

# پیاچ دی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

کد کنترل



726

A

صبح جمعه

۹۷/۱۲/۳

دفترچه شماره (۱)



«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»

امام خمینی (ره)

جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

سازمان سنجش آموزش کشور

## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمدد) - سال ۱۳۹۸

### رشته مهندسی صنایع - کد (۲۳۵۰)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

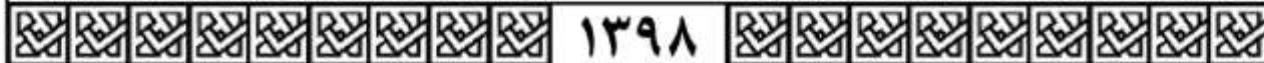
عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۱و۲) – تئوری احتمالات و آمار مهندسی – طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، نکثه و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای نهادی انتخاب خلیق و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخالفین بواهر مقررات رفتار نمی‌شود.



۱۳۹۸

## آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وبسایت پیاچ دی تست

# پیاچ دی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۳۵۰)

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

-۱ مدل زیر را در نظر بگیرید:

$$\min \frac{\mathbf{c}^T \mathbf{x} + d}{\mathbf{a}^T \mathbf{x} + b}$$

$$\text{s.t. } A\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$$

$$\mathbf{x} \in \{0,1\}^n$$

که در آن به ازای هیچ  $\mathbf{x}$  موجبه مخرج کسر صفر نخواهد شد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح است.

(۲) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل لزوماً قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط نیست.

(۳) با آزادسازی محدودیت عدد صحیح، این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی است.

(۴) این مدل قابل تبدیل به یک برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مخلوط است.

-۲ در مورد تابع محدب  $f$  با دامنه  $\mathbb{R}^n$ ، کدام مورد صحیح است؟

(۱)  $f$  تابعی پیوسته است، لکن می‌تواند مشتق‌پذیر نباشد.

(۲) نقطه کمینه‌کننده  $f$ ، در رابطه  $\nabla f(\mathbf{x}) = 0$  صدق می‌کند.

(۳)  $f$  تنها در یک نقطه کمینه می‌شود، اگر مقدار کمینه آن متناهی باشد.

(۴)  $f$  می‌تواند در چند نقطه کمینه شود، که مجموعه این نقاط لزوماً محدب نیست.

-۳ در مدلسازی یک مسئله لازم است شرایط زیر در مورد متغیر  $\mathbf{x}$  رعایت شود:

$$\mathbf{x} = \mathbf{a} \quad \text{یا} \quad \mathbf{b} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{c}$$

کدام دسته از محدودیتهای خطی زیر بیان کننده شرایط فوق هستند؟ ( $M$  یک عدد به اندازه کافی بزرگ است و

$$(a < b < c \geq 0) \quad \text{و} \quad y \in \{0,1\} \quad \text{و متغیر} \text{ هستند و می‌دانیم} \quad a < b < c \geq 0$$

$$x \leq a - My$$

$$x \leq a + My$$

$$x \geq a + My$$

$$x \geq a - My$$

$$x \geq b - M(y-1) \quad (۱)$$

$$x \geq b + M(1-y) \quad (۲)$$

$$x \leq c + M(y-1)$$

$$x \leq c - M(1-y)$$

$$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c \quad (۳)$$

$$x = ay + \lambda_1 b + \lambda_2 c \quad (۳)$$

$$y + \lambda_1 + \lambda_2 \leq 1$$

$$y + \lambda_1 + \lambda_2 = 1$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه مرکز) – کد (۲۳۵۰) ۷۲۶A

- ۴ محدوده تغییرات تابع  $f$  و  $g$  روی مجموعه  $S$  به ترتیب بازه‌های  $[a, b]$  و  $[a', b']$  است ( $a' > a$ ). در مورد مقدار بهینه مسئله زیر، کدام گزینه صحیح است؟

$$\begin{aligned} \min \frac{f(x)}{g(x)} \\ \text{s.t. } x \in S \end{aligned}$$

(۱) مقدار بهینه می‌تواند  $\frac{b}{a}$  باشد.

(۲) مقدار بهینه می‌تواند نامتناهی باشد.

(۳) مقدار بهینه می‌تواند  $\frac{b'}{a}$  باشد.

(۴) مقدار بهینه می‌تواند  $\frac{a}{b}$  باشد.

- در شکل زیر اطلاعات مورد نیاز و جواب بهینه یک مسئله حمل و نقل داده شده است. با توجه به این اطلاعات به سوالات ۵ و ۶ پاسخ دهید.

	۸	۶	۱۰	۹	
	۱۰	۲۵			
۹		۱۲	۱۳	۷	
۴۵			۵		
	۱۴	۹	۱۶	۵	
	۱۰			۳۰	
مقصد ۱		۲۰	۳۰	۳۰	
مقصد ۲		۴۵			
مقصد ۳					
مقصد ۴					

منبع ۱: ۳۵

منبع ۲: ۵۰

منبع ۳: ۴۰

- ۵ اگر هزینه ارسال یک واحد کالا از منبع ۱ به مقصد ۱ از ۸ به ۵ واحد کاهش یابد، مقدار بهینه تابع هدف مسئله جدید کدام است؟

(۱) ۹۹۰

(۲) ۹۹۵

(۳) ۱۰۰۵

(۴) ۱۰۲۰

- ۶ اگر میزان عرضه منبع ۳ و تقاضای مقصد ۱ به طور متناسب  $\theta$  واحد تغییر کند، دامنه تغییرات  $\theta$  برای اینکه جواب فعلی شدنی باقی بماند، کدام است؟

(۱)  $\theta \leq 10$

(۲)  $\theta \geq -25$

(۳)  $-10 \leq \theta \leq 5$

(۴)  $-45 \leq \theta \leq 10$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمکن) – کد (۲۳۵۰) – ۷۲۶A

-۷ ماتریس‌های  $A$  و  $B = C^T A C$  مربعی  $n \times n$  هستند. کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) اگر  $A$  نیمه‌معین مثبت باشد، آنگاه  $B$  نیز نیمه‌معین مثبت است.

(۲) اگر  $B$  نیمه‌معین مثبت باشد، آنگاه  $A$  نیز نیمه‌معین مثبت است.

(۳) با فرض آنکه  $C$  متقارن است،  $A$  نیمه‌معین مثبت است، اگر و فقط اگر  $B$  نیمه‌معین مثبت باشد.

(۴) با فرض آنکه  $C$  نیمه‌معین مثبت است،  $A$  نیمه‌معین مثبت است، اگر و فقط اگر  $B$  نیمه‌معین مثبت باشد.

-۸ دستگاه زیر را در نظر بگیرید:

$$x + y - z = 2$$

$$x - 2y + z = 3$$

$$x + y + (a^T - \delta)z = a + 4$$

کدام مورد صحیح است؟

(۱) به ازای تمام مقادیر  $a$ ، دستگاه یا جواب ندارد یا تنها یک جواب دارد.

(۲) به ازای تمام مقادیر  $a$ ، دستگاه حداقل یک جواب دارد.

(۳) اگر  $a = -2$ ، دستگاه بی‌نهایت جواب دارد.

(۴) اگر  $a = 2$ ، دستگاه بی‌نهایت جواب دارد.

-۹ کدام مجموعه محدب نیست؟

$$S = \{x, y \in \mathbb{R} : x^T + y^T \leq 5x\} \quad (1)$$

$$S = \{x, y \in \mathbb{R}, z \geq 0 : x^T + y^T \leq z^T\} \quad (2)$$

$$S = \{x, y \in \mathbb{R}, z > 0 : x^T \leq yz\} \quad (3)$$

$$S = \{x, y \in \mathbb{R}, z \geq 0 : x + y^T \leq z^T\} \quad (4)$$

-۱۰ برای اتصال  $n$  شهر تصمیم گرفته شده است که یک شبکه ریلی فراغیر با کمترین هزینه احداث شود.  $c_{ij}$  هزینه

ساخت راه آهن بین شهرهای  $i$  و  $j$  و  $x_{ij}$  متغیر تصمیمی است که مقدار ۱ امی‌گیرد. اگر شهرهای  $i$  و  $j$  به وسیله

راه آهن متصل شوند، کدام محدودیت به ازای هر  $X \subset V$  برای تکمیل مدل بهینه‌سازی متناظر این مسئله

تصمیم‌گیری، لازم است؟ ( $V$  مجموعه شهرها،  $X$  یک زیر مجموعه سره از  $V$  و  $X'$  مکمل  $X$  در  $V$  است).

$$\min \sum_{i, j \in V : i < j} c_{ij} x_{ij}$$

$$\text{s.t. } \sum_{i, j \in V : i < j} x_{ij} = n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, i, j \in V : i < j$$

$$\sum_{i, j \in X : i < j} x_{ij} \leq |X| - 1 \quad (1)$$

$$\sum_{i, j \in X : i < j} x_{ij} \geq 2 \quad (2)$$

$$\sum_{i \in X, j \in X' : i < j} x_{ij} + \sum_{i \in X, j \in X' : i > j} x_{ij} \leq |X| - 1 \quad (3)$$

$$\sum_{i \in X, j \in X' : i < j} x_{ij} + \sum_{i \in X, j \in X' : i > j} x_{ij} \geq 2 \quad (4)$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

-۱۱- جدول بهینه سیمپلکس مسئله LP آزادسازی شده یک برنامه‌ریزی عدد صحیح مخلوط، به صورت زیر است.

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$S_1$	$S_2$	RHS
$z$	۱	۲	۳۴	۰	$\frac{۳۲}{۳}$	۰	$\frac{۷}{۳}$	$\frac{۱۰}{۳}$	$\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲۵۳}{۳}$
$y_2$	۱	۱	۷	۰	$\frac{۱۱}{۳}$	۱	$-\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$	$-\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲۳}{۳}$
$x_4$	-۱	۰	-۳	۱	$-\frac{۱۳}{۳}$	۰	$\frac{۵}{۳}$	$-\frac{۱}{۳}$	$\frac{۲}{۳}$	$\frac{۲۳}{۳}$

که در آن  $y_3$  و  $x_4$  متغیرهای عدد صحیح هستند. با اضافه کردن برش گوهری مناسب به جدول سیمپلکس و انجام یک تکرار از روش سیمپلکس دوگان، به کدام پایه شدنی می‌رسیم و آیا همچنان نیاز به تولید و افزودن برش گوهری دیگری داریم؟

$$(y_2, x_4, x_1) = \left(\frac{22}{3}, 1, \frac{1}{3}\right) \quad (1)$$

$$\text{بله} \quad (y_2, x_4, x_1) = (8, 7, 1) \quad (2)$$

$$\text{بله} \quad (y_2, x_4, S_2) = (8, 7, 1) \quad (3)$$

$$(y_2, x_4, S_2) = \left(\frac{22}{3}, 1, \frac{1}{3}\right) \quad (4)$$

-۱۲- دو مسئله زیر را در نظر بگیرید:

P:  $\max V$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq V \quad j=1, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

$$x_i \geq 0, \quad i=1, \dots, n.$$

Q:  $\min W$

$$\text{s.t. } \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \leq W \quad i=1, \dots, n$$

$$\sum_{j=1}^m y_j = 1$$

$$y_j \geq 0, \quad j=1, \dots, m.$$

کدام گزینه برای جواب‌های موجه این مسائل همواره صادق است؟

$$\min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \right\} \geq \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \right\} \quad (1)$$

$$\min_{j=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \right\} \leq \max_{i=1, \dots, n} \left\{ \sum_{j=1}^m a_{ij} y_j \right\} \quad (2)$$

$$V > W \quad (3)$$

$$V < W \quad (4)$$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

- ۱۳- مدل بهینه‌سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min c^T x$$

$$\text{s.t. } Ax \geq b$$

یک جواب بهینه این مسئله  $x^*$  است. فرض کنید بردار  $c$  به بردار  $c'$  تغییر پیدا کند و در این صورت یک جواب بهینه مسئله  $x'$  باشد. کدام گزینه همواره صحیح است؟

(۱) ضرب داخلی  $x^* - c'$  و  $c - c'$  نامثبت است.

(۲) ضرب داخلی  $x^* - c'$  و  $c - c'$  نامنفی است.

(۳) جمع  $x^* - c$  و  $c - c'$  نامثبت است.

(۴) جمع  $x^* - c$  و  $c - c'$  نامنفی است.

- ۱۴- برای بیشینه‌سازیتابع مشتق‌بذری  $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ ، نقاط جستجو در یک الگوریتم عددی براساس  $x^{k+1} = x^k + t_k d^k$  تولید می‌شوند. درصورتی که بخواهیم در هر مرحله با انتخاب طول گام  $t_k$  مناسب تابع هدف حتماً بهبود یابد، جهت جستجو  $d^k$  در چه شرطی باید صدق کند؟

(۱)  $d^k$  و  $\nabla f(x^k)$  برهمنمود باشند.

(۲)  $d^k$  و  $\nabla f(x^k)$  زاویه منفرجه (باز) بسانند.

(۳)  $d^k$  و  $\nabla f(x^k)$  زاویه حاده (تند) بسانند.

(۴)  $d^k$  و  $\nabla f(x^k)$  در خلاف جهت هم باشند.

- ۱۵- برای انجام یک مأموریت پیچیده در یک سازمان فضایی، سه راه حل در قالب سه پروژه A، B و C دنبال می‌شود. در حال حاضر احتمال شکست هر یک از این پروژه‌ها به ترتیب، ۰/۶، ۰/۸ و ۰/۴ است. سازمان می‌خواهد احتمال شکست مأموریت را تا حد امکان کاهش دهد؛ لذا بودجه‌ای برای استخدام حداکثر دو دانشمند جدید و جذب آن‌ها در این ۳ پروژه تصویب کرده است. در جدول زیر اثر اضافه کردن دانشمندان بر احتمال شکست هریک از پروژه‌ها مشخص شده است. در این صورت احتمال پیروزی سازمان در بهترین حالت چقدر خواهد بود؟

تعداد دانشمندان	پروژه	A	B	C
۰	۰/۶	۰/۸	۰/۴	
۱	۰/۴	۰/۵	۰/۲	
۲	۰/۲	۰/۳	۰/۱۵	

(۱) ۰/۹۲      (۲) ۰/۹۲۸      (۳) ۰/۹۳۶      (۴) ۰/۹۴

- ۱۶- سه کلاس هر کدام با ۱۲ دانشآموز را در نظر بگیرید. می‌خواهیم یک گروه سه نفری به تصادف از این سه کلاس انتخاب کنیم. اگر دو دانشآموز از یک کلاس و یک دانشآموز از کلاس‌های دیگر باشد، تعداد انتخاب‌ها کدام است؟

(۱) ۲۵۷۴

(۲) ۲۷۵۴

(۳) ۴۵۷۲

(۴) ۴۷۵۲

# پیاچ دی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۷

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) – کد (۲۳۵۰)

- ۱۷ - فرض کنید  $20\%$  از شهر A، به علت یک غفلت شرکتی در معرض ماده شیمیایی خطرناک Z قرار گرفته‌اند. احتمال ابتلا به سرطان پانکراس  $P = 0.0001$  است که با قرار گرفتن در معرض ماده Z،  $4$  برابر می‌شود. فردی از شهر A به سرطان پانکراس مبتلا شده است. احتمال اینکه او در معرض ماده Z قرار گرفته باشد، کدام است؟

- (۱)  $0.20$   
(۲)  $0.50$   
(۳)  $0.75$   
(۴)  $0.80$

- ۱۸ - فرض کنید  $\{A_k\}_{k=1}^{\infty}$  دنباله‌ای از پیشامدهای مستقل باشد، شرط  $B = \bigcup_{k=1}^{\infty} A_k$  باشد. اگر  $P(A_k) = P_k$  است. لازم و کافی برای اینکه  $P(B) = 1$  باشد، کدام است؟

$$\sum_{k=1}^{\infty} \ln(1 - P_k) = -\infty \quad (1)$$
$$\sum_{k=1}^{\infty} \ln(1 - P_k) = 0 \quad (2)$$
$$\prod_{k=1}^{\infty} (1 - P_k) = 1 \quad (3)$$
$$\prod_{k=1}^{\infty} P_k = 1 \quad (4)$$

- ۱۹ - تابع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر داده شده است. مقدار c کدام است؟

$$f_X(r) = P(X=r) = \begin{cases} c \frac{\binom{n}{r}}{r+1}, & r=0, 1, \dots, n \\ 0, & \text{سایر جاهای} \end{cases}$$

- (۱)  $c = \frac{n}{r^{n+1} - 1}$   
(۲)  $c = \frac{n+1}{r^{n+1}}$   
(۳)  $c = \frac{n+1}{r^n - 1}$   
(۴)  $c = \frac{n+1}{r^{n+1} - 1}$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۸

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

- ۲۰- تابع توزیع متغیر تصادفی  $X$  به صورت زیر داده شده است. مقدار  $P(\frac{1}{2} < X < \frac{5}{2})$  کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x^2}{4} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{3}{4} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x+1}{4} & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

- $\frac{3}{8}$  (۱)
- $\frac{5}{8}$  (۲)
- $\frac{6}{8}$  (۳)
- $\frac{7}{8}$  (۴)

- ۲۱- فرض کنید  $X$  و  $Y$  متغیرهای تصادفی به ترتیب درآمد و هزینه یک خانوار در یک شهر و دارای توزیع دو متغیره

نرمال با پارامترهای  $\mu_1 = 25$ ,  $\mu_2 = 35$ ,  $\sigma_1^2 = 4$ ,  $\sigma_2^2 = 16$  و ضریب همبستگی  $r_{X,Y} = \frac{17}{32}$  هستند. اگر

$Z = 3X - 2Y$  پس انداز خانوار باشد، مقدار  $P(-2 < Z < 19)$  کدام است؟

- ۱/۱۸۸۵ (۱)
- ۰/۸۱۵۸ (۲)
- ۰/۸۱۸۵ (۳)
- ۰/۸۸۱۵ (۴)

- ۲۲- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی از توزیعی با چگالی زیر باشد. مقدار  $E(X)$  کدام است؟

$$f(x) = \begin{cases} (\frac{1}{4})^{x+1} & x = 1, 2, \dots \\ x & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{سایر جاهای} \end{cases}$$

- $\frac{1}{3}$  (۱)
- $\frac{4}{3}$  (۲)
- $\frac{5}{3}$  (۳)
- $\frac{7}{3}$  (۴)

# پیاچ دی تست: نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۹

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

- ۲۳- فرض کنید  $E(Y | X = x \sim B(x, p))$  باشد. مقدار  $E(Y)$  کدام است؟

(۱)  $\lambda p$

(۲)  $xp$

(۳)  $\frac{\lambda}{p}$

(۴)  $\frac{x}{p}$

- ۲۴- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  به صورت زیر است. اگر تعریف کنیم  $E(X | B)$  مقدار  $E(X | B) = \{(x, y); 0 < x + y < 1\}$  کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2, & 0 < x < y < 1 \\ 0, & \text{سایر جاهای} \end{cases}$$

(۱)  $\frac{1}{2}$

(۲)  $\frac{2}{3}$

(۳)  $\frac{3}{4}$

(۴)  $1$

- ۲۵- فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای توزیع احتمال دو جمله‌ای با پارامترهای  $n$  و  $p$  است. مقدار

$$\text{cov}\left(\frac{X}{n}, \frac{n-X}{n}\right)$$

(۱)  $\frac{1-p}{n}$

(۲)  $\frac{p(1-p)}{n}$

(۳)  $\frac{p(1-p)}{n}$

(۴)  $\frac{-p(1-p)}{n}$

- ۲۶- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(0, 1)$  است. اگر برای هر  $r \leq n$  باشد،  $S_r = \sum_{i=1}^r X_i$  مقدار  $\text{corr}(S_r, S_n)$  کدام است؟

(۱)  $\frac{r}{n}$

(۲)  $\sqrt{\frac{r}{n}}$

(۳)  $\frac{\sqrt{r}}{n}$

(۴)  $\frac{r}{\sqrt{n}}$

# پیاچ دی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۰

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

- ۲۷ فرض کنید  $\gamma(\theta) = (\theta - 1)\sqrt{\theta + 1}$  یافته‌های یک نمونه تصادفی از توزیع  $(\theta, \theta)$  باشد. برآورد  $\theta$  باشد. به روش ماکریم درستنمایی کدام است؟

۱)  $\circ$

۲)  $4\sqrt{6}$

۳)  $\wedge$

۴)  $21$

- ۲۸ فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(\mu, \sigma^2)$  باشد، که در آن هر دو پارامتر  $\mu$  و  $\sigma^2$  مجهول هستند. اگر  $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum (X_i - \bar{X})^2$  و  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$  کدام است؟

۱)  $\bar{X} + \frac{1}{n} S^2$

۲)  $\bar{X} + \frac{1}{n}$

۳)  $\bar{X} - \frac{1}{n} S^2$

۴)  $\bar{X} - \frac{1}{n}$

- ۲۹ فرض کنید  $X$  دارای توزیعی با یکی از تابع چگالی احتمال‌های زیر باشد.

$$f_0(x) = \frac{3}{64}x^2 \quad 0 < x < 4 ; \quad f_1(x) = \frac{3}{16}\sqrt{x} \quad 0 < x < 4$$

برای آزمون فرض  $H_0: f = f_0$  در مقابل  $H_1: f = f_1$ ، اگر ناحیه بحرانی به فرم  $\{x : \frac{f_1(x)}{f_0(x)} > k\}$  باشد، مقدار  $k$  در

سطح  $\alpha = 0.05$  کدام است؟

۱)  $\sqrt{5}$

۲)  $\sqrt{3}$

۳)  $2$

۴)  $3$

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۱

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) – کد (۲۳۵۰) – ۷۲۶A

- ۳۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده  $y = \alpha + \beta x + \epsilon$ , براساس یافته‌های یک نمونه تصادفی، خلاصه اطلاعات زیر حاصل شده است. مقدار  $(\hat{\alpha}, \hat{\beta}, SSE)$  کدام است؟ (SSE: مجموع مربعات خطأ)

$$\sum_{i=1}^{25} x_i = 75, \quad \sum_{i=1}^{25} y_i = 100, \quad S_x^T = \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})^T = 16, \quad S_y^T = \sum_{i=1}^{25} (y_i - \bar{y})^T = 66$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^{25} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 32$$

(۲, ۲, ۲) (۱)

(۲, -۲, ۲) (۲)

(-۲, ۲, ۲) (۳)

(-۲, -۲, ۲) (۴)

- ۳۱- در صورتی که از آزادسازی لاگرانژ به منظور حل مسئله P - میانه استفاده شود و یکی از محدودیت‌های آن به صورت زیر با ضریب  $\lambda$  به تابع هدف منتقل گردد، آنگاه حل مسئله لاگرانژ منجر به یافتن کدام‌یک از کران‌های مسئله شده و به منظور یافتن بهترین مقدار مسئله لاگرانژ، نوع تابع هدف چه خواهد بود؟

$$h = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} d_j c_{ij} x_{ij} + \sum_{j \in J} \lambda_j (1 - \sum_{i \in I} x_{ij})$$

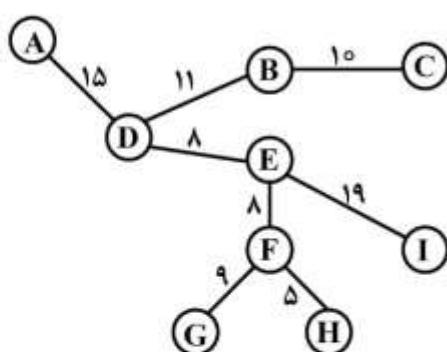
(۱) کران پایین، min max

(۲) کران پایین، max min

(۳) کران بالا، min max

(۴) کران بالا، max min

- ۳۲- در صورتی که یک تسهیل اورزانسی بخواهد به منظور سرویس‌دهی مراکز جمعیتی موجود بر روی شبکه زیر ایجاد شود، اختلاف مقادیر بهینه تابع هدف مسائل vertex 1-center و absolute 1-center چقدر است؟



۲ (۱)

۳ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)

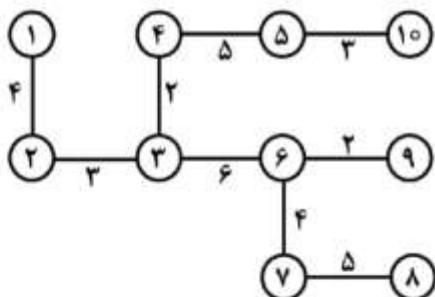
# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۲

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تم مرکز) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

- ۳۳- یک دستگاه گران قیمت به وسیله ۱۰ بیمارستان در یک منطقه پر جمعیت مورد استفاده قرار عی‌گیرد. دستگاه مذکور در یکی از بیمارستان‌ها یا بر روی یال‌های بین آن‌ها مستقر خواهد شد و در صورت نیاز به سایر بیمارستان‌ها ارسال می‌گردد. هدف، انتخاب محل استقرار دستگاه است به‌گونه‌ای که مجموع فواصل حمل دستگاه از مکان استقرار به سایر بیمارستان‌ها، کمینه گردد. میزان استفاده از دستگاه توسط بیمارستان‌های مختلف در جدول زیر و همچنین فاصله بین بیمارستان‌ها در شبکه زیر نشان داده است. به ازای چه مقداری از W محل بهینه قرارگیری تسهیل بر روی گره‌های ۳ یا ۶ یا یال (۳-۶) قرار خواهد گرفت؟

بیمارستان	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	W	تفاضا
	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱		
	۴	۱۵	۱۸	۱۶	۴	۵	۹	۷	۱۰	W		



- (۱) ۱۴  
 (۲) ۱۶  
 (۳) ۱۸  
 (۴) ۲۰

- ۳۴- به‌منظور پوشش رسانی حداقلی به ۱۵ مرکز جمعیتی، مقرر شده است در هفت مکان کاندید دکل مخابراتی ایجاد گردد. اطلاعات مرتبط با نواحی تحت پوشش مکان‌های کاندید به همراه هزینه احداث دکل در این مکان‌ها به صورت زیر داده شده است. در صورتی که بودجه ایجاد دکل از ۵ به ۶ تغییر یابد، درصد تفاضل پوشش داده شده چقدر تغییر خواهد یافت؟

منطقه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵
جمعیت	۵	۱۵	۱۰	۲۰	۱۵	۵	۲۵	۱۰	۲۰	۱۵	۵	۱۵	۱۰	۱۰	۲۰

محل کاندیدا	حوزه پوشش	هزینه احداث
۱	۱,۲	۳/۶
۲	۲,۳,۵	۲/۳
۳	۱,۷,۹,۱۰	۴/۱
۴	۴,۶,۸,۹	۳/۱۵
۵	۶,۷,۹,۱۱	۲/۸
۶	۵,۷,۱۰,۱۲,۱۴	۲/۶۵
۷	۱۲,۱۳,۱۴,۱۵	۳/۱

- (۱) ۳۰  
 (۲) ۲۰  
 (۳) ۱۵  
 (۴) ۱۰

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) - کد (۲۳۵۰) ۷۲۶A

- ۳۵- پنج مکان کاندید برای استقرار مراکز اورژانس مشخص شده است. مراکز اورژانس احتمالی باید به ۵ ناحیه جمعیتی سرویس دهند. زمان سفر بین مکان‌های پیشنهادی و نواحی جمعیتی و همچنین حداکثر زمان مجاز برای سرویس دهی به هر یک از نواحی جمعیتی، به شرح زیر است. هدف، احداث کمینه تعداد مراکز اورژانس است به نحوی که به تمام نواحی جمعیتی سرویس دهی شود. کدام‌یک از ترکیبات زیر به عنوان جواب موجه قابل پذیرش است؟

		مکان کاندید					
		A	B	C	D	E	زمان پوشش
تعداد نواحی	۱	۱۰۵	۱۱۵	۹۵	۱۵۰	۱۴۵	۱۲۰
	۲	۷۰	۸۰	۱۱۰	۱۱۰	۸۰	۹۰
	۳	۸۵	۱۳۰	۸۰	۷۰	۱۰۰	۹۰
	۴	۱۵۵	۱۶۰	۹۵	۱۰۵	۱۴۵	۱۲۰
	۵	۱۸۰	۹۰	۱۴۰	۱۳۰	۱۰۰	۱۱۰

- ۳۶- یک سیستم تولید سلولی را در نظر بگیرید که اطلاعات قطعه - ماشین آن به صورت جدول زیر است. با استفاده از ضریب تشابه با حد آستانه ۰,۶۵، تشکیل خانواده قطعات چگونه است؟

ماشین							
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
قطعه	۱	۱	۰	۰	۱	۰	۱
	۲	۰	۱	۱	۰	۱	۰
	۳	۰	۰	۰	۱	۰	۱
	۴	۰	۱	۱	۰	۰	۰
	۵	۰	۰	۱	۰	۰	۰
	۶	۰	۱	۰	۰	۱	۰

- ۳۷- فرض کنید یک آمبولانس، وظیفه خدمت‌رسانی به پنج ناحیه جمعیتی را دارد. چنانچه محل نواحی جمعیتی، بعد از دوران ۴۵ درجه به صورت  $(1, 5, 1, P_1(5, 1), P_2(9, 1), P_3(12, -6), P_4(14, -2))$  و با فرض آنکه  $P_{ij} = g_i$  (فاصله ناحیه جمعیتی  $i$  تا نزدیکترین بیمارستان متناظر) باشد، مختصات اولیه (غیر دوران یافته) ناحیه پنجم، کدام است؟ حداقل فاصله محل بهینه قرارگیری آمبولانس از هر ناحیه برابر با ۵ فرض شود.

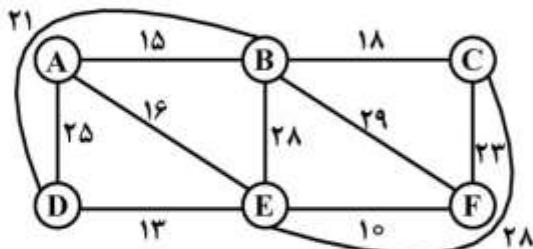
- (۱) (۱۵, -۵)
- (۲) (۵, ۵)
- (۳) (۱۰, ۵)
- (۴) (۱۰, ۱۰)

# پیاچدی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۵۰) – ۷۲۶A

- ۳۸- شبکه زیر را در نظر بگیرید که از ۶ نقطه تقاضا تشکیل شده است. اگر هزینه قرارگیری تسهیلات در تمامی گره‌ها یکسان فرض شود، حداقل تعداد تسهیلات مورد نیاز برای پوشش کامل مشتریان و تعداد جواب‌های مستقله بهتر ترتیب کدام است؟ (شعاع پوشش را برابر با ۲۵ فرض کنید)

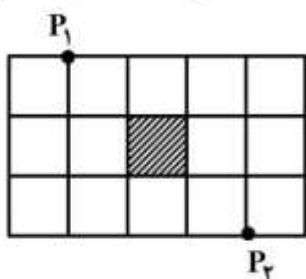


- (۱) ۲ تسهیل و ۷ جواب
- (۲) ۲ تسهیل و ۸ جواب
- (۳) ۳ تسهیل و ۷ جواب
- (۴) ۳ تسهیل و ۸ جواب

- ۳۹- چنانچه در یک مسئله تخصیص تعیین یافته بخواهیم ۵ کالا را در یک انبار به ابعاد  $5 \times 6 \times 5$  قرار دهیم؛ به طوری که مجموع قفسه‌های موردنیاز برای همه انواع کالاهای برابر با ۲۸ باشد، در این صورت در مدل برنامه‌ریزی خطی توسعه‌داده شده، چه تعداد متغیر و چه تعداد محدودیت خواهیم داشت؟

- (۱) ۲۶, ۱۲۰
- (۲) ۳۳, ۱۴۰
- (۳) ۳۵, ۱۵۰
- (۴) ۳۶, ۱۸۰

- ۴۰- فرض کنید انباری دارای دو درب در نقاط  $P_1$  و  $P_2$  و قفسه‌هایی با ابعاد  $1 \times 1$  است. می‌خواهیم دو کالای A و B را که هر کدام به ترتیب به ۸ و ۷ بلوك نیاز دارد، استقرار دهیم. میزان رفت و آمد از درب (۱) برای کالاهای A و B به ترتیب برابر با ۱۰۰ و ۵۰ واحد و از درب (۲) برای هر کدام از دو کالا به ترتیب برابر با ۲۰۰ و ۱۰۰ واحد است. اگر فرض کنیم ارتباطات در طول راهروهای عمود بر هم صورت می‌گیرد، در قفسه مشخص شده کدام کالا قرار می‌گیرد و هزینه آن چقدر است؟



- (۱) ۳ و A
- (۲) ۶ و A
- (۳) ۳ و B
- (۴) ۶ و B

- ۴۱- چهار ماشین موجود در مکان‌های  $P_1$  تا  $P_4$  قرار دارد. مکان بهینه یک ماشین جدید با فاصله مجدد مستقیم با مختصات  $(6, 10) = \bar{P}$  تعیین شده است. اگر به جای  $\bar{P}$ ، نقطه  $\bar{Q}$  به عنوان مکان جدید دیگری در نظر بگیریم، آنگاه مقدار افزایش درتابع هدف چقدر خواهد بود؟ (فرض کنید شعاع فاصله (اقلیدوسی) از  $\bar{P}$  به اندازه ۳ واحد بوده و میزان ارتباطات میان ماشین‌های موجود به ترتیب  $W_1 = W_2 = 3$ ،  $W_3 = 2$  و  $W_4 = 1$  است).

- (۱) ۳۰
- (۲) ۹۰
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۱۶۹

# پیاچ دی تست: نخستین وبسایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

- ۴۲- تعداد معینی ماشین در یک سالن تولیدی قرار دارد. قرار است که یک ماشین جدید با مختصات  $(x, y)$  مکان یابی شود. اگر تابع هزینه حمل و نقل به صورت زیر باشد، آنگاه تعداد ماشین‌های موجود در سالن و مجموع مقادیر  $x$  و  $y$  چقدر خواهد بود؟

$$f(x,y) = 6|x-5| + 3|x-0| + 4|x-2| + 2|x-7| + 4|y-3| + 7|y-5| + 4|y-4|$$

۹ و ۴ (۱)

۱۱ و ۴ (۲)

۹ و ۵ (۳)

۱۱ و ۵ (۴)

- ۴۳- رابطه  $P_k(a)$  در کدام الگوریتم به کار می‌رود؟

$$P_k(a) = \sum_{j=1}^n w_{kj} d(a(k), a(j))$$

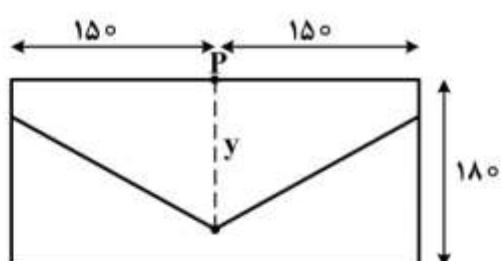
۱) الگوریتم VNZ

۲) الگوریتم 2-opt

۳) الگوریتم ابتکاری ساخت جواب اولیه

۴) الگوریتم جایه‌جایی زوجی با تدبیر شیب

- ۴۴- انباری با ابعاد  $180 \times 300$  متر مربع را در نظر بگیرید که در ربع سوم و چهارم مختصات واقع است و یک بارانداز در مبدأ قرار دارد. قرار است یک قلم کالا با مساحت  $25500$  مترمربع به صورت فله‌ای در انبار نگهداری شود. با فرض پله‌ای بودن نوع فاصله، مقدار  $y$  در چیدمان بهینه کدام است؟



۱) قطعاً کمتر از  $150$

۲) قطعاً کمتر از  $160$

۳)  $150$

۴)  $160$

- ۴۵- در نظر است یک مسئله مکان یابی و تخصیص با پنج تسهیل موجود و تسهیلات جدید یکسان را حل کنیم. متغیرهای تصمیم موردنظر،  $Z_{ij}$  (تخصیص تسهیل جدید  $j$  به تسهیل موجود  $i$ ) و  $(x_j, y_j)$  محل قرارگیری تسهیل جدید  $j$  می‌باشند. در یکی از قدم‌های روش ابتکاری حل، تعداد تسهیلات جدید  $3$  در نظر گرفته شده است. در این صورت چند حالت برای تخصیص تسهیلات موجود به جدید لازم است بررسی شوند (تعداد ترکیبات مربوط به  $Z_{ij}$ )؟

۷ (۱)

۱۴ (۲)

۲۵ (۳)

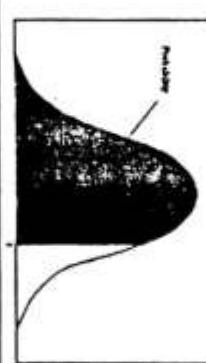
۵۰ (۴)

# پی اچ دی تست: نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

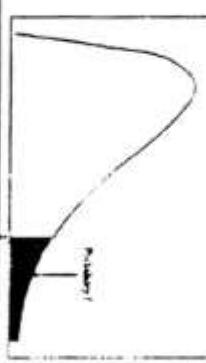
صفحه ۱۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۳۵۰) - ۷۲۶A

مقطع زیر منحنی فرمول استاندارد										
$Z$	0.0	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	-5000	-5040	-5080	-5120	-5160	-5199	-5239	-5279	-5319	-5359
0.1	-5398	-5438	-5478	-5517	-5557	-5596	-5636	-5675	-5714	-5753
0.2	-5793	-5832	-5871	-5910	-5948	-5987	-6026	-6064	-6103	-6141
0.3	-6179	-6217	-6253	-6291	-6331	-6368	-6406	-6443	-6480	-6517
0.4	-6554	-6591	-6628	-6664	-6700	-6736	-6772	-6808	-6844	-6879
0.5	-6913	-6950	-6983	-7019	-7054	-7088	-7123	-7157	-7190	-7224
0.6	-7257	-7291	-7324	-7357	-7389	-7422	-7454	-7486	-7517	-7549
0.7	-7580	-7611	-7642	-7673	-7704	-7734	-7764	-7794	-7823	-7852
0.8	-7881	-7910	-7939	-7967	-7995	-8023	-8051	-8078	-8106	-8133
0.9	-8159	-8186	-8212	-8238	-8264	-8289	-8315	-8340	-8365	-8389
1.0	-8413	-8443	-8461	-8485	-8508	-8531	-8554	-8577	-8599	-8621
1.1	-8643	-8665	-8686	-8708	-8720	-8749	-8770	-8790	-8810	-8830
1.2	-8849	-8869	-8888	-8907	-8925	-8944	-8962	-8980	-8997	-9015
1.3	-9012	-9049	-9066	-9082	-9099	-9115	-9131	-9147	-9162	-9177
1.4	-9192	-9207	-9222	-9236	-9251	-9265	-9279	-9292	-9306	-9319
1.5	-9312	-9343	-9357	-9370	-9382	-9394	-9406	-9418	-9429	-9441
1.6	-9452	-9461	-9474	-9484	-9495	-9505	-9515	-9525	-9535	-9545
1.7	-9554	-9564	-9573	-9582	-9591	-9599	-9608	-9616	-9625	-9633
1.8	-9641	-9649	-9656	-9664	-9671	-9678	-9686	-9693	-9699	-9706
1.9	-9713	-9718	-9726	-9732	-9738	-9744	-9750	-9756	-9761	-9767
2.0	-9777	-9783	-9788	-9793	-9798	-9803	-9808	-9812	-9817	-9821
2.1	-9821	-9826	-9830	-9834	-9842	-9850	-9854	-9857	-9861	-9865
2.2	-9861	-9864	-9868	-9871	-9875	-9878	-9881	-9884	-9887	-9890
2.3	-9893	-9894	-9896	-9898	-9901	-9904	-9906	-9909	-9911	-9913
2.4	-9918	-9920	-9922	-9925	-9927	-9929	-9931	-9932	-9934	-9936
2.5	-9948	-9941	-9943	-9945	-9946	-9948	-9949	-9951	-9952	-9953
2.6	-9953	-9955	-9956	-9957	-9959	-9960	-9961	-9962	-9963	-9964
2.7	-9965	-9966	-9967	-9968	-9969	-9970	-9971	-9972	-9973	-9974
2.8	-9974	-9973	-9977	-9977	-9978	-9979	-9980	-9981	-9981	-9982
2.9	-9981	-9982	-9983	-9984	-9984	-9985	-9985	-9986	-9986	-9987
3.0	-9987	-9987	-9988	-9988	-9989	-9989	-9990	-9990	-9990	-9991
3.1	-9990	-9991	-9991	-9992	-9992	-9993	-9993	-9993	-9993	-9994
3.2	-9993	-9993	-9994	-9994	-9994	-9995	-9995	-9995	-9995	-9996
3.3	-9995	-9995	-9996	-9996	-9996	-9996	-9996	-9996	-9997	-9997
3.4	-9997	-9997	-9997	-9997	-9997	-9997	-9997	-9997	-9997	-9998



مقادیر بحرانی توزیع کای کوئی										
$\alpha$	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005		
1	4E-5	0.0001	0.0009	0.0019	3.8414	5.0238	6.6140	7.473		
2	0.010	0.0201	0.0405	0.0725	5.9914	7.3777	9.2101	10.596		
3	0.01148	0.02158	0.03518	0.0518	7.8147	9.1484	11.134	12.936		
4	0.0206	0.03971	0.06844	0.10107	9.4877	11.143	13.276	14.860		
5	0.0411	0.05843	0.08312	0.11454	11.070	12.812	15.096	16.749		
6	0.0735	0.09720	0.12373	0.15153	12.591	14.449	16.811	18.547		
7	0.0989	0.1390	0.16773	0.19677	14.067	16.012	18.475	20.277		
8	0.1344	0.16465	0.19797	0.23326	15.507	17.534	20.060	21.954		
9	0.1734	0.20879	0.27003	0.32521	19.022	21.665	23.569			
10	0.2153	0.25832	0.32469	0.38757	20.483	23.296	25.158			
11	0.2603	0.30534	0.37458	0.43745	21.920	24.714	26.756			
12	0.3073	0.35705	0.42037	0.47740	21.975	23.316	26.716	28.296		
13	0.3563	0.40699	0.46877	0.52887	21.925	23.755	26.658	29.916		
14	0.4074	0.46604	0.52877	0.58706	21.684	24.118	26.748			
15	0.4600	0.52293	0.58212	0.64211	21.291	23.746	26.296			
16	0.5177	0.58077	0.64122	0.70176	20.966	23.485	26.996	28.845		
17	0.5697	0.64077	0.70175	0.76175	20.617	23.037	25.537	27.718		
18	0.6274	0.69367	0.75369	0.81369	20.269	22.687	25.187	27.396		
19	0.6843	0.75327	0.81327	0.87327	20.117	22.512	25.012	27.212		
20	0.7433	0.80504	0.86504	0.92504	19.859	22.258	24.758	27.058		
21	0.8013	0.85772	0.91772	0.97772	19.591	21.993	24.493	26.793		
22	0.8442	0.94724	10.192	12.138	19.324	21.734	24.135	26.538		
23	0.9260	10.195	11.688	13.090	19.172	21.075	23.475	25.875		
24	1.0117	10.117	11.510	12.913	19.156	20.916	23.316	25.716		
25	1.052	11.523	12.812	14.611	19.653	21.453	23.853	26.253		
26	1.123	12.721	14.811	16.611	20.653	22.453	24.853	27.253		
27	1.171	12.074	14.264	16.064	20.006	21.806	24.206	26.606		
28	1.221	11.508	13.698	15.498	19.908	21.698	24.098	26.498		
29	1.270	11.040	13.230	15.030	19.319	21.019	23.419	25.819		
30	1.315	12.706	14.896	16.796	20.056	21.856	24.256	26.656		



مقادیر بحرانی توزیع کای کوئی										
$\alpha$	.995	.990	.975	.950	.050	.025	.010	.005		
27	11.51	12.773	15.478	18.478	21.920	24.714	27.713	30.703	33.773	36.743
28	12.46	13.723	16.427	19.427	22.869	25.673	28.673	31.673	34.673	37.673
29	13.42	14.783	17.487	20.487	23.929	26.733	29.733	32.733	35.733	38.733
30	14.37	15.733	18.437	21.437	24.879	27.683	30.683	33.683	36.683	39.683
31	15.32	16.683	19.387	22.387	25.829	28.633	31.633	34.633	37.633	40.633
32	16.27	17.633	20.337	23.337	26.779	29.583	32.583	35.583	38.583	41.583
33	17.22	18.583	21.287	24.287	27.729	30.533	33.533	36.533	39.533	42.533
34	18.17	19.533	22.237	25.237	28.679	31.483	34.483	37.483	40.483	43.483
35	19.12	20.483	23.187	26.187	29.629	32.433	35.433	38.433	41.433	44.433
36	20.07	21.433	24.137	27.137	30.579	33.383	36.383	39.383	42.383	45.383
37	21.02	22.383	25.087	28.087	31.529	34.333	37.333	40.333	43.333	46.333
38	21.97	23.333	26.037	29.037	32.479	35.283	38.283	41.283	44.283	47.283
39	22.92	24.293	26.997	30.997	34.439	37.243	40.243	43.243	46.243	49.243
40	23.87	25.253	27.957	30.957	34.400	37.204	40.204	43.204	46.204	49.204
41	24.82	26.223	28.927	31.927	35.369	38.173	41.173	44.173	47.173	50.173
42	25.77	27.193	30.897	33.897	37.339	40.143	43.143	46.143	49.143	52.143
43	26.72	27.663	31.367	34.367	37.809	40.613	43.613	46.613	49.613	52.613
44	27.67	28.533	32.237	35.237	38.679	41.483	44.483	47.483	50.483	53.483

