

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری



275E

کد کنترل

275

E

دفترچه شماره (۱)
صبح جمعه
۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) – سال ۱۳۹۹

رشته فیزیک – کد (۲۲۳۸)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سوال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: مکانیک کوانتومی و مکانیک کوانتومی پیشرفته – الکترومغناطیس و الکترودینامیک – ترمودینامیک و مکانیک آماری پیشرفته ۱	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تعلیمی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخالفین برای مقرورات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۲۳۸) – ۲۷۵E

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

۱- دو عملگر \hat{A} و \hat{B} دارای خاصیت $\hat{B}f(q) = f(-q)$ و $\hat{A}f(q) = f(q + \ell)$ هستند. حاصل

$$\exp(\hat{A} \hat{B} \hat{A}^\dagger \hat{B} \hat{A})f(q)$$

$$e^{\frac{q}{\ell}} f(q) \quad (1)$$

$$e^{-\frac{q}{\ell}} f(q) \quad (2)$$

$$e^{\frac{q}{\ell}} f(q) \quad (3)$$

$$e^{-\frac{q}{\ell}} f(q) \quad (4)$$

۲- معادله شرودینگر مستقل از زمان برای ذرهای به جرم m در پتانسیل $V(\vec{r})$ در فضای تکانه بر حسب

$$V(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi\hbar)^3} \int V(\vec{r}) e^{\frac{i\vec{p}\cdot\vec{r}}{\hbar}} d^3r$$

$$\frac{P^r}{\gamma m} \phi(\vec{p}) + \iint V(\vec{p}') e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}'-\vec{p})\cdot\vec{r}} \phi(\vec{p}') d^3r d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (1)$$

$$\frac{P^r}{\gamma m} \phi(\vec{p}) + \int \int V(\vec{p}' - \vec{p}) e^{-\frac{i}{\hbar}(\vec{p}'-\vec{p})\cdot\vec{r}} \phi(\vec{p}') d^3r d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (2)$$

$$\frac{P^r}{\gamma m} \phi(\vec{p}) + \int V(\vec{p}' - \vec{p}) \phi(\vec{p}') d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (3)$$

$$\frac{P^r}{\gamma m} \phi(\vec{p}) + \int V(\vec{p}' - \vec{p}) \phi(\vec{p}') d^3p' = E \phi(\vec{p}) \quad (4)$$

۳- هامیلتونی دستگاهی به صورت $H = \frac{1}{2} a^\dagger a + \frac{1}{2} b^\dagger b + \frac{1}{2} (a^\dagger b + b^\dagger a)$ است. عملگرهای a و b در روابط

جبهه جاگری $[a, a^\dagger] = [b, b^\dagger] = 1$ و $[a, b] = [b, a^\dagger] = 0$ و $\{a, a^\dagger\} = \{b, b^\dagger\} = 0$ صدق

می کنند. اگر عملگر $N = a^\dagger a + b^\dagger b$ تعریف شود، در تصویر هایزنبیرگ حاصل $\frac{dN}{dt}$ کدام است؟

(۱) صفر

$$\frac{i}{\hbar} (a^\dagger b + b^\dagger a) \quad (2)$$

$$\frac{+i}{\hbar} (a^\dagger a b^\dagger b) \quad (3)$$

$$\frac{i}{\hbar} (a^\dagger b - b^\dagger a) \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۲۳۸) – ۲۷۵E

۴ هامیلتونی یک دستگاه کوانتومی به شکل $H = \hbar\omega(a^\dagger a + \frac{1}{2}) + \hbar\Omega(a^\dagger + a)$ است که در آن ω و Ω ضرایبی

مثبت هستند و a, a^\dagger عملگر I که $b = a + \gamma$ ضریبی حقیقی و ثابت و I عملگر واحد است، چنان تعريف می‌شود که هامیلتونی به شکل $H = \hbar\omega b^\dagger b + \beta I$ درآید. مقدار ضریب‌های γ و β کدامند؟

$$\beta = \hbar\left(\frac{\omega + \Omega^r}{2}\right), \gamma = \frac{\Omega^r}{\omega} \quad (1)$$

$$\beta = \hbar\left(\frac{\omega + \Omega^r}{2}\right), \gamma = -\frac{\Omega^r}{\omega} \quad (2)$$

$$\beta = \hbar\left(\frac{\omega - \Omega^r}{2}\right), \gamma = \frac{\Omega^r}{\omega} \quad (3)$$

$$\beta = \hbar\left(\frac{\omega - \Omega^r}{2}\right), \gamma = -\frac{\Omega^r}{\omega} \quad (4)$$

۵ یک ذره با اسپین $\frac{1}{2}$ با مامان مغناطیسی μ در میدان مغناطیسی وابسته به زمان $(\vec{B}(t))$ که در راستای z است قرار

می‌گیرد. اگر در لحظه $t = 0$ بردار حالت ذره \hat{n} که اندازه‌گیری اسپین در آن راستا در باشد، راستای \hat{n} را در مختصات کروی مشخص می‌کند.

لحظه دلخواه $t > 0$ مقدار $\theta = \alpha + \frac{\hbar}{\mu} B(t)$ را نتیجه دهد، کدام است؟ (θ و ϕ راستای \hat{n} را در مختصات کروی مشخص می‌کنند).

$$\theta = \alpha, \phi = \beta + \frac{\hbar\mu}{\mu} B(t) \quad (1)$$

$$\theta = \alpha, \phi = \beta + \frac{\hbar\mu}{\hbar} \int_0^t B(t') dt' \quad (2)$$

$$\theta = \alpha, \phi = \beta + \frac{\mu}{\hbar} B(t) \quad (3)$$

$$\theta = \alpha, \phi = \beta + \frac{\mu}{\hbar} \int_0^t B(t') dt' \quad (4)$$

۶ ذره‌ای به جرم m درون استوانه‌ای به شعاع a و ارتفاع L محبوس است. در دستگاه مختصاتی که محور z منطبق بر محور استوانه و مبدأ مختصات منطبق بر مرکز قاعده پایین استوانه باشد،تابع موج ذره در مختصات استوانه‌ای کدام است؟ (A) ضریب بهنجارش، $J_m(x)$ و $N_m(x)$ توابع بسل و نوبیمن مرتبه m و k_{mv} برابر با v امین صفر

تابع $(\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho \frac{\partial}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2})$ $N_m(x)$ یا $J_m(x)$ است.

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A N_m\left(\frac{k_{mv}}{a} \rho\right) \sinh\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \sin(m\varphi) \quad (1)$$

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A J_m\left(\frac{k_{mv}}{a} \rho\right) \sinh\left(\frac{n\pi z}{L}\right) e^{im\varphi} \quad (2)$$

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A N_m\left(\frac{k_{mv}}{a} \rho\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) \sin(m\varphi) \quad (3)$$

$$\psi(\rho, \varphi, z) = A J_m\left(\frac{k_{mv}}{a} \rho\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) e^{imo} \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۲۳۸)

-۷ تبدیل فوریه انتشارگر ذره‌ای به جرم m به شکل زیر داده شده است.

$$\tilde{K}(x, x'; E) = \int_0^\infty dt e^{ikt/\hbar} K(x, t; x', 0) = \Lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(nrx) \sin(nrx')}{E - \frac{\hbar^2 r^2}{2m} n^2}$$

که A و r ضریب‌های ثابتی هستند. این ذره تحت تأثیر چه پتانسیلی قرار دارد؟

(۱) $\frac{\hbar\pi^2}{mr^2}$

(۲) $\frac{1}{r}$

(۳) $\frac{\pi}{r}$

(۴) $\frac{\hbar}{mr^2}$

-۸ ویژه حالت تکانه زاویه‌ای مداری $|\ell=2, m=0\rangle$ را در نظر بگیرید. فرض کنید این حالت به اندازه θ حول محور y دوران یابد. (پ) احتمال به دست آوردن حالت‌های جدید در ± 2 و ± 1 و $m=0$ کدام است؟

$$p(0) = \cos^2 \theta, \quad p(\pm 1) = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \quad (1)$$

$$p(0) = \cos^2 \theta, \quad p(\pm 1) = \frac{1}{2} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{1}{4} \sin^2 \theta \quad (2)$$

$$p(0) = \frac{1}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)^2, \quad p(\pm 1) = \frac{3}{4} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{3}{8} \sin^4 \theta \quad (3)$$

$$p(0) = \frac{1}{4} (3 \cos^2 \theta - 1)^2, \quad p(\pm 1) = \frac{3}{8} \sin^2 \theta \cos^2 \theta, \quad p(\pm 2) = \frac{3}{4} \sin^4 \theta \quad (4)$$

-۹ برای دو ذره ۱ و ۲ هر یک با اسپین $\frac{1}{2}$ حالت‌های $|+\rangle_1 |+\rangle_2$ و $|-\rangle_1 |-\rangle_2$ ویژه بردار هم‌زمان عملگرهای \hat{S}_1 و \hat{S}_2 هستند. اگر حالت $|s, m\rangle$ ویژه بردار هم‌زمان عملگرهای \hat{S}_1 و \hat{S}_2 باشد که $\hat{S} = \hat{S}_1 + \hat{S}_2$ و بنویسیم:

$$\begin{pmatrix} |1,1\rangle \\ |1,0\rangle \\ |0,0\rangle \\ |1,-1\rangle \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} |+\rangle_1 |+\rangle_2 \\ |+\rangle_1 |-\rangle_2 \\ |-\rangle_1 |+\rangle_2 \\ |-\rangle_1 |-\rangle_2 \end{pmatrix}$$

حاصل عملگر $e^{i\pi U}$ بر حسب U و I (ماتریس 4×4 واحد) کدام است؟

(۱) $-I$

(۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}(-I + iU)$

(۳) $\frac{1}{\sqrt{2}}(I + iU)$

(۴) iU

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۲۳۸)

- ۱۰ اگر H هامیلتونی یک سیستم کوانتومی باشد، کدام سیستم دارای هر دو تقارن پاریته و وارونی زمان است؟
 (۱) $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ و θ ضرایب حقیقی و \vec{r} عملگر مکان، \vec{p} عملگر تکانه خطی، \vec{L} عملگر تکانه زاویه‌ای مداری و \vec{S} عملگر اسپین ذاتی است.

$$H = \alpha \vec{p} \cdot \vec{r} - \frac{\gamma}{r} \vec{r} \cdot \vec{S} \quad (1)$$

$$H = \frac{P^2}{2m} + \frac{\beta}{r} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (2)$$

$$H = \alpha \vec{r} \cdot \vec{p} + \frac{\delta}{r^2} \vec{L} \cdot \vec{S} \quad (3)$$

$$H = \frac{P^2}{2m} + \xi \vec{p} \cdot \vec{L} \quad (4)$$

- ۱۱ بعضی از مولکول‌های دواتمی (NaCl) دارای گشتاور دو قطبی الکتریکی \vec{p} هستند. در حضور میدان

الکتریکی خارجی یکنواخت \hat{E}_0 هامیلتونی مولکولی به شکل $H = \frac{L^2}{2I} - PE_0 \cos\theta$ است که

$L^2 = L_x^2 + L_y^2 + L_z^2$ ، I لختی دورانی مولکول و θ زاویه قطبی در مختصات کروی است. تا اولین مرتبه غیرصفر

$$\left(Y_1^0(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos\theta, Y_0^0(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \right) \frac{P^2 E_0^2 I}{\hbar^2} - \frac{1}{3} \frac{P^2 E_0^2 I}{\hbar^2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \frac{P^2 E_0^2 I}{\hbar^2} \quad (2)$$

$$\frac{\hbar^2}{I} - PE_0 + \frac{3}{4} \frac{P^2 E_0^2 I}{\hbar^2} \quad (3)$$

$$\frac{\hbar^2}{I} - PE_0 - \frac{1}{3} \frac{P^2 E_0^2 I}{\hbar^2} \quad (4)$$

- ۱۲ ذره‌ای به جرم m در لحظه $t=0$ ابتدا در حالت پایه چاه پتانسیل یک بعدی بی‌نهایت که دیواره‌هایش در $x=0$ و $x=a$ است، قرار دارد. این ذره در بازه $0 < t < \infty$ تحت تأثیر پتانسیل اختلالی وابسته به زمان.

احتمال این که در $t \rightarrow \infty$ ذره در اولین حالت برانگیخته انرژی باشد، چقدر است؟ [اگر $\langle 1 | x | 1 \rangle$ و $\langle 2 | x | 2 \rangle$ توابع

موج حالت پایه و اولین حالت برانگیخته ذره در چاه پتانسیل یک بعدی نامتناهی باشند]

$$\left(\frac{16a^2\tau\beta}{9\hbar\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{2\hbar^2\pi^2\tau^2}{4m^2a^4} \right)^{-1} \quad (1)$$

$$\left(\frac{4a^2\tau\beta}{9\hbar\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{9\hbar^2\pi^2\tau^2}{4m^2a^4} \right)^{-1} \quad (2)$$

$$\left(\frac{4a^2\tau\beta}{9\hbar\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{2\hbar^2\pi^2\tau^2}{4m^2a^4} \right)^{-1} \quad (3)$$

$$\left(\frac{16a^2\tau\beta}{9\hbar\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{9\hbar^2\pi^2\tau^2}{4m^2a^4} \right)^{-1} \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

۱۳ - به روش وردش و با تابع موج آزمون $\psi(x) = \frac{1}{x^2 + a^2}$ انرژی حالت پایه نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی

$$\left(\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n} = \frac{1 \times 3 \times 5 \dots (2n-3)}{2 \times 4 \times 6 \dots (2n-2)} \frac{\pi}{a^{2n-1}} ; n=2, 3, \dots \right) \text{ چقدر است؟} H = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

$$\frac{1}{2} \hbar \omega \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \hbar \omega \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \hbar \omega \quad (3)$$

$$2 \hbar \omega \quad (4)$$

۱۴ - دامنه پراکندگی ذرات بر انرژی به جرم m و انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ از پتانسیل یوکاوا $V(r) = V_0 a \frac{e^{-r/a}}{r}$ تقریب

$$\text{مرتبه اول بورن به شکل } f(\theta) \approx \frac{-2mV_0 a^3}{\hbar^2} \frac{1}{1 + 4k^2 a^2 \sin^2 \theta} \text{ است که } \theta \text{ زاویه بین راستای موج (ذرات)}$$

فرویدی و راستای مشاهده (آشکارساز) است. سطح مقطع کل پراکندگی کدام است؟

$$\left(\frac{4m^2 V_0^2 a^6}{\hbar^4} \right) 4\pi (1 + 4k^2 a^2) \ln(1 + 4k^2 a^2) \quad (1)$$

$$\left(\frac{4m^2 V_0^2 a^6}{\hbar^4} \right) 4\pi \ln(1 + 4k^2 a^2) \quad (2)$$

$$\left(\frac{4m^2 V_0^2 a^6}{\hbar^4} \right) \frac{4\pi}{1 + 4k^2 a^2} \quad (3)$$

$$\left(\frac{4m^2 V_0^2 a^6}{\hbar^4} \right) \frac{4\pi(1 + 2k^2 a^2)}{1 + 4k^2 a^2} \quad (4)$$

۱۵ - در پراکندگی کشسان ذرهای به جرم m با انرژی $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ و تکانه زاویه‌ای $\ell = 0^\circ$ (پراکندگی موج S) از

$$\text{پتانسیل متقارن و کروی } V(r) = \begin{cases} -V_0 & 0 < r \leq a \\ 0 & r \geq a \end{cases} \text{ تابع موج شعاعی در ناحیه } 0^\circ < r \leq a$$

$$\text{به صورت } R(r) = C_1 \frac{\sin(kr + \delta_0)}{r} \text{ و در ناحیه } r \geq a \text{ به صورت } R(r) = C_2 \frac{\sin(qr)}{r} \text{ است که}$$

$$\text{سطح مقطع کل پراکندگی در انرژی‌های پایین } V_0 \ll E \text{ کدام است؟} q^2 = \frac{2m(E + V_0)}{\hbar^2}$$

$$\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} + 1 \right)^2 \quad (1)$$

$$4\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} + 1 \right)^2 \quad (2)$$

$$\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} - 1 \right)^2 \quad (3)$$

$$4\pi a^2 \left(\frac{\tan(qa)}{qa} - 1 \right)^2 \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۷

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۳۸)

-۱۶- مرزهای یک ناحیه دو بعدی (نامتناهی در امتداد \mathbb{Z}) $0 \leq x \leq 1$ و $0 \leq y \leq 1$ در پتانسیل صفر نگه داشته شده‌اند. در داخل حجم این ناحیه بار الکتریکی به طور یکنواخت توزیع شده است، بهطوری که چگالی آن در واحد طول امتداد A برابر واحد است. با تابع پتانسیل آزمون $\phi(x,y) = Ax y(1-x)(1-y)$ و روش وردش بهترین مقدار A کدام است؟ (راهنمایی: وردش معادله $\nabla \cdot \vec{\nabla} \phi = \rho$ منجر به معادله پواسون می‌شود و $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$)

- (۱) $\frac{2}{3}$
- (۲) $\frac{4}{5}$
- (۳) $\frac{5}{2}$
- (۴) $\frac{5}{4}$

-۱۷- بار نقطه‌ای Q در فاصله d از مرکز یک پوسته رسانای کروی به شعاع R ($d > R$) که در پتانسیل صفر نگه داشته شده است، قرار دارد. کار لازم برای بردن بار نقطه‌ای Q به فاصله بی‌نهایت از مرکز پوسته کروی چقدر است؟

$$\frac{Q^r R}{4\pi \epsilon_0 (d^r - R^r)} \quad (1)$$

$$\frac{Q^r R}{8\pi \epsilon_0 (d^r - R^r)} \quad (2)$$

$$\frac{Q^r R}{8\pi \epsilon_0 (d^r - R^r)} \quad (3)$$

$$\frac{Q^r R}{4\pi \epsilon_0 (d^r - R^r)} \quad (4)$$

-۱۸- تابع گرین معادله لاپلاس برای فضای آزاد (بدون مرز) دو بعدی (نامتناهی در امتداد \mathbb{Z}) در مختصات استوانه‌ای،

$$\left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} \cos n\theta = -\frac{1}{2} \ln(1 - 2x \cos \theta + x^2) \right] \text{ راهنمایی: برای } 1 < x \text{ داریم: } G(\rho, \varphi; \rho', \varphi') = -2 \ln \rho_{<} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (1)$$

$$-2 \ln \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (2)$$

$$-2 \ln \rho_{>} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (3)$$

$$-2 \ln \left(\frac{\rho_{<}}{\rho_{>}} \right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \left(\frac{\rho_{>}}{\rho_{<}} \right)^m \cos m(\varphi - \varphi') \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۸

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۲۳۸)

- ۱۹ پتانسیل الکتریکی در فضای بین دو صفحه تحت نامتناهی رسانا واقع در $z = 0$ و $z = L$ که بار نقطه‌ای q در نقطه $z = z_0 < 0$ از این فضا قرار دارد بر حسب توابع بسل I_n و K_n کدام است؟ (دو صفحه تحت رسانا در پتانسیل الکتریکی صفر نگه داشته شده‌اند).

$$\frac{q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{2n\pi z_0}{L}\right) \sin\left(\frac{2n\pi z}{L}\right) K_n\left(\frac{2n\pi\rho}{L}\right) \quad (1)$$

$$\frac{q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi z_0}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) I_n\left(\frac{n\pi\rho}{L}\right) \quad (2)$$

$$\frac{q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi z_0}{L}\right) \sin\left(\frac{n\pi z}{L}\right) K_n\left(\frac{n\pi\rho}{L}\right) \quad (3)$$

$$\frac{q}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{2n\pi z_0}{L}\right) \sin\left(\frac{2n\pi z}{L}\right) I_n\left(\frac{2n\pi\rho}{L}\right) \quad (4)$$

- ۲۰ بار الکتریکی Q به صورت غیریکنواخت روی سطح کره‌ای به شعاع R متناسب با $\theta \cos^2 \theta \cos^2 \phi$ توزیع شده است. θ و ϕ زاویه قطبی و سمتی در دستگاه مختصات کروی است که مبدأ آن منطبق بر مرکز کره است. بردار گشتاور دو قطبی الکتریکی وابسته به این توزیع بار کدام است؟

(۱) صفر

$$\frac{QR}{\lambda} (3\hat{i} - 2\hat{j}) \quad (2)$$

$$\frac{QR}{\lambda} (3\hat{i} + \hat{k}) \quad (3)$$

$$\frac{3QR}{4} \hat{i} \quad (4)$$

- ۲۱ پتانسیل الکتریکی یک توزیع بار در فضای اطراف آن تا مرتبه چهار قطبی الکتریکی به صورت:

$$\phi(x) = \phi(0) + \sum_i x_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i}(0) + \frac{1}{2} \sum_i \sum_j x_i x_j \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_j}(0) + \dots$$

- است. بارهای نقطه‌ای $+q$ و $-q$ به ترتیب در نقاط $z = a$ و $z = -a$ از محور z واقع‌اند. انرژی الکتریکی برهمنکش بارهای نقطه‌ای با توزیع بار تا مرتبه چهار قطبی کدام است؟

$$2a q \frac{\partial \phi}{\partial z}(0) \quad (1)$$

$$2q\phi(0) + a^2 q \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(0) \quad (2)$$

$$2a q \frac{\partial \phi}{\partial z}(0) + a^2 q \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(0) \quad (3)$$

$$2q\phi(0) + 2a q \frac{\partial \phi}{\partial z}(0) + a^2 q \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}(0) \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۹

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) – کد (۲۲۳۸)

- ۲۲- برای یک توزیع بار حجمی در فضا با چگالی $\rho(\vec{r}) = \rho_0 \left(\frac{\vec{r}}{R} \right)^r e^{-\frac{r}{R}} \cos^r \theta$ ، کدام یک از گشتاورهای چند قطبی کروی q_{lm} غیر صفراند؟ (r, θ, ϕ) مختصات کروی یک نقطه از فضا است.

$$Y_{00} = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}, \quad Y_{10} = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta, \quad Y_{11} = \frac{1}{2\sqrt{4\pi}} (3 \cos^2 \theta - 1), \quad Y_{20} = \frac{1}{2\sqrt{4\pi}} (5 \cos^2 \theta - 3) \cos \theta$$

(۱) $q_{2,0}, q_{1,0}, q_{0,0}$

(۲) $q_{2,0}, q_{1,1}$

(۳) $q_{3,0}, q_{2,0}, q_{1,1}$

(۴) $q_{2,0}, q_{0,0}$

- ۲۳- در ناحیه‌ای خارج از مبدأ مختصات توزیع جریانی به شکل $\vec{J} = J(r, \theta) \hat{\phi}$ (در مختصات کروی) وجود دارد. پتانسیل برداری مغناطیسی در نقاط داخل این توزیع جریان کدام است؟

$$Y_{\ell m}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{(2\ell + 1)(\ell - m)!}{4\pi(\ell + m)!}} P_\ell^m(\cos \theta) e^{im\phi}$$

$$\frac{1}{|\vec{x} - \vec{x}'|} = 4\pi \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{2\ell + 1} \frac{r'_<^\ell}{r'_>^{\ell+1}} Y_{\ell m}^*(\theta', \phi') Y_{\ell m}(\theta, \phi)$$

$$\vec{A}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^r x' r'^{(-\ell-1)} P_\ell^m(\cos \theta') J(r', \theta') \right] r'^\ell P_\ell^m(\cos \theta) \hat{\theta}$$

$$\vec{A}(r, 0) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^r x' r'^{(-\ell-1)} P_\ell^0(\cos 0') J(r', 0') \right] r'^\ell P_\ell^0(\cos 0) \hat{\phi}$$

$$\vec{A}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \sum_{m=-\ell}^{\ell} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^r x' r'^\ell P_\ell^m(\cos \theta') J(r', \theta') \right] r'^\ell P_\ell^m(\cos \theta) \hat{\theta}$$

$$\vec{A}(r, \theta) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{1}{\ell(\ell+1)} \left[\int d^r x' r'^\ell P_\ell^0(\cos \theta') J(r', \theta') \right] r'^\ell P_\ell^0(\cos \theta) \hat{\phi}$$

- ۲۴- اگر $\Phi(\vec{x}, t)$ و $\vec{A}(\vec{x}, t)$ به ترتیب پتانسیلهای الکتریکی و مغناطیسی و $\rho(\vec{x}, t)$ چگالی حجمی بار الکتریکی

باشند، در چه شرایطی رابطه $\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ در محیط خلا برقرار است؟

(۱) به شرط آن که $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0$ باشد.

(۲) به شرط آن که $\vec{\nabla} \Phi + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0$ باشد.

(۳) به شرط آن که $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$ باشد.

(۴) همواره برقرار است.

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۰

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۳۸)

-۲۵ - اگر $R = |\vec{R}|$ باشد که در آن $\vec{R} = \vec{x} - \vec{x}'$ و $\rho(\vec{x}', t')_{ret} = \rho(\vec{x}', t - \frac{R}{c})$ کدام رابطه همواره درست است؟

$$\vec{\nabla}' [\rho]_{ret} = [\vec{\nabla}' \rho]_{ret} - \rho \frac{\vec{R}}{R} \quad (1)$$

$$\vec{\nabla}' [\rho]_{ret} = [\vec{\nabla}' \rho]_{ret} + \frac{1}{c} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t'} \right]_{ret} \frac{\vec{R}}{R} \quad (2)$$

$$\vec{\nabla}' [\rho]_{ret} = [\vec{\nabla}' \rho]_{ret} + \rho \frac{\vec{R}}{R} \quad (3)$$

$$\vec{\nabla}' [\rho]_{ret} = [\vec{\nabla}' \rho]_{ret} - \frac{1}{c} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t'} \right]_{ret} \frac{\vec{R}}{R} \quad (4)$$

-۲۶ - یک موج تخت الکترومغناطیسی با بسامد زاویه‌ای ω از فضای آزاد با ضریب شکست $n = n_0 \sqrt{\mu}$ عمود بر سطح یک ماده غیرمغناطیسی ($\mu = \mu_0$) رسانا که رسانندگی آن σ است می‌تابد. ضریب شکست این ماده $n' = c \sqrt{\mu}$ است که $\epsilon = \frac{i\sigma}{\omega}$. اگر E_0 دامنه موج فرودی و E''_0 دامنه موج بازنابی باشد، کدام عبارت بیانگر ضریب بازتاب است؟

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \sigma \omega}} \quad \text{بر حسب عمق پوسته} \quad R = \left| \frac{E''_0}{E_0} \right|^{\frac{1}{2}} \quad (1)$$

$$\frac{4c^2 + 2c^2 \delta^2 \omega^2}{(2c^2 + 2c \delta \omega + \delta^2 \omega^2)^2} \quad (2)$$

$$\frac{2c^2 \delta^2 \omega^2 + \delta^2 \omega^4}{(2c^2 + 2c \delta \omega + \delta^2 \omega^2)^2} \quad (3)$$

$$\frac{4c^2 + 2c^2 \delta^2 \omega^2 + \delta^4 \omega^4}{(2c^2 + 2c \delta \omega + \delta^2 \omega^2)^2} \quad (4)$$

$$\frac{4c^2 + \delta^4 \omega^4}{(2c^2 + 2c \delta \omega + \delta^2 \omega^2)^2} \quad (5)$$

-۲۷ - یک سیم مستقیم نامتناهی در امتداد محور z در نظر بگیرید. اگر جریانی به صورت $I(t) = q_0 \delta(t)$ از سیم بگذرد که

زمان و $\delta(t)$ تابع دلتای دیراک است، میدان الکتریکی در نقطه‌ای از فضای به فاصله ρ ($t > \frac{\rho}{c}$) از سیم کدام است؟

$$\frac{\mu_0 q_0 c}{2\pi} \frac{ct}{\rho \sqrt{c^2 t^2 - \rho^2}} \hat{z} \quad (2)$$

$$\frac{\mu_0 q_0 c}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{c^2 t^2 - \rho^2}} \hat{z} \quad (1)$$

$$\frac{\mu_0 q_0 c^2}{2\pi} \frac{ct - \rho}{(c^2 t^2 - \rho^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z} \quad (4)$$

$$\frac{\mu_0 q_0 c^2}{2\pi} \frac{ct}{(c^2 t^2 - \rho^2)^{\frac{3}{2}}} \hat{z} \quad (3)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۱

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۲۳۸)

- ۲۸- سرعت الکترونی به جرم m و بار الکتریکی e از مقدار اولیه v_0 با شتاب کند شونده ثابت a به صفر می‌رسد. چه کسری از انرژی جنبشی اولیه آن به صورت تابش تلف می‌شود؟ (فرض کنید $\epsilon \ll v_0$)

$$\frac{2e^2\mu_0a}{3\pi m v_0 c} \quad (1)$$

$$\frac{e^2\mu_0a}{3\pi m v_0 c} \quad (2)$$

$$\frac{c^2 a v_0}{3\pi \epsilon_0 c^3} \quad (3)$$

$$\frac{c^2 a v_0}{6\pi \epsilon_0 c^3} \quad (4)$$

- ۲۹- دو عدد دو قطبی الکتریکی واقع در مبدأ مختصات به صورت $\vec{P}_1 = P_0 \cos \omega t \hat{i}$ و $\vec{P}_2 = (P_0 \cos \phi \hat{i} + P_0 \sin \phi \hat{j}) \sin \omega t$ با زمان نوسان می‌کنند که \hat{i} و \hat{j} بردارهای یکه‌اند. در فواصل دور موج تابشی در $\theta = \frac{\pi}{2}$ دارای چه قطبشی است؟ (θ و ϕ به ترتیب زوایای قطبی و سمتی بردار مکان \vec{r} در مختصات کروی‌اند. میدان الکتریکی دو قطبی $\vec{P}(t) = \vec{p} \cos \omega t$ در فواصل دور $\vec{r} = r \hat{r}$ متناسب است با

$$(\vec{E}(\vec{r}, t) \sim \text{Re} \left[(\hat{r} \times \vec{p}) \times \hat{r} \frac{e^{i(kr - \omega t)}}{r} \right])$$

(۱) خطی

(۲) دایروی

(۳) بیضوی

- (۴) بسته به مقدار ϕ هر یک از قطبش‌های خطی، دایروی و بیضوی امکان‌پذیر است.
- ۳۰- سطح مقطع پراکندگی دیفرانسیلی یک موج الکترومغناطیسی تحت تک فام فرودی، $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{ik\vec{n}_0 \cdot \vec{x} - i\omega t}$ ، از یک هدف کوچک تا اولین جملات غیرصفر به صورت $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{k^4}{(4\pi\epsilon_0 E_0)^2} \left| \vec{e}^* + \frac{1}{c} (\hat{n} \times \vec{e}^*) \cdot \vec{m} \right|^2$ است که \hat{n} ، \vec{m} و \vec{e}^* به ترتیب راستای انتشار و قطبش موج فرودی و موج پراکنده شده می‌باشد. همچنین \vec{p} و \vec{m} بردار گشتاور دو قطبی الکتریکی و مغناطیسی القایی هدف است. برای یک کره دی الکتریک غیرمغناطیسی کوچک به شعاع a و ثابت دی الکتریک K داریم $\vec{p} = 4\pi\epsilon_0 \vec{E} \left(\frac{K-1}{K+2} \right) a^3 \vec{E}$. سطح مقطع پراکندگی کل کدام است؟

$$\frac{8\pi k^4 a^6}{3} \left(\frac{K-1}{K+2} \right)^2 \quad (2)$$

$$\frac{2\pi k^4 a^6}{3} \left(\frac{K-1}{K+2} \right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{4\pi k^4 a^6}{3} \left(\frac{K-1}{K+2} \right)^2 \quad (3)$$

پی اچ دی تست؛ فحستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۲

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۳۸)

- ۳۱ - در دمای $T \geq T_0$ رابطه فشار و حجم یک گاز غیر ایده‌آل به‌شکل $P = P_0 \text{Ln} \frac{V}{V_0}$ است که V_0 و P_0 حجم و

فشار گاز در دمای T_0 هستند. اگر ضریب‌های K_0 ثابت باشند، در دمای $T > T_0$ رابطه فشار و دما کدام است؟

$$P = P_0 + \frac{\beta_0}{K_0} (T - T_0) \quad (1)$$

$$P = P_0 + \frac{2\beta_0 P_0}{K_0 P_0 + 1} (T - T_0) \quad (2)$$

$$P = P_0 + 2 \frac{\beta_0}{K_0} (T - T_0) \quad (3)$$

$$P = P_0 + \frac{\beta_0 P_0}{K_0 P_0 + 1} (T - T_0) \quad (4)$$

- ۳۲ - نیروی کشش یک فنر به‌صورت $F(X, T) = C_0 T^2 (X - X_0)$ تابع دمای T و مقدار کشیدگی فنر نسبت به طول عادی آن، $X - X_0$ ، است. اگر ظرفیت گرمایی فنر در طول ثابت در حالت کشیده نشده $X_0 = X$ برابر $3C_0 TX_0^2$ باشد، ظرفیت گرمایی در طول ثابت و در حالت کشیده شده $X \neq X_0$ کدام است؟

$$C_0 T (2X_0^2 + 2XX_0 - X^2) \quad (1)$$

$$C_0 T (X_0^2 + XX_0 + X^2) \quad (2)$$

$$C_0 T (X^2 - 2XX_0 + 4X_0^2) \quad (3)$$

$$C_0 T (2X^2 - XX_0 + 2X_0^2) \quad (4)$$

- ۳۳ - تابع پارش یک ذره به جرم m در یک چاه پتانسیل نامتناهی یک بعدی به عرض L در دمای T به‌صورت $Z = \sum_{n=1}^{\infty} e^{-\frac{\theta n^2}{T}}$ است که $\theta = \frac{\pi^2 \hbar^2}{4mL^2 k_B}$. گرمای ویژه در حجم ثابت این دستگاه در حد دماهای پایین کدام است؟

$$\gamma k_B \left(\frac{\theta}{T} \right) e^{-\gamma \theta / T} \quad (1)$$

$$\gamma k_B \left(\frac{\theta}{T} \right)^2 e^{-\gamma \theta / T} \quad (2)$$

$$\gamma k_B \left(\frac{0}{T} \right)^2 e^{-\gamma \theta / T} \quad (3)$$

$$\gamma k_B \left(\frac{0}{T} \right) e^{-\gamma \theta / T} \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

- ۳۴- تابع پارش یک سیستم متشکل از N ذره در حجم V و دمای T در رابطه زیر صدق می‌کند:

$$Z(T, V, N) = \alpha^{\frac{N}{m}} - \frac{2N}{V} Z(\alpha T, \alpha^{\frac{N}{m}} V, N)$$

که در آن α و m مقادیر ثابت مثبتی هستند. کدام رابطه درست است؟

$$\frac{m}{2N} T \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{V, N} = \frac{2}{2N} V \left(\frac{\partial Z}{\partial V} \right)_{T, N} \quad (1)$$

$$T \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{V, N} - \frac{2V}{m} \left(\frac{\partial Z}{\partial V} \right)_{T, N} = 2N \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{m} \right) Z \quad (2)$$

$$T \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{V, N} = 2N \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{m} \right) V \left(\frac{\partial Z}{\partial V} \right)_{T, N} \quad (3)$$

$$\left(-\frac{2N}{m} \right) T \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_{V, N} + \frac{2V}{m} \left(\frac{\partial Z}{\partial V} \right)_{T, N} = 2N Z \quad (4)$$

- ۳۵- تعداد N نوسانگ هماهنگ یک بعدی یکسان کوانتومی با بسامد زاویه‌ای ω_0 در دمای T را درنظر بگیرید. اگر باشد و ذرات برهمکنشی با یکدیگر نداشته باشند، انرژی متوسط این مجموعه کدام است؟

$$Nk_B T \left[1 + \frac{1}{12} \left(\frac{\hbar \omega_0}{k_B T} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$Nk_B T \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\hbar \omega_0}{k_B T} \right) \right] \quad (2)$$

$$Nk_B T \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{\hbar \omega_0}{k_B T} \right)^2 \right] \quad (3)$$

$$Nk_B T \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\hbar \omega_0}{k_B T} \right) \right] \quad (4)$$

- ۳۶- یک گاز ایده‌آل کلاسیک متشکل از N مولکول دواتمی که هر یک ممان دوقطبی الکتریکی P_i دارد ظرفی به حجم V را اشغال کرده‌اند. این گاز در یک میدان الکتریکی یکنواخت E_0 قرار دارد. با چشم پوشی از برهمکنش میان مولکول‌ها، قطبش الکتریکی این گاز در دمای T کدام است؟ ($\beta = \frac{1}{k_B T}$)

$$\frac{NP_i}{V} \left[\text{Cosh}(\beta E_0 P_i) - \frac{1}{\beta E_0 P_i} \right] \quad (1)$$

$$\frac{NP_i}{V} \left[\text{Coth}(\beta E_0 P_i) + \frac{1}{\beta E_0 P_i} \right] \quad (2)$$

$$\frac{NP_i}{V} \left[\text{Cosh}(\beta E_0 P_i) + \frac{1}{\beta E_0 P_i} \right] \quad (3)$$

$$\frac{NP_i}{V} \left[\text{Coth}(\beta E_0 P_i) - \frac{1}{\beta E_0 P_i} \right] \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۳۸)

۳۷- معادله حالت یک گاز تک اتمی متشکل از N اتم و چگالی تعداد $n = \frac{N}{V}$ در دمای T به شکل

$$P = k_B T \sum_{j=1}^{\infty} B_j(T) n^j$$

(غاز ایده‌آل $F - F$ کدام است؟) افرزی آزاد هلمهولتز گاز است.

$$Nk_B T \sum_{j=1}^{\infty} j B_{j-1}(T) n^j \quad (1)$$

$$Nk_B T \sum_{j=1}^{\infty} B_{j+1}(T) n^j \quad (2)$$

$$Nk_B T \sum_{j=1}^{\infty} B_{j-1}(T) \frac{n^j}{j} \quad (3)$$

$$Nk_B T \sum_{j=1}^{\infty} B_{j-1}(T) n^j \quad (4)$$

۳۸- معادله منحنی تبخیر آمونیاک در نزدیکی نقطه سه‌گانه به صورت $\ln \frac{P}{P_0} = ۲۴ - \frac{۳۰۰۰}{T}$ می‌باشد که T بر حسب

$$\left(R = h/3 \frac{J}{K \cdot mol} \right) \frac{kJ}{mol} \text{ است؟}$$

۲۵ (۱)

۳۰ (۲)

۷۵ (۳)

۹۰ (۴)

۳۹- احتمال این‌که دو ذره یکسان بدون برهمنش هر یک به جرم m که از قابع توزیع ماکسولی سرعت‌ها پیروی می‌کنند، یکی سرعتی بین \vec{V}_1 و \vec{V}_2 و دیگری سرعتی بین $\vec{V}_2 + d\vec{V}_2$ و \vec{V}_2 داشته باشند به شکل

$$P(\vec{V}_1, \vec{V}_2) d^3 V_1 d^3 V_2 = \left(\frac{m k_B T}{4 \pi \hbar^3} \right)^3 e^{-\frac{1}{2 k_B T} (m V_1^2 + m V_2^2)} d^3 V_1 d^3 V_2$$

است. اگر $V = |\vec{V}|$ بردار سرعت نسبی دو ذره باشد، مقدار متوسط $\langle V \rangle$ چقدر است؟

$$\sqrt{\frac{4 k_B T}{\pi m}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{8 k_B T}{\pi m}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{16 k_B T}{\pi m}} \quad (3)$$

$$\sqrt{\frac{32 k_B T}{\pi m}} \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۳۸)

- ۴۰- یک دستگاه ترمودینامیکی شامل دو ذره در تعادل گرمایی با منبعی به دمای T در نظر بگیرید. هر ذره ممکن است در یکی از سه حالت انرژی $\epsilon = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4$ باشد. اگر ذرات یکسان ولی تمیزبازیر باشند، تابع پارش این دستگاه کدام است؟

$$\frac{1}{2} + e^{-\epsilon/KT} + e^{-2\epsilon/KT} + \frac{1}{2} e^{-3\epsilon/KT} + e^{-4\epsilon/KT} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} + e^{-\epsilon/KT} + \frac{3}{2} e^{-2\epsilon/KT} + e^{-3\epsilon/KT} + \frac{1}{2} e^{-4\epsilon/KT} \quad (2)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-\epsilon/KT} + \frac{3}{2} e^{-2\epsilon/KT} + \frac{1}{2} e^{-3\epsilon/KT} + \frac{1}{2} e^{-4\epsilon/KT} \quad (3)$$

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{-\epsilon/KT} + e^{-2\epsilon/KT} + \frac{1}{2} e^{-3\epsilon/KT} + e^{-4\epsilon/KT} \quad (4)$$

- ۴۱- در دمای $K = 1000$ تراز انرژی ϵ الکترون‌های اتم مس با احتمال $8/12$ اشغال شده است. اگر $eV = 7/00$ باشد، مقدار ϵ بر حسب eV کدام است؟ (ثابت بولتزمن $k_B = 1/38 \times 10^{-23}$ J/K و $\ln 2 \approx 0.69$ است.)

(۱) ۷/۶۹

(۲) ۷/۱۲

(۳) ۶/۸۸

(۴) ۶/۳۱

- ۴۲- دمای فرمی یک گاز الکترونی کاملاً تبهمگن دو بعدی غیر نسبیتی متشکل از ذرات بدون برهمنش، هر یک به جرم m ، بر حسب n تعداد ذرات در واحد سطح چقدر است؟

$$\frac{2\pi\hbar^3}{mk_B} n \quad (1)$$

$$\frac{\pi\hbar^3}{mk_B} n \quad (2)$$

$$\frac{4\pi\hbar^3}{mk_B} n \quad (3)$$

$$\frac{\pi\hbar^3}{2mk_B} n \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۳۸)

- ۴۳- الکترون‌های رسانش درون یک تیغه فلزی نازک در دماهای نزدیک صفر مطلق تشکیل یک گاز الکترونی کاملاً تبہگن غیرنسبیتی دو بعدی می‌دهند. میانگین انرژی جنبشی هر الکترون (به جرم m_e) بر حسب n تعداد الکترون‌ها در واحد سطح چقدر است؟

$$\frac{6\pi\hbar^2 n}{5m_e} \quad (1)$$

$$\frac{\pi\hbar^2 n}{m_e} \quad (2)$$

$$\frac{\pi\hbar^2 n}{4m_e} \quad (3)$$

$$\frac{\pi\hbar^2 n}{2m_e} \quad (4)$$

- ۴۴- در مدل دبای، انرژی داخلی یک جامد مت Shankl از N اتم که حول حالت تعادل خود در دمای T نوسان می‌کنند به شکل $f(x_D) = \frac{3}{x_D} \int_0^{x_D} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}$ و $x_D = \frac{\hbar\omega_D}{k_B T}$ است که $U = \frac{9}{8} N\hbar\omega_D + 3N k_B T f(x_D)$ گرمایی در حجم ثابت جامد کدام است؟

$$3N k_B f(x_D) \left(1 - x_D \frac{\partial f(x_D)}{\partial x_D} \right) \quad (1)$$

$$3N k_B f(x_D) \left(1 - x_D \frac{\partial \ln f(x_D)}{\partial x_D} \right) \quad (2)$$

$$3N k_B f(x_D) \left(1 - \frac{x_D \hbar \omega_D}{k_B T} \frac{\partial f(x_D)}{\partial x_D} \right) \quad (3)$$

$$3N k_B f(x_D) \left(1 - \frac{x_D \hbar \omega_D}{k_B T} \frac{\partial \ln f(x_D)}{\partial x_D} \right) \quad (4)$$

- ۴۵- معادله حالت گاز دیتریچی به شکل $P(v-b) = RT e^{-\frac{a}{vRT}}$ است که P فشار، v حجم ویژه مولی (برای n مول دما، R ثابت جهانی گازها و a و b ضرایب ثابتی هستند. در نزدیکی دمای بحرانی T_c ضریب تراکم پذیری هم دما به صورت $\kappa_T = \frac{T}{T_c} - 1$ رفتار می‌کند که $\gamma = \frac{T}{T_c} - 1$ است، مقدار γ چقدر است؟ (اگر (T_c, v_c, P_c) مختصات نقطه بحرانی باشد)

$$(P_c = \frac{a}{\gamma b^2 v_c^2} \text{ و } T_c = \frac{a}{\gamma b R}, v_c = 2b) \quad (1)$$

۱ (۱)

۲ (۲)

-۲ (۳)

-۱ (۴)