

# پی اچ دی تست؛ فحستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

کد کنترل



279E

279

E

دفترچه شماره (۱)  
صبح جمعه  
۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) – سال ۱۳۹۹

### رشته ژئوفیزیک – ژئوالکتریک و الکترومغناطیس – کد (۲۲۴۲)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: فیزیک پایه ۱ و ۲ – زمین‌شناسی فیزیکی (عمومی) – فیلترهای دیجیتال – اکتشافات EM – اکتشافات ژئوالکتریک	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تعلیمی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برای مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

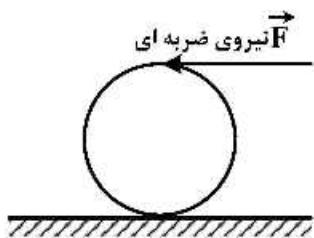
آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) - کد (۲۲۴۲) - ۲۷۹E

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

- ۱ به بالاترین نقطه یک کره توخالی یکنواخت ساکن به شعاع  $R$  مطابق شکل، ضربه شدید افقی وارد می شود به طوری که کره با سرعت خطی  $V$  روی سطحی افقی به حرکت درمی آید. پس از مدتی حرکت گلوله غلتش خالص می شود، سرعت خطی گلوله در این حالت کدام است؟



$$\frac{4}{3}V_0 \quad (1)$$

$$\frac{10}{7}V_0 \quad (2)$$

$$\frac{20}{17}V_0 \quad (3)$$

$$\frac{6}{5}V_0 \quad (4)$$

- ۲ گلوله ای به جرم  $2\text{kg}$  به مکعبی که در حال سکون است برخورد کشسان می کند و پس از برخورد در همان راستا

و جهت اولیه اما با  $\frac{1}{4}$  تندی اولیه اش به حرکت ادامه می دهد. جرم مکعب چند کیلوگرم است؟

$$\frac{6}{5} \quad (1)$$

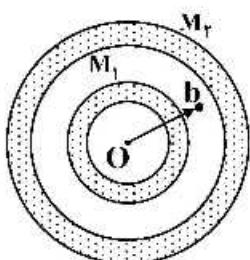
$$\frac{15}{8} \quad (2)$$

$$\frac{9}{4} \quad (3)$$

$$\frac{5}{6} \quad (4)$$

- ۳ دو پوسته کروی هم مرکز با چگالی یکنواخت و جرم های  $M_1$  و  $M_2$  مطابق شکل قرار دارند. نیروی وارد بر ذره ای به جرم  $m$  هنگامی که این ذره در  $r = b$  در ناحیه میان دو پوسته قرار دارد، کدام است؟

(۱) صفر



$$G \frac{M_1 m}{b^2} \quad (2)$$

$$\frac{G(M_1 + M_2)}{b^2} \quad (3)$$

$$G \frac{(M_1 - M_2)}{b^2} m \quad (4)$$

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۲۴۲)

- ۴- اگر پتانسیل الکتریکی در فضا به شکل  $V(r) = \begin{cases} V_0 & r \leq a \\ \frac{V_0 a}{r} & r > a \end{cases}$  باشد که  $V_0$  و  $a$  مقادیری ثابت و  $r$  فاصله یک نقطه از مبدأ مختصات است، انرژی الکتریکی ذخیره شده در کل فضا کدام است؟

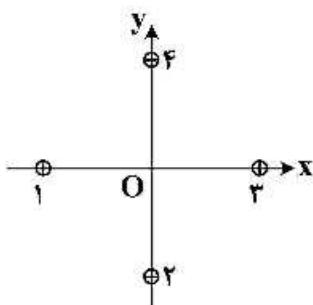
(۱)  $3\pi\epsilon_0 V_0^2 a$

(۲)  $4\pi\epsilon_0 V_0^2 a$

(۳)  $2\pi\epsilon_0 V_0^2 a$

(۴)  $6\pi\epsilon_0 V_0^2 a$

- ۵- در شکل زیر مقطع چهار سیم نازک موازی، مستقیم و بسیار بلند نشان داده شده است. این سیم‌ها حامل جریان‌های یکسانی در جهت‌های نشان داده شده هستند. در ابتدا هر چهار سیم به فاصله  $d$  از مبدأ مختصات قرار دارند، جایی که در آن میدان مغناطیسی خالص  $\vec{B}$  را بطور موازی در امتداد محور  $x$  چه اندازه باید جابه‌جا کرد تا میدان مغناطیسی خالص در مبدأ مختصات  $O$  در جهت ساعتگرد به اندازه  $45^\circ$  درجه بچرخد؟



(۱)  $\frac{d}{3}$

(۲)  $d(\sqrt{3}-1)$

(۳)  $\frac{d}{2}(3-\sqrt{3})$

(۴)  $\frac{d}{3}$

- ۶- فراوان ترین گروه کانی‌ها در پوسته زمین کدام است؟

(۱) سیلیکات‌ها

(۲) کانی‌های آهن و منیزیم‌دار

(۳) کربنات‌ها

(۴) کانی‌های رسی

- ۷- اگر فرادیواره گسلی نسبت به فردیواره آن به پائین حرکت کرده باشد، گسل را چه می‌نامند؟

- (۱) معکوس (۲) شبی لغز (۳) عادی (۴) راندگی

- ۸- اگر مقیاس یک نقشه زمین‌شناسی  $\frac{1}{100,000}$  باشد، به این معنی است که:

(۱) یک متر روی نقشه معادل ۱۰۰۰۰۰ سانتی‌متر روی زمین است.

(۲) یک سانتی‌متر روی نقشه معادل ۱۰۰۰۰۰ متر روی زمین است.

(۳) ده سانتی‌متر روی نقشه معادل ۱۰۰۰۰۰ سانتی‌متر روی زمین است.

(۴) یک متر روی نقشه معادل ۱۰۰۰۰۰ متر روی زمین است.

- ۹- فراوانی نسبی سنگ‌های رسوبی در پوسته زمین چند درصد است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۷۵

- ۱۰- کدام یک از ویژگی‌های صفحات دورشونده نیست؟

- (۱) ماگمای آندزیتی (۲) مانگمای بازالتی (۳) زلزله‌های کم‌عمق (۴) توپوگرافی ناهموار

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) – کد (۲۲۴۲) – ۲۷۹E

۱۱- تبدیل معکوس  $F(z) = \frac{1+z^{-1}}{1+2z^{-1}+3z^{-2}}$ ، اگر  $|z| > \sqrt{6}$  باشد، کدام است؟

(۱)  $(1, -1, -1, 5, \dots)$  (۲)  $(2, -3, 6, 4, \dots)$

(۳)  $(3, -2, 4, 6, \dots)$  (۴)  $(4, 6, -2, 3, \dots)$

۱۲- تبدیل معکوس  $Z$  تابع  $f(nT) = \frac{z^r + 1}{(z-1)(z-2)}$  باشد.  $f(nT)$  برابر با کدام است؟

$$\frac{1}{5}\delta(nT) + 2u(nT) - \frac{1}{4}(2)^n u(nT)$$

$$\frac{5}{2}\delta(nT) + \frac{1}{2}u(nT) - 4(2)^n u(nT)$$

$$2\delta(nT) - 4u(nT) - 2(2)^n u(nT)$$

$$\frac{1}{3}\delta(nT) - 2u(nT) + \frac{5}{2}(2)^n u(nT)$$

۱۳- اگر تابع انتقال (تبدیل) سیستم LTI به صورت رابطه زیر تعریف شده باشد، برای آنکه سیستم پایدار شود، تابع تبدیل کدام است؟

$$H(z) = \frac{3 - 4z^{-1}}{1 - 3.5z^{-1} + 1.5z^{-2}}$$

$$|z| < 3 \quad (۱) \quad |z| < 0.5$$

$$0.5 < |z| < 3 \quad (۲) \quad |z| > 3$$

۱۴- چنانچه از سیگنال سینوسی پیوسته زمانی  $\sin(\omega_0 \pi t)$  در محدوده زمانی  $[0, T]$  با فرکانس نمونه‌برداری  $F_s = 20 \text{ Hz}$ ، نمونه‌برداری انجام شود و دوباره سیگنال پیوسته از نمونه‌ها بازسازی شود، فرکانس سیگنال بازسازی شده چند هرتز است؟

$$10 \quad (۱) \quad 5 \quad (۲)$$

$$25 \quad (۳) \quad 15 \quad (۴)$$

۱۵- سیگنال سینوسی پیوسته  $x[n] = \cos \frac{4\pi}{5} n$ ، مفروض است. سیگنال گسسته سینوسی حاصل نمونه‌برداری با چه فرکانسی از سیگنال فوق می‌تواند باشد؟

$$175 \text{ Hz} \quad (۱) \quad 200 \text{ Hz}$$

$$125 \text{ Hz} \quad (۲) \quad 150 \text{ Hz}$$

۱۶- در صورتی که فرکانس سیگنال مگنتوتلوریک اکتشافی معادل  $100$  هرتز باشد، عمق پوسته برای یک توالی ضخیم

ماسه سنگ با رسانانی توده‌ای حدود  $10^{-2}$  زیمنس بر متر بطور تقریبی معادل با چند متر است؟

$$5000 \quad (۱) \quad 500 \quad (۲) \quad 100 \quad (۳) \quad 50 \quad (۴)$$

۱۷- زاویه فاز در روش‌های الکترومغناطیسی عبارت است از آرک تانزانت نسبت:

(۱) مؤلفه حقیقی به مؤلفه موهومی میدان ثانویه  
(۲) مؤلفه موهومی به مؤلفه حقیقی میدان ثانویه

(۳) مؤلفه حقیقی به مؤلفه موهومی امپدانس  
(۴) مؤلفه موهومی به مؤلفه حقیقی امپدانس

۱۸- حداقل فاصله جدایش بین فرستنده (Tx) و گیرنده (Rx) در سیستم EM34 در EM34 چند متر است؟

$$40 \quad (۱) \quad 30 \quad (۲) \quad 20 \quad (۳) \quad 10 \quad (۴)$$

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۴۲) – ۲۷۹E

- ۱۹- عمق نفوذ در روش **RMT** (Radio Magnetotelluric) چقدر است؟
- (۱) کمتر از ۱۰۰ متر  
(۲) بین ۱۰۰ متر تا ۱۰۰۰ متر  
(۳) بین ۱۰۰۰ متر تا ۱۰۰۰۰ متر  
(۴) بین ۱۰۰۰۰ متر تا ۱۰۰۰۰۰ متر
- ۲۰- فرکانس فرستنده‌های رادیویی مورد استفاده در روش **VLF-EM** (بر حسب kHz) کدام است؟
- (۱) ۱۰۰/۰ تا ۱  
(۲) ۱۵ تا ۳۰  
(۳) ۳۰ تا ۵۰  
(۴) ۵۰ تا ۱۰۰
- ۲۱- فواصل بین نقاط برداشت داده‌ها بر روی یک پروفیل برداشت، در کدام یک از روش‌های الکترومغناطیسی زیر کمتر است؟
- (۱) GPR (۲) TEM (۳) FEM (۴) VLF
- ۲۲- هرچه اختلاف بزرگی مقادیر مؤلفه‌های افقی میدان الکتریکی اندازه‌گیری شده در یک نقطه یا ایستگاه در روش جربان تلویزیک بیشتر باشد، کدام مورد بیشتر است؟
- (۱) رسانندگی الکتریکی زمین  
(۲) مقاومت ویژه الکتریکی زمین  
(۳) هتروزونیتی یا ناهمگنی زمین  
(۴) آبیزوتروپی یا ناهمسانگردی زمین
- ۲۳- کدام یک از سیستم‌های الکترومغناطیسی زیر از شکل موج مربعی برای ارسال امواج الکترومغناطیسی از طریق فرستنده به داخل زمین استفاده می‌کنند؟
- (۱) SIROTEM (۲) PROTEM (۳) PEM (۴) UTEM
- ۲۴- عمق نفوذ کدام یک از سیستم‌های آرایش حلقه‌ای فرستنده – گیرنده زیر بیشتر است؟
- (۱) آرایش هم صفحه قائم (VCP)  
(۲) آرایش هم محور قائم (CP)  
(۳) آرایش هم صفحه افقی (HCP)  
(۴) آرایش هم عمودی (PREP)
- ۲۵- در شکل با فرض برداشت‌های الکترومغناطیسی حوزه فرکانس با دو آرایش سیم پیچ مختلف، شیب ساختارهای نفوذی زیر سطحی چگونه است؟
- (۱) دو ساختار قائم  
(۲) ساختار سمت راست افقی و ساختار سمت چپ قائم  
(۳) دو ساختار هم شیب  
(۴) ساختار سمت راست کم شیبتر و ساختار سمت چپ پر شیبتر
- 
- ۲۶- کدام گزینه درباره محدوده اثر سیستم (Footprint) در برداشت‌های الکترومغناطیس صحیح است؟
- (۱) در بالای هدف مورد اندازه‌گیری، مساحت محدوده اثر کمینه است.  
(۲) هر چه رسانندگی زمین و فرکانس برداشت بیشتر، مساحت محدوده اثر بزرگ‌تر خواهد بود.  
(۳) در عمل فاصله خطوط برداشت بزرگ‌تر از محدوده اثر سیستم انتخاب می‌شود.  
(۴) هر چه رسانندگی زمین و فرکانس برداشت بیشتر، مساحت محدوده اثر کوچک‌تر خواهد بود.

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۴۲) – ۲۷۹E

- ۳۷ - کدام گزینه درباره تصحیح پارالاکس (Lag) صحیح است؟

۱) برای حذف اختلالات ناشی از جایه‌جایی ماهواره‌ها و داده‌های ناوبری انجام می‌شود.

۲) برای حذف تأخیر زمانی بین ثبت داده‌های الکترومغناطیس و داده‌های ناوبری انجام می‌شود.

۳) برای حذف جایه‌جایی مکانی بین ثبت داده‌های الکترومغناطیس و داده‌های ناوبری انجام می‌شود.

۴) برای حذف تأخیر زمانی و مکانی بین ثبت داده‌های الکترومغناطیس و داده‌های ناوبری انجام می‌شود.

- ۳۸ - در اندازه‌گیری‌ها یا برداشت داده‌ها به روش مگنتوتولویک، چرا هر سه مؤلفه میدان مغناطیسی (دو مؤلفه افقی میدان مغناطیسی و یک مؤلفه قائم میدان مغناطیسی) ثبت می‌شوند حال آن که فقط دو مؤلفه افقی میدان الکتریکی ثبت می‌گردند و مؤلفه قائم میدان الکتریکی ثبت یا اندازه‌گیری نمی‌شود؟

۱) مؤلفه قائم میدان الکتریکی به هیچ وجه قابل اندازه‌گیری نیست.

۲) مؤلفه قائم میدان الکتریکی به جز در فرکانس‌های بسیار بالا تقریبا صفر است.

۳) چون در روش مگنتوتولویک به ندرت از موج تخت یا صفحه‌ای استفاده می‌شود.

۴) مؤلفه قائم میدان الکتریکی در تansور امپدانس در حالت سه بعدی وجود ندارد.

- ۳۹ - در اکتشاف یک توده رسانای زیر سطحی با استفاده از روش MT، کدام‌یک از روش‌های وارون‌سازی زیر، پاسخ بهتری می‌دهد؟

۱) روش آکام

۲) روش +

۱) روش مرزهای تیز

۲) روش گردابان مزدوج

- ۴۰ - نمایش نتایج اعمال فیلتر کاروس - هجلت (Karaus - Hjeldt filter) بر روی داده‌های VLF به شکل چه نقشه‌هایی است؟

۱) فاز

۲) درصد چگالی جریان الکتریکی

۳) رسانندگی یا مقاومت ویژه الکتریکی

۴) از دیدگاه هدایت الکتریکی؛ اغلب سنگ‌ها هدایت ..... دارند.

۱) اهمی

۲) الکترولیتی

۳) الکترونی

۴) دی‌الکتریکی

۵) اثر کدام‌یک از عوامل زیر در کاهش یا افزایش مقاومت ویژه یک سنگ آبدار کمتر است؟

۱) تخلخل سنگ آبدار

۲) قابلیت اتحال سنگ آبدار

۳) ترکیب مواد آلی موجود در سنگ آبدار

۴) قابلیت تحرک یون‌های موجود در آب داخل خلل و فرج سنگ آبدار

- ۴۱ - ناهمسانگردی مقاومت ویژه (Resistivity anisotropy) در کدام‌یک از سنگ‌های زیر بیشتر است؟

۱) اسلیت

۲) سنگ‌آهک متراکم

۳) انیدریت با میان لایه‌هایی از شیل

۴) ماسه‌سنگ با میان لایه‌هایی از شیل

- ۴۲ - کدام آرایه در مطالعات سه بعدی مقاومت ویژه الکتریکی و بدون اطلاع از وجود ناهمسانگردی (انیزوتربوی) مورد استفاده قرار می‌گیرد؟

۱) مربعی

۲) ونر

۳) شلومبرژه

۴) دوقطبی

- ۴۳ - کدام‌یک از آرایه‌های الکتروودی زیر برای اکتشاف دایک‌های نازک یا کم ضخامت، پاسخ بهتر یا مناسب‌تری دارد؟

۱) شلومبرژه

۲) نیم ونر

۳) ونر

۴) نیم شلومبرژه

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۷

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۲۴۲) – ۲۷۹E

- ۳۶- آرایه الکتروودی CRP متشکل است از دو آرایه .....

- ۱) گرادیان ۲) نیم ونر و نیم شلومبرژه ۳) نیم ونر متقارن ۴) نیم شلومبرژه متقارن

- ۳۷- برای یافتن زون‌های آلوده در مطالعات زیست‌محیطی کدام روش‌های ژئوفیزیکی زیر مناسب‌ترین هستند؟

- ۱) روش رادیومتری و لرزه‌نگاری ۲) روش‌های الکتریکی و VLF

- ۳) روش مغناطیس‌سنجدی و رادیومتری ۴) روش گرانی‌سنجدی، VLF و رادیومتری

- ۳۸- کارایی روش مقاومت ویژه در اکتشاف کدام‌یک از کانسارهای فلزی زیر کمتر است؟

- ۱) مس رگه‌ای کم‌عمق ۲) مس رسوبی کم‌عمق

- ۳) مس پورفیری کم‌عمق ۴) مس ماقمایی کم‌عمق

- ۳۹- در یک مدل زمین ۴ لایه، ترکیب همزمان همه منحنی‌های استاندارد مقاومت ویژه الکتریکی A، H، K و Q ممکن است، به جز:

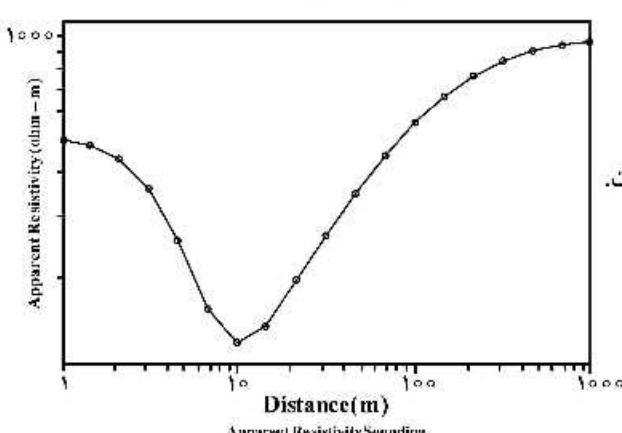
KQ (۴)

HA (۳)

AK (۲)

HQ (۱)

- ۴۰- منحنی تقریبی یک سونداز مقاومت ویژه با آرایش ونر مطابق شکل مقابل است. حداقل و حداقل‌تر مقاومت ویژه ظاهری اندازه‌گیری شده به ترتیب در حدود ۱۰۰ و ۱۰۰۰ اهم متر است. مشاهده می‌شود که محور قائم این شکل بین دو مقدار ۱۰۰ و ۱۰۰۰ اهم متر به ده قسمت مساوی از نظر لگاریتمی تقسیم شده است. محور افقی این منحنی فاصله الکتروودی مورد استفاده را نشان می‌دهد. مقاومت ویژه لایه آخر این منحنی سونداز چقدر است؟



۱) کمتر از ۱۰۰۰ اهم متر

۲) برابر ۱۰۰۰ اهم متر

۳) بیشتر از ۱۰۰۰ اهم متر

۴) با این اطلاعات، مقاومت ویژه لایه آخر قابل تشخیص نیست.

- ۴۱- روش مدل‌سازی معکوس هموار (Smooth inverse modeling) برای مدل‌سازی کدام‌یک از حالات زیر مناسب‌تر است؟

- ۱) وقتی تعداد داده‌ها کم یا ناقص است.

- ۲) مدل‌سازی داده‌های مقاومت ویژه با قیدهای اندک

- ۳) مدل‌سازی داده‌های مقاومت ویژه با قیدهای زیاد

- ۴) وقتی تعداد داده‌ها نسبتاً زیاد است.

- ۴۲- برای استفاده از اصل هم ارزی (Equivalence principle) در تفسیر سوندازهای الکتریکی سه لایه‌ای با تیپ منحنی A، از کدام‌یک از روابط زیر استفاده می‌شود؟

- ۱)  $T = \rho t$  که در آن  $T$  = مقاومت عرضی،  $t$  = ضخامت و  $\rho$  = مقاومت ویژه است.

- ۲)  $S = Rt$  که در آن  $S$  = رسانایی طولی،  $t$  = ضخامت و  $R$  = مقاومت است.

- ۳)  $T = Rt$  که در آن  $T$  = مقاومت عرضی،  $t$  = ضخامت و  $R$  = مقاومت است.

- ۴)  $S = \frac{t}{\rho}$  که در آن  $S$  = رسانایی طولی،  $t$  = ضخامت و  $\rho$  = مقاومت ویژه است.

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۸

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) - کد (۲۲۴۲) - ۲۷۹E

- ۴۳- حداقل تعداد لایه‌ها در یک منحنی سونداز برابر است با:

۲) تعداد اکسیترم‌ها +

۱) تعداد اکسیترم‌ها +

۴) تعداد قطعات صعودی و نزولی منحنی

۳) تعداد اکسیترم‌ها +

- ۴۴- وجود تغییرات جانبی مقاومت ویژه در محل سونداز باعث کدام‌یک از حالت‌های زیر می‌شود؟

۱) از کیفیت داده‌های سونداز موردنظر کاسته شود.

۲) امکان تفسیر داده‌های سونداز موردنظر وجود نداشته باشد.

۳) از دقّت نتایج تفسیر داده‌های سونداز موردنظر کاسته شود.

۴) نویز یا نویز مصنوعی در داده‌های سونداز موردنظر افزایش یابد.

- ۴۵- درصد خطای ریشه میانگین مربعات (Root-mean-square error) از کدام‌یک از معادلات ریاضی زیر به دست می‌آید؟

$\rho_{aj} = \text{مقادیر مقاومت ویژه ظاهری اندازه‌گیری شده}$  و  $\rho_{amj} = \text{مقادیر مقاومت ویژه ظاهری محاسبه شده از مدل}$  و  $N = \text{تعداد نقاط مقاومت ویژه اندازه‌گیری شده}$ )

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (\rho_{aj} - \rho_{amj})^2 \quad (۲)$$

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left( \frac{\rho_{aj} - \rho_{amj}}{\rho_{aj}} \right)^2 \quad (۱)$$

$$\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N \left( \frac{\rho_{aj} - \rho_{amj}}{\rho_{aj}} \right)^2}{N}} \times 100 \quad (۴)$$

$$\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^N (\rho_{aj} - \rho_{amj})^2}{N}} \times 100 \quad (۳)$$