$  مگنتون بور الکترون است. مقادیر ممکن  $m$  کدام است؟

(۱)  $m = -1, 0, 1$

(۲)  $m = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

(۳)  $m = -2, -1, 0, 1, 2$

(۴)  $m = -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$

# پی‌اچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۱۳- مخلوط همدوسی از  $\frac{1}{4}$  نور قطبیده خطی افقی،  $\frac{1}{4}$  نور قطبیده خطی قائم،  $\frac{1}{4}$  نور قطبیده دوار چپگرد و  $\frac{1}{4}$  نور قطبیده دوار راستگرد با شدت کل  $I_0$  را از یک فیلتر نوری قطبیده که قطبیدگی آن ممکن است یکی از چهارتای بالا باشد عبور می‌دهیم. شدت نور عبور کرده از فیلتر کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{2} I_0$  برای فیلتری با هر یک از چهار نوع قطبش خطی افقی، خطی قائم، دوار چپگرد و دوار راستگرد.

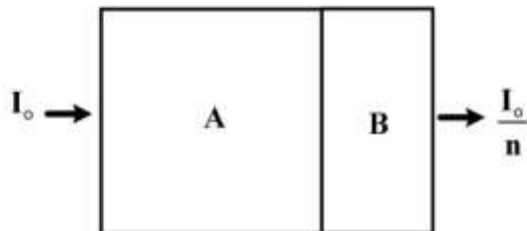
(۲)  $\frac{1}{4} I_0$  برای فیلتری با هر یک از چهار نوع قطبش خطی افقی، خطی قائم، دوار چپگرد و دوار راستگرد.

(۳)  $\frac{3}{4} I_0$  برای فیلترهای با قطبیدگی‌های خطی و  $\frac{1}{4} I_0$  برای فیلترهای با قطبیدگی‌های دوار.

(۴)  $\frac{3}{4} I_0$  برای فیلترهای با قطبیدگی‌های دوار و  $\frac{1}{4} I_0$  برای فیلترهای با قطبیدگی‌های خطی.

۱۴- دو قطعه A و B با ضریب جذب  $\mu_A$  و  $\mu_B$  به یکدیگر چسبیده‌اند. اگر ضخامت A دو برابر ضخامت B باشد و یک باریکه فوتونی با شدت  $I_0$  عمود بر قطعه A فرود آید و شدت باریکه خروجی از قطعه B برابر  $\frac{I_0}{n}$  باشد، ضخامت

ماده A چقدر است؟



(۱)  $\frac{\ln n}{\mu_A + 2\mu_B}$

(۲)  $\frac{\ln n}{2\mu_A + \mu_B}$

(۳)  $\frac{\ln n^2}{\mu_A + 2\mu_B}$

(۴)  $\frac{\ln n^2}{2\mu_A + \mu_B}$

۱۵- یک سفینه فضایی با جرم  $10^3$  kg در حال نزدیک شدن به خورشید روی یک امتداد مستقیم، تابش نور خورشید

را با شدت  $10^3 \frac{W}{m^2}$  روی سطح مؤثری از بدنه خود به مساحت  $0.2m^2$  دریافت می‌نماید. اگر سطح خارجی بدنه

این سفینه نصف تابش مستقیم را جذب و نصف دیگر را بازتابش کند، شتاب منفی ترمز کننده‌ای که این سفینه

پیدا می‌کند چند  $\frac{m}{s^2}$  است؟

(۱)  $\frac{2}{3} \times 10^{-7}$

(۲)  $10^{-7}$

(۳)  $\frac{2}{3} \times 10^{-9}$

(۴)  $10^{-9}$

# پی‌اچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۱۶- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی  $H = \frac{ch}{\lambda}(a_0 I + \vec{a} \cdot \vec{\sigma})$  است که  $I$  و  $\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$  به ترتیب ماتریس واحد و ماتریس‌های پاولی در فضای هیلبرت با بعد ۲ هستند.  $\lambda, a_0$  و  $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$  ثابت‌اند. اگر این دستگاه گسیل الکترومغناطیسی انجام دهد، طول موج آن چقدر است؟ ( $h$  ثابت پلانک و  $c$  سرعت نور در خلأ است).

$$(1) \frac{\lambda}{2\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

$$(2) \frac{\lambda}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

$$(3) \frac{\lambda a_0}{2\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

$$(4) \frac{\lambda a_0}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}}$$

۱۷- ذره‌ای به جرم  $m$  در چاه پتانسیل یک بعدی  $V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -\frac{\hbar^2}{ma} \delta(x-a) & x \geq 0 \end{cases}$  در نظر بگیرید ( $a > 0$ ). اگر

انرژی حالت مقید را به صورت  $E = \frac{-\hbar^2 k^2}{2m}$  نشان دهیم، مقدار  $k$  از کدام رابطه به دست می‌آید؟

$$(1) \tan(ka) = \frac{2}{ka} - 1$$

$$(2) \tanh(ka) = \frac{2}{ka} - 1$$

$$(3) \tan(ka) = \left(\frac{2}{ka} - 1\right)^{-1}$$

$$(4) \tanh(ka) = \left(\frac{2}{ka} - 1\right)^{-1}$$

۱۸- نمایش عملگر  $\hat{O}$  روی حالت  $|\alpha\rangle$  در فضای مکان به صورت  $\langle x'|\hat{O}|\alpha\rangle = \left(\frac{d}{dx'} + \frac{d^2}{dx'^2}\right)\langle x'|\alpha\rangle$  است.

مقدار  $\langle x'|\hat{O}|x''\rangle$  با کدام رابطه برابر است؟

$$(1) \left(\frac{2}{(x'-x'')^2} - \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$$

$$(2) \left(\frac{1}{(x'-x'')^2} - \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$$

$$(3) \left(\frac{2}{(x'-x'')^2} + \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$$

$$(4) \left(\frac{1}{(x'-x'')^2} + \frac{1}{(x'-x'')}\right)\delta(x'-x'')$$

۱۹- هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی در پایه‌های راست هنجار  $\{|+\rangle, |-\rangle\}$  به صورت  $H = \hbar\omega(|+\rangle\langle+| - i\sqrt{5}|+\rangle\langle-| + i\sqrt{5}|-\rangle\langle+| - 3|-\rangle\langle-|)$  است. در لحظه  $t=0$  دستگاه در حالت  $|+\rangle$  است احتمال این که این دستگاه در لحظه  $t>0$  در حالت مانای متناظر با ویژه مقدار بزرگ‌تر انرژی باشد، چقدر است؟

$$(1) \frac{11}{36}$$

$$(2) \frac{5}{6}$$

$$(3) \frac{1}{6}$$

$$(4) \frac{25}{36}$$

۲۰- هامیلتونی سیستمی متشکل از دو نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی جفت شده به صورت

$$H = \frac{P_x^2}{2m} + \frac{P_y^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + \frac{1}{2}m\omega^2 xy$$

$$(1) \sqrt{\frac{3}{\lambda}}(1+\sqrt{2})\hbar\omega$$

$$(2) \frac{3}{\sqrt{\lambda}}(1+\sqrt{3})\hbar\omega$$

$$(3) \sqrt{\frac{3}{\lambda}}(1+\sqrt{3})\hbar\omega$$

$$(4) \frac{3}{\sqrt{\lambda}}(1+\sqrt{2})\hbar\omega$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۲۱- ذره‌ای به جرم  $m$  و مقید در چاه پتانسیل یک بعدی  $V(x) = -\frac{e^{\gamma}}{4\pi\epsilon_0 |x|}$  در محدوده  $-\infty < x < +\infty$  در نظر

بگیرید. در تقریب WKB انرژی حالت پایه کدام گزینه است؟  $\left( \int_0^1 \frac{\sqrt{1-u}}{\sqrt{u}} du = \frac{\pi}{2} \right)$

$$-\frac{\lambda m}{9\hbar^2} \left( \frac{e^{\gamma}}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \quad (1)$$

$$-\frac{16m}{9\hbar^2} \left( \frac{e^{\gamma}}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \quad (2)$$

$$-\frac{16m}{\hbar^2} \left( \frac{e^{\gamma}}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \quad (3)$$

$$-\frac{\lambda m}{\hbar^2} \left( \frac{e^{\gamma}}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \quad (4)$$

۲۲- انتشارگر یک ذره بین دو نقطه  $\vec{x}'$ ،  $\vec{x}''$  به صورت  $\langle \vec{x}'' | e^{-\frac{i(t-t_0)H}{\hbar}} | \vec{x}' \rangle$  تعریف می‌شود.

اگر  $[T(\vec{\ell}), H] = 0$  که در آن  $T(\vec{\ell}) = e^{-\frac{i\vec{\ell} \cdot \vec{P}}{\hbar}}$  عملگر انتقال و  $\vec{\ell}$  برداری دلخواه است، کدام خاصیت برای انتشارگر درست است؟

$$K(\vec{x}'', \vec{x}', t-t_0) = K(-\vec{x}'', -\vec{x}'; t-t_0) \quad (1)$$

$$K(\vec{x}'', \vec{x}', t-t_0) = K(\vec{x}', \vec{x}''; t-t_0) \quad (2)$$

$$K(\vec{x}'', \vec{x}', t-t_0) = K(\vec{x}'' - \vec{x}'; t-t_0) \quad (3)$$

$$K(\vec{x}'', \vec{x}', t-t_0) = K^*(\vec{x}'', \vec{x}'; t-t_0) \quad (4)$$

۲۳- کدام ماتریس می‌تواند نمایش ماتریسی یک عملگر دوران در فضای هیلبرت دو بعدی باشد؟  $(\vec{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z))$

ماتریس‌های پاولی،  $\vec{a} = \sin\beta \cos\alpha \hat{i} + \sin\beta \sin\alpha \hat{j}$  است و  $\alpha, \beta$  هر مقدار دلخواهی می‌توانند اختیار کنند.

$$\frac{\cos\beta + i\vec{\sigma} \cdot \vec{a}}{\sin\beta - i\vec{\sigma} \cdot \vec{a}} \quad (1)$$

$$\cos\beta + i\vec{\sigma} \cdot \vec{a} \quad (2)$$

$$\sin\beta - i\vec{\sigma} \cdot \vec{a} \quad (3)$$

$$\frac{\cos\beta + i\vec{\sigma} \cdot \vec{a}}{\cos\beta - i\vec{\sigma} \cdot \vec{a}} \quad (4)$$



۲۴- اگر  $\hat{D}^{(j=\frac{1}{2})}(\hat{n}, \phi)$  عملگر دوران یک دستگاه کوانتومی حول محور  $\hat{j} = \sqrt{\frac{2}{3}}\hat{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\hat{i}$  به اندازه زاویه  $\phi = +60^\circ$  باشد. دوران یافته حالت  $|+\rangle$  تحت این عملگر کدام است؟  $(|\pm\rangle)$  ویژه بردارهای ماتریس پاولی  $\sigma_z$  و  $\hat{i}, \hat{j}$  بردارهای یکه در جهت محورهای  $x$  و  $y$  هستند.

$$(1) \frac{1}{2\sqrt{3}}((\sqrt{2}-i)|+\rangle + 2|-\rangle)$$

$$(2) \frac{1}{2\sqrt{3}}(2|+\rangle + (\sqrt{2}-i)|-\rangle)$$

$$(3) \frac{1}{\sqrt{6}}(\sqrt{3}|+\rangle + (\sqrt{2}+i)|-\rangle)$$

$$(4) \frac{1}{\sqrt{6}}((\sqrt{2}+i)|+\rangle + \sqrt{3}|-\rangle)$$

۲۵- مجموعه‌ای متشکل از دو ذره هر یک با اسپین یک  $(s_1 = 1, s_2 = 1)$  در نظر بگیرید. ویژه مقدار  $\hat{S}_z$  مجموعه برابر  $\hbar + \hbar$  است که  $\hat{S}_z = \hat{S}_{1z} \otimes \hat{I}_2 + \hat{I}_1 \otimes \hat{S}_{2z}$  است. اگر  $P_2$  احتمال این که اسپین کل مجموعه  $s = 2$  و  $P_1$  احتمال این که اسپین کل آن  $s = 1$  باشد، مقدار  $\frac{P_2}{P_1}$  کدام است؟

$$(1) 1$$

$$(2) \frac{1}{2}$$

$$(3) \frac{3}{5}$$

$$(4) \frac{1}{4}$$

۲۶- اگر  $\psi_{\ell}^{j, m_j}$  ویژه تابع مشترک عملگرهای  $J^2, L^2, J_z$  به ترتیب با ویژه مقادیر  $\hbar^2 j(j+1), \hbar^2 \ell(\ell+1), m_j \hbar$  باشد، کدام عبارت در مورد توابع  $\phi_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\psi_{\ell}^{\frac{5}{2}, \frac{3}{2}} + i \psi_{\ell}^{\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}}\right)$  و  $\phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_{\ell}^{\frac{5}{2}, 2} - \psi_{\ell}^{\frac{5}{2}, -2})$  درست است؟

(1)  $\phi_2$  ویژه تابع مشترک عملگرهای پاریته و وارونی زمان است.

(2)  $\phi_1$  ویژه تابع مشترک عملگرهای پاریته و وارونی زمان است.

(3)  $\phi_1$  و  $\phi_2$  هر دو ویژه تابع عملگر وارونی زمان هستند اما  $\phi_1$  ویژه تابع عملگر پاریته نیست.

(4)  $\phi_1$  و  $\phi_2$  هر دو ویژه تابع عملگر پاریته هستند اما هیچ‌یک ویژه تابع عملگر وارونی زمان نیستند.

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۹) 676A

صفحه ۱۰

۲۷- ذره‌ای به جرم  $m$  در چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی  $V(x) = \begin{cases} 0 & |x| \leq a \\ \infty & |x| > a \end{cases}$  در نظر بگیرید. با تابع موج آزمون و

بهنجار  $\Psi(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{(2\lambda+1)(\lambda+1)}}{2\lambda a^\lambda \sqrt{a}} (a^\lambda - |x|^\lambda) & |x| < a \\ 0 & |x| > a \end{cases}$  و روش وردش، انرژی حالت پایه به ازای کدام  $\lambda$  کمینه است؟

( $\lambda > 1$ )

$$\lambda = \frac{1}{2}(\sqrt{6} - 1) \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{1}{4}(\sqrt{6} + 1) \quad (2)$$

$$\lambda = \frac{1}{2}(\sqrt{6} + 1) \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{1}{4}(\sqrt{6} - 1) \quad (4)$$

۲۸- اتم هیدروژنی در حالت برانگیخته  $|n\ell m\rangle$  توسط میدان الکتریکی یکنواخت  $\vec{E}_0$  مختل می‌شود به طوری که انرژی

پتانسیل برهمکنش به شکل  $V(t) = \begin{cases} e\vec{E}_0 \cdot \vec{r} \sin(\omega t) & 0 \leq t \leq T \\ 0 & t < 0, t > T \end{cases}$  است. با استفاده از نظریه اختلال وابسته

به زمان مرتبه اول، گذار به کدام حالت‌های نهایی  $|n'\ell'm'\rangle$  امکان‌پذیر است؟ ( $\Delta m = m' - m, \Delta \ell = \ell' - \ell$ )

$$\Delta m = 0, \pm 1, \Delta \ell = 0 \quad (1)$$

$$\Delta m = 0, \pm 1, \Delta \ell = \pm 1 \quad (2)$$

$$\Delta m = \pm 1, \pm 2, \Delta \ell = 0, \pm 1 \quad (3)$$

$$\Delta m = \pm 1, \pm 2, \Delta \ell = \pm 1, \pm 2 \quad (4)$$

۲۹- پرتویی از پروتون که جریانی به شدت  $5 \times 10^{-9} \text{ A}$  تولید می‌کند به هدفی از مس برخورد می‌کند. ضخامت هدف

چنان است که چگالی سطحی آن  $\frac{mg}{cm^2}$  است. آشکارسازی با مساحت  $0.5 \text{ cm}^2$  عمود بر پرتوی پراکنده

شده در راستایی معین و به فاصله  $20 \text{ cm}$  از هدف قرار دارد. اگر در هر ثانیه  $10$  پروتون توسط آشکارساز شمرده

شود، سطح مقطع دیفرانسیلی پراکندگی از مس در این راستا چند  $\text{cm}^2/\text{atom/steradian}$  است؟

$$4.0 \times 10^{-6} \quad (1)$$

$$8.1 \times 10^{-7} \quad (2)$$

$$1.3 \times 10^{-25} \quad (3)$$

$$6.7 \times 10^{-25} \quad (4)$$

۳۰- اگر دامنه پراکندگی ذره‌ای به جرم  $m$  از یک چاه پتانسیل کروی به عرض  $a$  و عمق  $-V_0$  تا مرتبه اول تقریب بورن

به شکل  $f(k, \theta) = -\frac{\sqrt{m} V_0 a}{q^2 \hbar^2} \left[ \cos(qa) - \frac{\sin(qa)}{qa} \right]$  باشد، جابه‌جایی فاز برای پراکندگی موج  $S$  در انرژی‌های

پایین ( $ka \ll 1$ ) کدام است؟  $q = \sqrt{k \sin \frac{\theta}{2}}$  که در آن  $\theta$  زاویه پراکندگی نسبت به راستای ذره تابشی و

$$E_i = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad (\text{انرژی ذره تابشی است.})$$

$$\delta_0 \approx \frac{\hbar^2}{\sqrt{m} V_0 k a^2} \left( 1 - \frac{\sin(\sqrt{k} a)}{\sqrt{k} a} \right) \quad (1)$$

$$\delta_0 \approx \frac{\sqrt{m} V_0 k a^2}{\hbar^2} \left( 1 - \frac{\sin(\sqrt{k} a)}{\sqrt{k} a} \right) \quad (2)$$

$$\delta_0 \approx \frac{\hbar^2}{\sqrt{m} V_0 k a^2} \left( \cos(\sqrt{k} a) - \frac{\sin(\sqrt{k} a)}{\sqrt{k} a} \right) \quad (3)$$

$$\delta_0 \approx \frac{\sqrt{m} V_0 k a^2}{\hbar^2} \left( \cos(\sqrt{k} a) - \frac{\sin(\sqrt{k} a)}{\sqrt{k} a} \right) \quad (4)$$

۳۱- در ناحیه‌ای از فضا شامل مبدأ مختصات میدان الکتریکی به شکل  $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} (1 - e^{-\frac{r}{R}}) \frac{\hat{r}}{r^2}$  وجود دارد که در آن

$R$  و  $q$  ثابت و  $r$  فاصله از مبدأ مختصات است. بار الکتریکی موجود در پوسته کروی با شعاع داخلی  $R_1 = R$  و شعاع خارجی  $R_2 = 2R$  کدام است؟ ( $\hat{r}$  بردار یگانه در امتداد بردار مکان یک نقطه و مرکز پوسته کروی منطبق بر مبدأ مختصات است.)

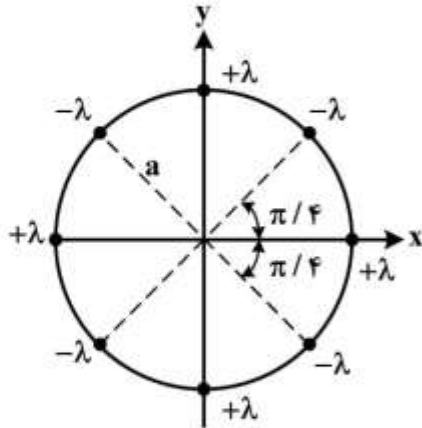
$$q \left( \frac{1}{2} + \frac{\sinh(\frac{1}{2})}{\exp(1/2)} \right) \quad (1)$$

$$q \left( 1 + \frac{\sinh(\frac{1}{2})}{\exp(1/2)} \right) \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2} q \sinh(\frac{1}{2})}{\exp(1/2)} \quad (3)$$

$$\frac{q \sinh(\frac{1}{2})}{\exp(1/2)} \quad (4)$$

۳۲- خط بار نامتناهی با چگالی بار خطی  $+\lambda$  و  $-\lambda$  مطابق شکل موازی محور  $z$  (محور استوانه‌ای به شعاع  $a$ ) قرار دارند. کدام رابطه نشان دهنده چگالی حجمی بار این مجموعه در مختصات استوانه‌ای  $(\rho, \varphi, z)$  است؟



$$\frac{\lambda}{a^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \delta(\rho - a) \delta(\varphi - \frac{n\pi}{\varphi}) \quad (1)$$

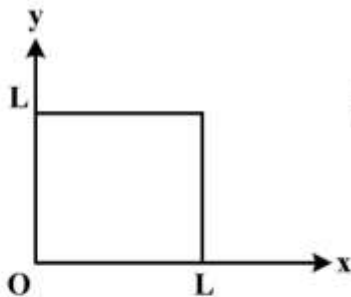
$$\frac{\lambda}{2\pi a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(\rho - a) \delta(\varphi - \frac{n\pi}{\varphi}) \quad (2)$$

$$\frac{\lambda}{2\pi a^2} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \rho \delta(\rho - a) \delta(\varphi - \frac{n\pi}{\varphi}) \quad (3)$$

$$\frac{\lambda}{a} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \delta(\rho - a) \delta(\varphi - n \frac{\pi}{\varphi}) \quad (4)$$

۳۳- در شکل زیر مقطع یک چهار وجهی که در امتداد  $z$  دارای گسترش نامتناهی است نشان داده شده است. حجم داخل چهار وجهی با بار حجمی با چگالی یکنواخت  $\rho$  پر شده و وجوه آن در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند. پتانسیل الکتریکی در نقطه  $(x, y)$  داخل چهار وجهی کدام است؟

$$\phi(x, y) = \frac{\rho L^2}{\pi^2 \epsilon_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(\gamma m + 1) \pi x / L}{(\gamma m + 1)^2} \left( 1 - \frac{\cosh(\gamma m + 1) \pi (\frac{y}{L} - \frac{1}{2})}{\cosh(\gamma m + 1) \frac{\pi}{\gamma}} \right) \quad (1)$$



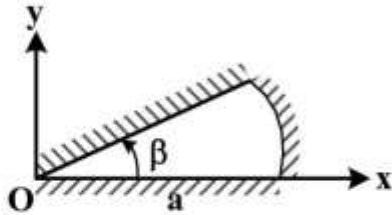
$$\phi(x, y) = \frac{\rho L^2}{\pi^2 \epsilon_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(\gamma m + 1) \pi x / L}{(\gamma m + 1)^2} \left( 1 - \frac{\sinh(\gamma m + 1) \pi \frac{y}{L}}{\sinh(\gamma m + 1) \pi} \right) \quad (2)$$

$$\phi(x, y) = \frac{\rho L^2}{\pi^2 \epsilon_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(\gamma m + 1) \pi x / L}{(\gamma m + 1)^2} \frac{\sinh(\gamma m + 1) \frac{\pi y}{L}}{\sinh(\gamma m + 1) \pi} \quad (3)$$

$$\phi(x, y) = \frac{\rho L^2}{\pi^2 \epsilon_0} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin(\gamma m + 1) \pi x / L}{(\gamma m + 1)^2} \left( 1 - \frac{\cosh(\gamma m + 1) \pi (\frac{y}{L} - \frac{1}{2})}{\cosh(\gamma m + 1) \frac{\pi}{\gamma}} \right) \quad (4)$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۳۴- تابع گرین معادله لاپلاس با شرایط مرزی دیریشله در مختصات استوانه‌ای  $(\rho, \varphi)$  در یک مسأله دو بعدی مطابق شکل با مرزهایی در  $\varphi = 0$ ،  $\varphi = \beta$  و  $\rho = a$  کدام است؟  $\rho <$  و  $\rho >$  به ترتیب اندازه بزرگتر و کوچکتر میان  $\rho$  و  $\rho'$  هستند.



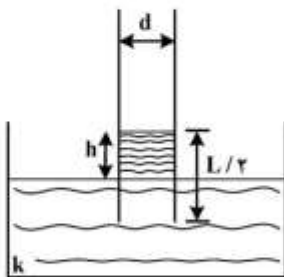
$$G(\rho, \varphi; \rho', \varphi') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{r}{m} \left( \left( \frac{\rho <}{\rho >} \right)^{\frac{r\pi m}{\beta}} - \left( \frac{\rho > \rho <}{a^r} \right)^{\frac{r\pi m}{\beta}} \right) \sin\left(\frac{\pi m \varphi}{\beta}\right) \sin\left(\frac{m \pi \varphi'}{\beta}\right) \quad (1)$$

$$G(\rho, \varphi; \rho', \varphi') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{r}{m} \left( \left( \frac{a}{\rho >} \right)^{\frac{r\pi m}{\beta}} - \left( \frac{\rho <}{a} \right)^{\frac{r\pi m}{\beta}} \right) \sin\left(\frac{r\pi m \varphi}{\beta}\right) \sin\left(\frac{r\pi m \varphi'}{\beta}\right) \quad (2)$$

$$G(\rho, \varphi; \rho', \varphi') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{r}{m} \left( \left( \frac{\rho <}{\rho >} \right)^{\frac{\pi m}{\beta}} - \left( \frac{\rho > \rho <}{a^r} \right)^{\frac{\pi m}{\beta}} \right) \sin\left(\frac{\pi m \varphi}{\beta}\right) \sin\left(\frac{m \pi \varphi'}{\beta}\right) \quad (3)$$

$$G(\rho, \varphi; \rho', \varphi') = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{r}{m} \left( \left( \frac{\rho <}{a} \right)^{\frac{\pi m}{\beta}} - \left( \frac{a}{\rho >} \right)^{\frac{\pi m}{\beta}} \right) \sin\left(\frac{r\pi m \varphi}{\beta}\right) \sin\left(\frac{r\pi m \varphi'}{\beta}\right) \quad (4)$$

۳۵- صفحات یک خازن تخت به شکل مربعی به ضلع  $L$  هستند و فاصله دو صفحه از هم برابر  $d$  است این خازن تا پتانسیل  $V_0$  شارژ شده و از باتری جدا می‌شود. سپس این خازن به‌طور عمودی در یک ظرف پر از مایع با ثابت دی‌الکتریک  $k$  و چگالی جرمی  $\rho_m$  فرو برده می‌شود به‌طوری که این مایع نصف حجم خازن را اشغال می‌کند.  $h$  ارتفاع مایع درون خازن تا سطح آزاد مایع در ظرف، کدام است؟



$$\frac{r\epsilon_0 V_0^r}{\rho_m g d^r} \left( \frac{k-1}{k+1} \right)^r \quad (1)$$

$$\frac{r\epsilon_0 V_0^r}{\rho_m g d^r} \frac{(k-1)}{(k+1)^r} \quad (2)$$

$$\frac{r\epsilon_0 V_0^r}{\rho_m g d^r} \left( \frac{k-1}{k+1} \right)^r \quad (3)$$

$$\frac{r\epsilon_0 V_0^r}{\rho_m g d^r} \frac{(k-1)}{(k+1)^r} \quad (4)$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۳۶- در ناحیه‌ای از فضا میدان مغناطیسی ثابت  $\vec{B} = B_0 \hat{j}$  موجود است. کره رسانای کامل بدون بار با سرعت غیرنسبیتی  $\vec{v} = v_0 \hat{i}$  در این ناحیه در حرکت است. چگالی بار القایی روی سطح این کره کدام است؟ (پتانسیل الکتریکی در خارج از یک پوسته کروی رسانای بدون بار به شعاع  $a$  در میدان الکتریکی یکنواخت  $E_0 \hat{k}$  به صورت

$$\phi = -E_0 r \cos \theta \left( 1 - \frac{a^3}{r^3} \right) + \phi_0$$

که  $\theta$  زاویه بین بردار  $\hat{k}$  و بردار  $\vec{r}$  است.)

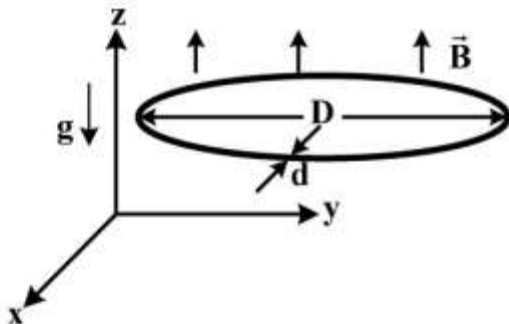
(۱)  $3\epsilon_0 B_0 v_0 \cos \theta$

(۲)  $3\epsilon_0 B_0 v_0 \sin \theta$

(۳)  $3\epsilon_0 B_0 v_0 \cos^2 \theta$

(۴)  $3\epsilon_0 B_0 v_0 \sin \theta \cos \theta$

۳۷- یک حلقه رسانای دایره‌ای شکل از سیمی به قطر  $d$ ، مقاومت ویژه  $\rho$  و چگالی جرمی  $\rho_m$  ساخته شده است. قطر حلقه برابر  $D$  است. این حلقه مطابق شکل از ارتفاعی بالای سطح زمین از حالت سکون در میدان مغناطیسی  $\vec{B} = B_0 (1 + \alpha z) \hat{k}$  رها می‌شود که  $\alpha$  ضریبی ثابت است. صفحه حلقه همواره موازی سطح افق (صفحه  $xy$ ) است. سرعت حدی این حلقه کدام است؟



(۱)  $\frac{\rho_m g d^2}{4 B_0^2 \alpha D^2 \rho}$

(۲)  $\frac{4 B_0^2 \alpha^2 D^2 \rho}{\rho_m g d^2}$

(۳)  $\frac{16 \rho_m \rho g}{B_0^2 \alpha^2 D^2}$

(۴)  $\frac{D^2 B_0^2 \alpha^2}{16 \rho_m \rho g}$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۹) 676A

۳۸- دو پوسته کروی بسیار نازک رسانای هم‌مرکز یکی به شعاع  $R$  و دیگری به شعاع  $2R$  در نظر بگیرید. روی پوسته داخلی بار  $Q$  و روی پوسته خارجی بار  $-Q$  توزیع شده است در مرکز دو کره یک دو قطبی مغناطیسی نقطه‌ای با گشتاور دو قطبی مغناطیسی  $\vec{m} = m_0 \hat{k}$  قرار دارد. تکانه زاویه‌ای کل میدان الکترومغناطیسی این مجموعه کدام است؟

(۱) صفر

$$\frac{\mu_0 m_0 Q}{24\pi^2 R} \quad (۲)$$

$$\frac{\mu_0 m_0 Q}{6\pi R} \quad (۳)$$

$$\frac{\mu_0 m_0 Q}{12\pi R} \quad (۴)$$

۳۹- سیم‌لوله‌ای طویل به شعاع  $R$  که در واحد طول آن  $n$  دور سیم حامل جریان  $I_0 \cos \omega t$  پیچیده شده است در نظر بگیرید. متوسط زمانی انرژی الکترومغناطیسی در بازه  $0 \leq t \leq \frac{2\pi}{\omega}$  در واحد طول سیم‌لوله چقدر است؟

$$\frac{\mu_0}{2} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2 R^2}{\lambda c^2} \right) \quad (۱)$$

$$\frac{\mu_0}{4} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2 R^2}{\lambda c^2} \right) \quad (۲)$$

$$\frac{\mu_0}{2} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2 R^2}{\lambda c^4} \right) \quad (۳)$$

$$\frac{\mu_0}{4} \pi R^2 n^2 I_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2 R^2}{\lambda c^4} \right) \quad (۴)$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۴۰- اگر در یک موجبر با ضریب شکست  $n$  بسامدهای زاویه‌ای قابل انتشار برای امواج الکترومغناطیسی با طول موج  $\lambda$

به شکل  $\omega_m = \frac{c}{n} \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2}$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) باشد، سرعت گروه هر کدام از این مدها کدام است؟

( $c$  سرعت نور در خلأ و  $a$  عدد ثابتی است.)

$$\frac{c}{n} \left[ 1 + \left( \frac{m\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{c}{2n} \left[ 1 + \left( \frac{m\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$\frac{c}{n} \left[ 1 + \left( \frac{m\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

$$\frac{2c}{n} \left[ 1 + \left( \frac{m\lambda}{2a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

۴۱- امواج الکترومغناطیسی تخت با شدت  $I$  به‌طور عمودی از هوا ( $n = 1$ ) بر یک تیغه شیشه‌ای با ضریب شکست  $n$  می‌تابند. اگر از هر نوع اثر تداخلی چشم‌پوشی شود فشار تابشی وارد بر تیغه شیشه‌ای کدام است؟ ضرایب فرنیل عبور و بازتاب برای یک موج الکترومغناطیسی که از محیط عایقی با ضریب شکست  $n_1$  به محیط عایق دیگری با

ضریب شکست  $n_2$  به‌طور عمودی می‌تابد به ترتیب  $\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}$ ،  $\frac{2n_1}{n_1 + n_2}$  است. ( $c$  سرعت نور در خلأ است.)

$$\frac{I}{c} \left( \frac{n-1}{n+1} \right) \quad (1)$$

$$2 \frac{I}{c} \left( \frac{n-1}{n+1} \right) \quad (2)$$

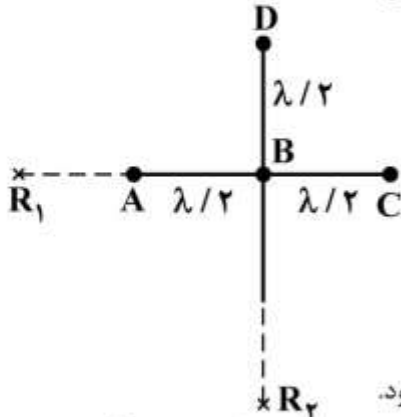
$$2 \frac{I}{c} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (3)$$

$$\frac{I}{c} \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 \quad (4)$$



# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۴۲- چهار چشمه امواج الکترومغناطیسی نقطه‌ای یکسان هم‌دوس A, B, C و D مطابق شکل زیر نسبت به هم قرار دارند و امواجی با طول موج یکسان  $\lambda$  منتشر می‌کنند. دو گیرنده  $R_1$  و  $R_2$  در فواصل دور و یکسان از چشمه B قرار دارند. کدام عبارت در مورد شدت دریافتی توسط دو گیرنده درست است؟



(۱) شدت دریافتی گیرنده (۲) بیشتر از گیرنده (۱) است.

(۲) شدت دریافتی گیرنده (۱) بیشتر از گیرنده (۲) است.

(۳) شدت دریافتی هر دو گیرنده با هم برابر است.

(۴) اگر چشمه D خاموش شود شدت دریافتی هر دو گیرنده با هم برابر می‌شود.

۴۳- محیط شفاف فعالی را در نظر بگیرید که ضریب شکست آن برای نور با قطبش دایروی راستگرد برابر  $n_+ = n + \beta$  و برای نور با قطبش دایروی چپگرد برابر  $n_- = n - \beta$  است ( $\beta, n$  اعداد حقیقی مثبتند). نوری با قطبش خطی و بسامد زاویه‌ای  $\omega$  وارد این محیط می‌شود پس از طی کردن فاصله  $d$  درون این محیط مقدار زاویه‌ای که قطبش نور می‌چرخد کدام است؟

$$(۱) \quad 2 \frac{\omega}{c} \beta d$$

$$(۲) \quad 2 \frac{\omega}{c} n \beta d$$

$$(۳) \quad \frac{\omega}{c} \beta d$$

$$(۴) \quad \frac{\omega}{c} n \beta d$$

۴۴- ذره‌ای به جرم  $m$  و بار  $q$  تحت تأثیر نیروی کولنی ذره ثابتی با بار  $-q$  در حرکت است. اگر در لحظه  $t = 0$  ذره  $m$  در مداری تقریباً دایروی به شعاع  $R$  حول ذره ثابت در حرکت باشد. در چه زمانی فاصله ذره متحرک از ذره ثابت به  $\frac{R}{2}$  کاهش می‌یابد. توان تابشی کل لحظه‌ای از یک بار نقطه‌ای  $q$  که با شتاب  $\vec{a}$  حرکت می‌کند برابر با

$$\frac{q^2 |\vec{a}|^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \text{ است. (c سرعت نور در خلأ است.)}$$

$$(۲) \quad \frac{\gamma\pi^2 \epsilon_0^2 c^2 R^2 m^2}{4q^4}$$

$$(۴) \quad \frac{\gamma\pi^2 \epsilon_0^2 c^2 R^2 m^2}{2q^4}$$

$$(۱) \quad \frac{\gamma\pi^2 \epsilon_0^2 c^2 R^2 m^2}{2q^4}$$

$$(۳) \quad \frac{\gamma\pi^2 \epsilon_0^2 c^2 R^2 m^2}{6q^4}$$

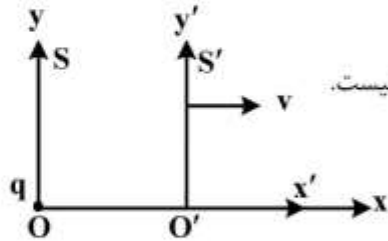
# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

۴۵- دو چارچوب لخت  $S$  و  $S'$  در نظر بگیرید که  $S'$  با سرعت  $v$  به موازات محور  $x$  چارچوب لخت  $S$  در حرکت است. مبدأهای دو چارچوب در لحظه صفر از نظر ناظرهای هر دو چارچوب برهم منطبق است. بار نقطه‌ای  $q$  در نقطه  $O$  و همواره نسبت به چارچوب  $S$  ساکن است. کدام عبارت در لحظه  $t = t' = 0$  درست است؟

$$E_y = E'_y \quad (1)$$

(۲) در هر دو چارچوب میدان الکتریکی شعاعی است.

(۳) میدان الکتریکی در چارچوب  $S'$  شعاعی است ولی در چارچوب  $S$  شعاعی نیست.



$$E_x = \gamma E'_x \quad \text{که} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (4)$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲۰

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۳۹) 676A

---