

# پی اچ دی تست؛ فحستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری



312E

کد کنترل

312

E

دفترچه شماره (۱)  
صبح جمعه  
۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می شود.»  
امام خمینی (ره)

## آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) – سال ۱۳۹۹

### رشته مهندسی هوا فضا – دینامیک پرواز و کنترل – کد (۲۳۳۴)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سوالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی – دینامیک پرواز بیشترینه ۱ – تئوری کنترل بهینه	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تعلیمی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با مخالفین برای مقرورات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

## آخرین اخبار و اطلاعات آزمون دکتری در وب سایت پی اچ دی تست

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۲

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، بهمنزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخ نامه و دفترچه سوالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سوالات و پائین پاسخ نامه ام را تأیید می نمایم.

امضا:

-۱ فرض کنید  $u = u(x, t)$  جواب مسئله مقدار مرزی زیر باشد:

$$\begin{cases} u_{tt} = 4u_{xx}, x > 0, t > 0 \\ u(x, 0) = \cos x, x \geq 0 \\ u_t(x, 0) = 1, x \geq 0 \\ u(0, t) = 0, t \geq 0 \end{cases}$$

در این صورت، مقدار  $u(2, 1)$  کدام است؟

$$1 - \frac{1}{2} \cos 4 \quad (1)$$

$$1 + \frac{1}{2} \cos 4 \quad (2)$$

$$1 + \cos^2 2 \quad (3)$$

$$1 - \cos^2 2 \quad (4)$$

-۲ مسئله ارتعاش موج داده شده زیر را در نظر بگیرید. ستاب ارتعاش در  $x = \frac{3}{4}$  کدام است؟

$$\begin{cases} u_{tt} + 6 = u_{xx}, 0 < x < 1, t > 0 \\ u(0, t) = u_t(0, t) = 0 \\ u(x, 0) = 3x(x+1), u(1, t) = 6 \end{cases}$$

$$0 \quad (1)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$\frac{63}{16} \quad (4)$$

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴)

-۳ اگر  $\int_{-\infty}^{+\infty} |F(w)|^2 dw$  تبدیل فوریه سیگنال  $f(t) = \frac{1}{2} e^{-|t|}$  باشد، آنگاه حاصل  $F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt} dt$  کدام است؟ ( $i^2 = -1$ )

(۱)  $\frac{1}{\pi}$

(۲)  $\frac{2}{\pi}$

(۳)  $\frac{\pi}{2}$

(۴)  $\pi$

-۴ مسئله انتقال حرارت یک بعدی  $u_t = a^2 u_{xx}$  ( $x > 0, t > 0$ ) با شرط اولیه  $u(x, 0) = A$  و شرط کرانه‌ای  $u(0, t) = B(1 - H(t - t_0))$  که در آن  $H$  تابع پله واحد (هوی‌ساید) و  $t_0 > 0$  است، را در نظر بگیرید. اگر  $U(x, s)$  تبدیل لاپلاس  $u(x, t)$  باشد، آنگاه  $U(x, s)$  کدام است؟

$$\frac{(B - \Lambda - Be^{-t_0 s})}{s} e^{\frac{-\sqrt{sx}}{|a|}} - \frac{\Lambda}{s}$$

$$\frac{(B - \Lambda + Be^{-t_0 s})}{s} e^{\frac{-\sqrt{sx}}{|a|}} - \frac{\Lambda}{s}$$

$$\frac{(B - \Lambda - Be^{-t_0 s})}{s} e^{\frac{-\sqrt{sx}}{|a|}} + \frac{\Lambda}{s}$$

$$\frac{(B - \Lambda + Be^{-t_0 s})}{s} e^{\frac{-\sqrt{sx}}{|a|}} + \frac{\Lambda}{s}$$

-۵ نقاط غیرتحلیلی شاخه اصلی تابع  $f(z) = \log(1 - iz^2)$  کدامند؟

$$\left\{ z = x + iy \mid y = x, |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

$$\left\{ z = x + iy \mid y = -x, |x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

$$\left\{ z = x + iy \mid y = -x, |x| \leq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

$$\left\{ z = x + iy \mid y = -x, |x| \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$$

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴)

۶- حاصل عبارت  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \left( \frac{\pi}{6} + 2e^{i\theta} \right) d\theta$  است؟

$\pi$  (۱)

$2\pi i$  (۲)

$\frac{\pi}{2}$  (۳)

$\frac{\pi}{2}i$  (۴)

۷- فرض کنید  $a \in (-1, 1)$  یک عدد حقیقی و  $z = ae^{i\theta}$  باشد. با استفاده از سری توانی حاصل سری  $\sum_{n=0}^{\infty} z^n$  کدام است؟

$$\sum_{n=1}^{\infty} a^n \cos \frac{n\pi}{4}$$

$$\frac{a - \sqrt{a}}{(1-a)^2}$$

$$\frac{\sqrt{a} - a}{(1-a)^2}$$

$$\frac{\sqrt{a} - a}{\sqrt{(1-a+a^2)}}$$

$$\frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{(1-a+a^2)}}$$

مسئله پواسن زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} \nabla^2 u = \begin{cases} 2 & |x| < 1 \\ 0 & |x| > 1 \end{cases}, & 0 < y < \pi \\ u(x, 0) = u(x, \pi) = 0 \end{cases}$$

اگر  $U_w(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{-ixw} dx$  تبدیل فوریه  $u(x, y)$  باشد، مقدار  $c_1$  کدام است؟

$$\frac{(e^{\pi w} - 1)\sin w}{\pi w^2 \sinh(\pi w)}$$

$$\frac{(e^{-\pi w} - 1)\sin w}{\pi w^2 \sinh(\pi w)}$$

$$\frac{(1 - e^{\pi w})\sin w}{\pi w^2 \sinh(w)}$$

$$\frac{(1 - e^{-\pi w})\sin(\pi w)}{\pi w^2 \sinh(w)}$$

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

۹- ضریب  $z^{-2}$  در بسط لوران تابع  $f(z) = z \sin\left(z - \frac{1}{z}\right)$  کدام است؟

$$\frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!6!} + \frac{1}{4!7!} + \frac{1}{5!8!} + \dots \quad (1)$$

$$\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} - \frac{1}{3!4!} + \frac{1}{4!7!} - \frac{1}{5!8!} + \dots \quad (2)$$

$$-\frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!4!} - \frac{1}{4!7!} + \frac{1}{5!8!} - \dots \quad (3)$$

$$-\frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \frac{1}{2!5!} + \frac{1}{3!4!} - \frac{1}{4!7!} - \frac{1}{5!8!} + \dots \quad (4)$$

۱۰- حاصل انتگرال  $I = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos^3 x}{x^2 + 1} dx$  کدام است؟

$$\frac{\pi(e^{\gamma} + 3)}{4e^{\gamma}} \quad (1)$$

$$\frac{\pi(3e^{\gamma} + 1)}{8e^{\gamma}} \quad (2)$$

$$\frac{\pi(e^{\gamma} + 3)}{8e^{\gamma}} \quad (3)$$

$$\frac{\pi(3e^{\gamma} + 1)}{4e^{\gamma}} \quad (4)$$

از دمپرهای زیر در چه شرایطی در پرواز استفاده می‌کنیم؟

الف: **Pitch Damper**: ج      ب: **Roll Damper**: ب      گ: **Yaw Damper**: گ

۱) الف: بهبود استهلاک مود      ج: بهبود فرکانس طبیعی مود

Short period      Roll      Dutch Roll

۲) الف: بهبود ثابت زمانی مود      ج: بهبود استهلاک مود

Short period      Roll      Dutch Roll

۳) الف: بهبود فرکانس طبیعی مود      ب: بهبود استهلاک مود

Short period      Roll      Dutch Roll

۴) الف: بهبود فرکانس طبیعی مود      ب: بهبود ثابت زمانی مود

Short period      Roll      Dutch Roll

۱۱- برای معادلات حرکت پریود کوتاه (short period) هواپیما به فرم زیر، اگر ورودی  $\delta_E = 10^\circ$  اعمال گردد، مقدار

$q$  بعد از  $3^\circ$  ثانیه چقدر است؟ (واحد  $q$  درجه بر ثانیه است).

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = -\varepsilon\alpha + q \\ \dot{q} = -\delta\alpha - \alpha\varepsilon q - 2\delta_E \end{cases}$$

۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۲۴ (۲)

۳۴ (۱)

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تممرکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

-۱۳- با داشتن مقدار زاویه حمله  $\alpha$  و ضرایب آیرودینامیکی  $C_x$  و  $C_z$ ، مقدار ضریب لیفت  $C_L$  چگونه محاسبه می‌شود؟

$$C_L = -C_z \sin \alpha - C_x \cos \alpha \quad (2)$$

$$C_L = +C_z \sin \alpha - C_x \cos \alpha \quad (4)$$

$$C_L = -C_z \cos \alpha + C_x \sin \alpha \quad (1)$$

$$C_L = C_z \cos \alpha + C_x \sin \alpha \quad (3)$$

-۱۴- هواپیمایی دارای زوایای اوبلر و نرخ زوایای اوبلر زیر است؟

$$\psi = 0 \quad \dot{\psi} = 0$$

$$\theta = 0 \quad \dot{\theta} = 3^\circ \frac{\text{deg}}{\text{sec}}$$

$$\phi = 90^\circ \quad \dot{\phi} = 0$$

در چنین شرایطی خلبان چه نرخ‌های چرخش زاویه‌ای را حس می‌کند؟

$$P = 0 \quad Q = 3^\circ \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad R = 0 \quad (2)$$

$$P = 0 \quad Q = 0 \quad R = -3^\circ \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad (4)$$

$$P = 3^\circ \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad Q = 0 \quad R = 0 \quad (1)$$

$$P = 0 \quad Q = 0 \quad R = +3^\circ \frac{\text{deg}}{\text{sec}} \quad (3)$$

-۱۵- در یک هواپیمای متعارف، کدام پارامتر کمترین تأثیر را بر میرایی مود پریود بلند دارد؟

$$C_{m_\alpha} \quad (2)$$

$$C_{m_u} \quad (4)$$

$$C_{D_\alpha} \quad (1)$$

$$C_{D_u} \quad (3)$$

-۱۶- در کدام‌یک از حالت زیر عدم تقارن شرایط پرواز در وسایل با تقارن محوری باعث کوبینگ و رول می‌شود؟

$$\alpha \neq 0^\circ, \beta = 0^\circ \quad (2)$$

$$\alpha \neq \beta \neq 0^\circ \quad (4)$$

$$\alpha = 0^\circ, \beta \neq 0^\circ \quad (1)$$

$$\alpha = 0^\circ, \beta = 0^\circ \quad (3)$$

-۱۷- کدام یک از شرایط زیر در پرواز بیانگر قرار گرفتن مرکز ثقل بر روی نقطه خنثی (Neutral Point) هواپیما است؟

$$\frac{\partial \delta_e}{\partial CL} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \delta_e}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

$$CL_\alpha + Cm_\alpha = 0 \quad (3)$$

$$Cm_0 + Cm_\alpha \alpha + Cm_{\delta e} \delta_e + Cm_{il} i_{ll} = 0 \quad (4)$$

-۱۸- کدام‌یک از مشتقات آیرودینامیکی زیر برای تنظیم کردن هواپیما در راستای باند پرواز در حین فرود مؤثرer است؟

$$Cn_r \quad (2)$$

$$Cy_\beta \quad (4)$$

$$Cn_p \quad (1)$$

$$CL_\alpha \quad (3)$$

-۱۹- نصب بال هواپیما به صورت هفتی یا هشتی (anhedral or dihedral) بیشترین تأثیر را روی دینامیک کدام حرکت می‌گذارد؟

(۱) حرکت دورانی حول محور طولی (محور X)

(۲) حرکت دورانی حول محور عرضی (محور Y)

(۳) حرکت دورانی حول محور عمودی (محور Z)

(۴) نحوه نصب بال تأثیری بر روی حرکت دورانی هواپیما ندارد.

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۷

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمترکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

- ۲۰ - کدامیک از موارد زیر با داشتن توابع تبدیل یک هواپیما قابل محاسبه نیست؟

Flying Quality (۲)

Steady state Response (۴)

Stability (۱)

Handling Quality (۳)

- ۲۱ - کدام عبارت در مبحث ایروالاستیک صحیح است؟

(۱) مشتقات پایداری یک هواپیمای الاستیک تحت تأثیر ارتفاع پرواز نیستند.

(۲) مشتق  $\ddot{q}_m$  هم در هواپیمای صلب و هم در هواپیمای الاستیک تأثیری ندارد.

(۳) نیروهای ایرسی باعث تغییر شکل سازه و لذا تغییر نیروهای ایرودینامیکی می‌شوند.

(۴) با استفاده از معادلات اختلالی خطی یک هواپیمای الاستیک می‌توان به شبیه‌سازی مسیر پرواز پرداخت.

- ۲۲ - استفاده از فرکانس مکانی ( $\Omega$ ) در بررسی توربولانس اتفاقی امکان بررسی مستقل از کدامیک از شرایط زیر را می‌دهد؟

(۱) زمان وقوع در طول شباهه روز و سرعت پرواز آن

(۲) وسیله پرنده و فصل از سال

(۳) سرعت پرنده و فصل از سال

- ۲۳ - یک هواپیمای متعارف در حال پرواز کروز است که با یک باد معین (deterministic) مواجه می‌شود. فرض کنید

که مؤلفه باد در جهت عمود بر افق رو به بالا ( $w_g$ ) به صورت زیر باشد، با افزایش  $d_m$  میزان تحریک مود پریود کوتاه و پریود بلند هواپیما ناشی از باد به ترتیب چگونه است؟

$$W_g = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{V_m}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{d_m}\right) & 0 \leq x \leq 2d_m \\ 0 & x > 2d_m \end{cases}$$

(۱) کم - زیاد

(۲) کم - کم

(۳) کم - زیاد

- ۲۴ - در مسئله کنترل زاویه رول یک هواپیمای متعارف با سیستم کنترل از نوع برگشت‌ناپذیر، توسط خلبان، شرط لازم برای این‌که خلبان بتواند وظیفه کنترلی خود را به خوبی انجام دهد این است که پهنهای باند خلبان:

(۱) به مراتب از پهنهای باند ایرفریم بیش‌تر باشد.

(۲) در حدود پهنهای باند ایرفریم باشد.

(۳) به مراتب از پهنهای باند سنسور زاویه رول بیش‌تر باشد.

(۴) به مراتب از پهنهای باند سرومکانیزم ایلوون بیش‌تر باشد.

- ۲۵ - خلبان در حین پرواز قادر به تغییر کدامیک از مشخصه‌های خود نیست؟

(۱) صفرهای تابع تبدیل

(۲) قطب‌های تابع تبدیل

(۳) رفتار فرکانسی

(۴) تأخیر عصبی - ماهیچه‌ای

- ۲۶ - سیستم تعیین پایداری (SAS) در کدامیک از حلقه‌های زیر استفاده می‌شود؟

(۱) داخلي کنترل

(۲) خارجي کنترل

(۳) خلبان خودکار حفظ ارتفاع

(۴) خلبان خودکار حفظ سمت

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

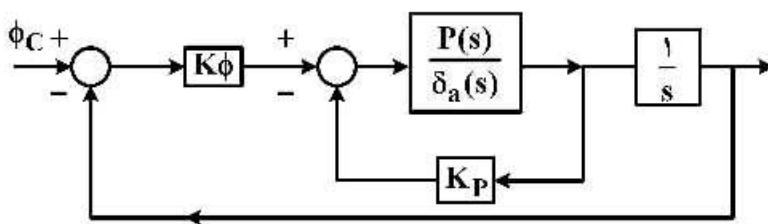
صفحه ۸

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

-۲۷ در هواپیمایی که در ارتفاع ثابت پرواز می‌کند،تابع تبدیل نرخ زاویه غلت به ورودی ایلان به صورت

$$L_p = \frac{\bar{q}sb}{J_{xx}} \frac{b}{2u} C_{\ell p} \quad \text{و} \quad L_{\delta a} = \frac{\bar{q}sb}{J_{xx}} C_{\ell \delta a} = \frac{P(s)}{\delta_a(s)} = \frac{L_{\delta a}}{s - L_p}$$

سیستم کنترل زاویه غلت به گونه‌ای باشد که رفتار زیر میرا با ضریب دمپینگ  $\zeta$  و فرکانس طبیعی  $\omega_n$  داشته باشد، ضرایب کنترلی کدام است؟



$$K_\phi = \frac{2\zeta}{\omega_n}, \quad K_p = \frac{2\zeta\omega_n + L_{\delta a}}{L_p} \quad (1)$$

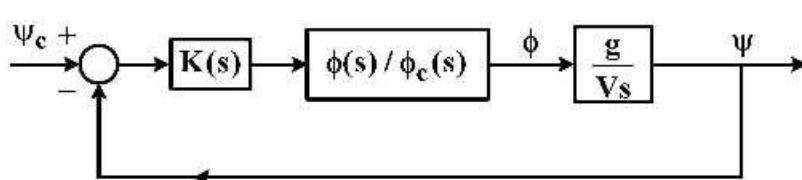
$$K_\phi = \frac{2\zeta\omega_n}{L_{\delta a}}, \quad K_p = \frac{\omega_n + L_{\delta a}}{L_p} \quad (2)$$

$$K_\phi = \frac{\omega_n}{L_{\delta a}}, \quad K_p = \frac{2\zeta\omega_n + L_p}{L_{\delta a}} \quad (3)$$

$$K_\phi = \frac{\omega_n}{L_{\delta a}}, \quad K_p = \frac{2\zeta\omega_n + L_{\delta a}}{L_p} \quad (4)$$

-۲۸ حلقه زیر، حلقه اتوپایلت هدینگ هواپیما است. در صورتی که تابع تبدیل  $\frac{\phi(s)}{\phi_e(s)}$  دارای دو قطب پایدار و فاقد صفر

باشد. کدام کنترل کننده نسبت به افزایش ضریب کنترل کننده پایدار است؟



P (۱)

PD (۲)

PI (۳)

Lead compensator (۴)

-۲۹ در مسئله کنترل زاویه رول یک هواپیمای متعارف توسط خلبان، اگر اندازه پاسخ فرکانسی خلبان در فرکانس‌های

کم بزرگ و در فرکانس‌های بزرگ کوچک باشد، خطای ماندگار در صفر نگهداشت زاویه رول و خطای ماندگار در حذف اغتشاش پله به ترتیب کدام است؟

- (۱) بزرگ، بزرگ      (۲) بزرگ، کوچک      (۳) کوچک، بزرگ      (۴) کوچک، کوچک

-۳۰ کدام عبارت در مورد استفاده از فیلتر washout در حلقة damper صحیح است؟

(۱) مانع اعمال اغتشاشات فرکانس بالا از سوی خلبان می‌شود.

(۲) تأثیری بر موقعیت قطب‌های تابع تبدیل حلقه بسته ندارد.

(۳) مانع اعمال اغتشاشات جوی فرکانس بالا می‌شود.

(۴) تأثیری بر رفتار سیستم حلقه بسته ندارد.

-۳۱ در سیستم زیر شرط مشاهده‌پذیری کدام است؟

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

$$\mathbf{y} = [C_1 \quad C_2 \quad C_3] \mathbf{x}$$

$$\lambda_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (۱)$$

$$\lambda_i \neq 0 \quad C_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (۲)$$

$$C_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (۱)$$

$$\lambda_i \neq 0 \quad C_i \neq 0 \quad i=1, 2, 3 \quad (۲)$$

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۹

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

- ۳۲ - در مسئله:

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$J = \frac{1}{2} x^T H x + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

که  $A$  و  $B$  و  $R$  و  $Q$  ماتریس‌های ثابت می‌باشند، به دست می‌آید که  $u = -kx$ . در چه صورت ماتریس  $k$  به سمت یک ماتریس ثابت میل می‌کند؟

(۲) در صورتی که  $t_f \rightarrow \infty$

(۴) در صورتی که  $t_f \rightarrow \infty$  و  $H = 0$

(۱) در صورتی که  $H = 0$

(۳) در صورتی که  $k(t_f) = H$

- ۳۳ - در حل مسئله زیر:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad H = g + J_x^{*T} a$$

$$J = \frac{1}{2} x^T (t_f) H x (t_f) + \int_{t_0}^{t_f} \frac{1}{2} [x^T Q x + u^T R u] dt$$

عبارت  $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2}$  برابر کدام مورد است؟

R (۶)

Q (۵)

H (۲)

A (۱)

- ۳۴ - در حل مسئله زیر:

$$\dot{x} = -x + u$$

$$J = \int_0^T \left( \frac{u}{2} \right)^2 dt \quad J_x^* = \frac{\partial J^*}{\partial x}, \quad J_t^* = \frac{\partial J^*}{\partial t}$$

(H = g + J\_x^{\*T} a) و  $x$  و  $u$  محدود نمی‌باشند.  $u$  بهینه برابر کدام مورد است؟ (راهنمایی:  $J_x^* = J_t^*$ )

$J_x^* = J_t^*$  (۶)

$-2J_x^* = 2J_t^*$  (۳)

$-2J_t^*$  (۲)

$-2J_x^*$  (۱)

- ۳۵ - برای یک پروسه دو مرحله‌ای داریم:

$$x(k+1) = x(k) + u(k) \quad k = 0, 1$$

$$J = \sum_{k=1}^2 \left[ \frac{1}{2} |x(k) - 0|^2 + |u(k)| \right]$$

J<sub>۱۲</sub> برابر کدام گزینه است؟

J = |u(2)| (۱)

$\frac{1}{2} |x(2) - 0|^2 + |u(1)|$  (۲)

$\frac{1}{2} |x(2) - 0|^2 + |u(2)| + \frac{1}{2} |x(1) - 0|^2$  (۳)

$\frac{1}{2} |x(2) - 0|^2 + |u(1)| + \frac{1}{2} |x(1) - 0|^2 + |u(0)|$  (۴)

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۰

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

- ۳۶ - در مسئله حداقل زمان زیر، معادله منحنی سوئیچینگ کدام گزینه است؟ (می‌دانیم کنترل بهینه برای این سیستم به صورت Bang-Bang است).

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}; J = \int_{t_0}^{t_f} dt; |u(t)| \leq 1$$

$$\bar{x}(0) = \vec{x}_0; \bar{x}(t_f) = \vec{0}$$

$$S(\bar{x}) = x_2 + \frac{1}{\sqrt{2}} x_1 |x_1| \quad (2)$$

$$S(\bar{x}) = x_1 - \frac{1}{\sqrt{2}} x_2 |x_2| \quad (1)$$

$$S(x) = x_2 - \frac{1}{\sqrt{2}} x_1 |x_1| \quad (4)$$

$$S(x) = x_1 + \frac{1}{\sqrt{2}} x_2 |x_2| \quad (3)$$

- ۳۷ - با فرض این که ورودی کنترلی در طول زمان متغیر است، کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد کنترل بهینه سیستم خطی نامتغیر با زمان (LTI) یک ورودی یک خروجی (SISO) با تابع هدف زیر صحیح است؟

$$J = \int_{t_0}^{t_f} (1 + c|u|) dt$$

۱) همواره دارای منحنی تکینه است.

۲) دارای منحنی تکینه نیست.

۳) در صورت مشاهده پذیری کامل حالت، منحنی تکینه وجود نخواهد داشت.

۴) در صورت کنترل پذیری کامل حالت، منحنی تکینه وجود نخواهد داشت.

- ۳۸ - برای سیستم دینامیکی زیر معادلات حالت و شبه حالت برای تابع هدف  $J = \int_0^1 \frac{1}{2} u^2 dt$  با قيد  $x_1 - 1 \leq 0$  کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad \text{تابع پله هویساید است.} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \quad x_1 \leq 1 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}, \quad \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = 0 \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \end{cases}, \quad u = -\lambda_2 \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + (1-x_1)^T \Pi(x_1-1) \\ \dot{x}_2 = u \end{cases}, \quad \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\gamma(1-x_1)\Pi(x_1-1) \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \end{cases}, \quad u = -\lambda_2 \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{x}_2 = (1-x_1)^T \Pi(x_1-1) \end{cases}, \quad \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\gamma\lambda_2(1-x_1)\Pi(x_1-1) \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \\ \dot{\lambda}_2 = 0 \end{cases}, \quad u = -\lambda_2 \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \\ \dot{x}_2 = (1-x_1)\Pi(x_1-1) \end{cases}, \quad \begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\lambda_2 \Pi(x_1-1) \\ \dot{\lambda}_2 = \lambda_1 \\ \dot{\lambda}_2 = 0 \end{cases}, \quad u = -\lambda_2 \quad (4)$$

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۱

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمام) – کد (۲۳۳۴) – ۳۹

- ۳۹- در صورتی که معادلات سیستم و تابع هزینه به صورت زیر باشد، معادلات دیفرانسیل شبیه حالت برای حل این مسئله کدام است؟

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \left( \circ/\Delta x_1^2 + \circ/\Delta x_2^2 + \circ/\Delta u^2 \right) dt \quad \begin{cases} \dot{x}_1(t) = -\sin x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -\Delta x_1(t) - \gamma \tan x_1(t) + u(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) + p_1(t) \cos x_1(t) - \Delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) + \gamma p_2(t) + \gamma p_2(t) (\tan x_1(t)) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) - p_1(t) \cos x_1(t) - \Delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) - \gamma p_2(t) - \gamma p_2(t) (\tan x_1(t)) \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) + p_1(t) \cos x_1(t) - \Delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) + \gamma p_2(t) (1 + \tan x_1(t)) \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{p}_1(t) = -x_1(t) - p_1(t) \cos x_1(t) - \Delta p_2(t); \\ \dot{p}_2(t) = -x_2(t) + p_1(t) - \gamma p_2(t) (1 + \tan x_1(t)) \end{cases} \quad (4)$$

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۲

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه متمرکز) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

-۴۰ قانون کنترل پهینه برای مسئله زیر براساس رویکرد حساب تغییرات به چه شکل است؟ (p متغیر شبه حالت است).

$$\begin{cases} \dot{x} = -x + u \\ x(t_0) = x_0 \\ x(t_f) = 0 \end{cases} ; \quad \begin{cases} J = \int_{t_0}^{t_f} (v + |u(t)|) dt \\ t_f \text{ is free} \end{cases} ; \quad |u(t)| \leq 1$$

$$u^* = \begin{cases} v & p < -1 \\ 0 & -1 < p < 1 \\ -v & p > 1 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} v & p > 1 \\ 0 & -1 < p < 1 \\ -v & p < -1 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} v & p < 0 \\ \text{undetermined} & p = 0 \\ -v & p > 0 \end{cases}$$

$$u^* = \begin{cases} v & p < -1 \\ 0 & -1 < p < 1 \\ -v & p > 1 \\ \text{undetermined (non-negative)} & p = -1 \\ \text{undetermined (non-positive)} & p = 1 \end{cases}$$

-۴۱ معادله اویلر برای تابعی  $J(x(t)) = \int_{t_0}^{t_f} g(\dot{x}(t), \ddot{x}(t)) dt$  کدام است؟

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial g}{\partial x} + \frac{d}{dt} \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} \right) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} \right) = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{\partial g}{\partial x} + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} \right) = 0 \quad (3)$$

$$-\frac{d}{dt} \frac{\partial g}{\partial \dot{x}} + \frac{d^2}{dt^2} \frac{\partial g}{\partial \ddot{x}} = 0 \quad (4)$$

-۴۲ تابع  $x(t)$  برای گمینه کردن تابعی  $J = \int_{t_0}^{t_f} (t\dot{x}^2 - x\ddot{x} + x) dt$  کدام است؟

$$x^*(t) = \frac{t^2}{2} + c_1 e^t + c_2 \quad (1)$$

$$x^*(t) = \frac{t^2}{2} + c_1 \ln t + c_2 \quad (2)$$

$$x^*(t) = \frac{t^2}{2} + c_1 e^t + c_2 \quad (3)$$

$$x^*(t) = \frac{t^2}{2} + c_1 \ln t + c_2 \quad (4)$$

# پی اچ دی تست؛ فحستین و ب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۳

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌تمامی) – کد (۲۳۳۴) – ۳۱۲E

۴۳ - کنترل بهینه برای سیستم دینامیکی با تابع هدف زیر با قید  $|u(t)| \leq 1$  کدام است؟

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) + [1 - x_1^*(t)]x_2(t) + u(t) \end{cases}$$

$$J = \int_0^1 \frac{1}{2} [2x_1^*(t) + x_2^*(t) + u^*(t)] dt$$

$$u^*(t) = \begin{cases} -x_1(t) & \lambda_2^* > 1 \\ -\lambda_2^*(t) & -1 \leq \lambda_2^* \leq 1 \\ x_1(t) & \lambda_2^* < -1 \end{cases} \quad (1)$$

$$u^*(t) = \begin{cases} -1 & \lambda_2^* > 1 \\ -\lambda_2^*(t) & -1 \leq \lambda_2^* \leq 1 \\ +1 & \lambda_2^* < -1 \end{cases} \quad (2)$$

(۳) تا شرایط مرزی مشخص نباشد، کنترل بهینه قابل محاسبه نیست.

(۴) مسئله کنترل پذیر نبوده و بنابراین کنترل بهینه‌ای نیز وجود ندارد.

۴۴ - برای یک سیستم غیرخطی نامتغیر با زمان که از شرایط اولیه مشخص به شرایط نهایی مشخص می‌رود و تابع

$$J = \int_{t_0}^{t_f} g(\bar{x}(t), \bar{u}(t)) dt \quad \text{هدف زیر را کمینه می‌کند می‌توان گفت:}$$

(۱) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه علاوه بر  $\bar{u}(t)$  به قیود حالت نیز بستگی دارد.

(۲) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه برابر با مقدار مشخصی نیست.

(۳) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه به  $\bar{u}(t)$  بستگی دارد.

(۴) هامیلتونین برای یک مسیر بهینه برابر با مقدار ثابت است.

۴۵ - منحنی که تابعی  $J = \int_0^1 x^{-2} dt$  را با شرط مرزی  $x(0) = 2, x(1) = 0$  با قید انتگرال  $A$  که در آن

$A$  مقدار ثابتی است را کسترجم می‌کند کدام است؟

(۱) نیم‌دایره‌ای به شعاع  $A$  است.

(۲) یک کشیدجمله است که به  $c^{\Lambda t}$  همگرا می‌شود.

(۳) یک خط راست است که شبیه برابر با  $\Lambda$  دارد.

(۴) یک چند جمله‌ای درجه دوم است که به  $\Lambda$  بستگی دارد.

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۴

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۳۴)

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۵

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۳۴)

# پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

صفحه ۱۶

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌مت مرکز) – کد (۲۳۳۴)