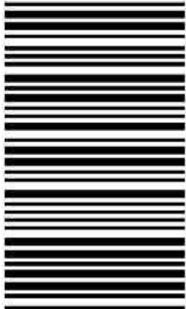


کد کنترل

325

E



325E

دفترچه شماره (1)

صبح جمعه

۹۸/۱۲/۹



جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

«اگر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود.»
امام خمینی (ره)

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) – سال ۱۳۹۹

رشته مهندسی صنایع – کد (۲۳۵۰)

مدت پاسخ‌گویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: تحقیق در عملیات (۲و۱) – تئوری احتمالات و آمار مهندسی – طراحی سیستم‌های صنعتی	۴۵	۱	۴۵

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و یا متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

۱۳۹۹

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود را با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کد کنترل درج شده بر روی دفترچه سؤالات و پائین پاسخنامه را تأیید می‌نمایم.

امضا:

۱- برای ماتریس A با کدام ویژگی، لزوماً بردار x ای وجود ندارد که به ازای آن فاصله اقلیدسی بردار Ax از بردار b مساوی صفر شود؟

$$(۱) |AA^T| = |A^T A| = ۰$$

(۲) Λ معکوس پذیر باشد.

(۳) A دارای رتبه ستونی کامل و $|AA^T| = ۰$ باشد.

(۴) Λ دارای رتبه سطری کامل باشد ولی معکوس پذیر نباشد.

۲- در یک اورژانس شبانه‌روزی، حداقل تعداد کارکنان مورد نیاز در هر یک از ۶ بازه ۴ ساعته ۶-۲، ۲-۱۰، ۱۰-۱۴، ۱۴-۱۸، ۱۸-۲۲ و ۲۲-۲۴ در طی یک شبانه‌روز با توجه به داده‌های تاریخی تخمین زده شده است. هر کارکن تنها باید ۸ ساعت متوالی در روز کار کند. در صورتی که به دنبال تعیین کمترین تعداد کارکنان مورد نیاز با استفاده از برنامه‌ریزی خطی باشیم، مدل حاصل چند محدودیت اصلی (غیر از محدودیت‌های دامنه متغیرها) خواهد داشت؟

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

(۴) ۸

۳- یک مسئله سرمایه‌گذاری در قالب زیر مدل شده است:

$$\max z = 2/1x_1 + 1/5x_2 + 1/15x_3$$

$$\text{s.t.} \quad 33/5x_1 + 25x_2 + 17/5x_3 \leq 780$$

$$x_1 + 0/8x_2 + 1/5x_3 \leq 40$$

که در آن هر سه متغیر، عدد صحیح نامنفی هستند. چنانچه بخواهیم متغیر x_2 را براساس متغیرهای صفر و یک بیان کنیم، حداقل چه تعداد متغیر نیاز است؟

(۱) ۷

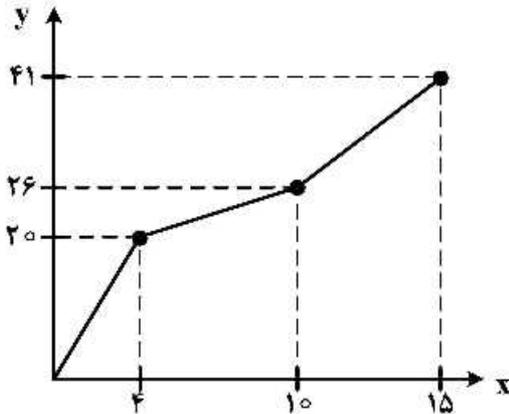
(۲) ۶

(۳) ۵

(۴) ۴

۴- همان طور که در نمودار زیر نمایش داده شده است، کمیت y تابعی از متغیر مستقل x است. به منظور مدل سازی خطی این رابطه، متغیر x را به صورت $d_1 + d_2 + d_3$ می توان نوشت که در این صورت رابطه خطی $y = 5d_1 + d_2 + 3d_3$ را خواهیم داشت. کدام دسته از محدودیت ها برای تکمیل مدل سازی لازم است؟

$(w_1, w_2 \in \{0, 1\})$



$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (1)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4w_2$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6 \quad (2)$$

$$5w_2 \leq d_3 \leq 5$$

$$0 \leq d_1 \leq 4w_1$$

$$6w_1 \leq d_2 \leq 6w_2 \quad (3)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

$$4w_1 \leq d_1 \leq 4$$

$$6w_2 \leq d_2 \leq 6w_1 \quad (4)$$

$$0 \leq d_3 \leq 5w_2$$

۵- مدل بهینه سازی زیر را در نظر بگیرید:

$$\min z = c^T x$$

$$\text{s.t. } \|x\|_p \leq 1$$

$$x \in \mathbb{R}^n$$

که در آن تمامی c_1, \dots, c_n غیر صفر و $\|x\|_p$ برای هر $p > 0$ به شکل زیر تعریف می شود:

$$\|x\|_p = \left(\sum_{i=1}^n |x_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

اگر $z^*(p)$ مقدار بهینه مدل فوق باشد، آنگاه این کمیت نسبت به p تابعی است.

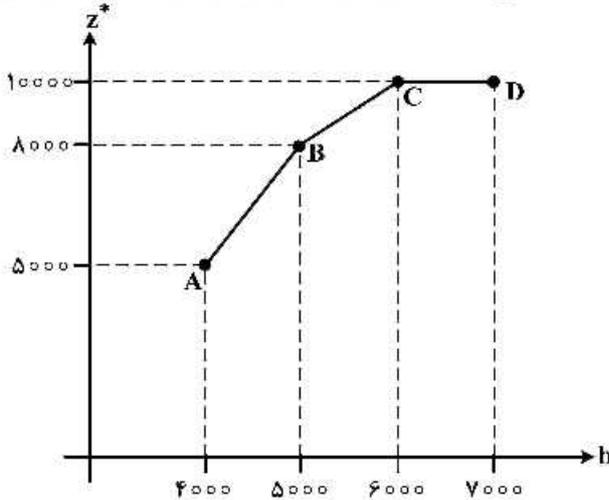
(۲) صعودی

(۱) نزولی

(۴) اکیداً صعودی

(۳) اکیداً نزولی

۶ در یک مدل برنامه‌ریزی خطی با تابع هدف بیشینه‌سازی، منحنی تغییرات مقدار بهینه تابع هدف Z^* بر حسب مقدار سمت راست یک محدودیت نامساوی \leq که آن را b می‌نامیم، به صورت زیر نمایش داده شده است. قیمت سایه‌ای (shadow price) این محدودیت در بازه A تا D تابعی بوده و مقدار آن در بازه B تا C برابر است.

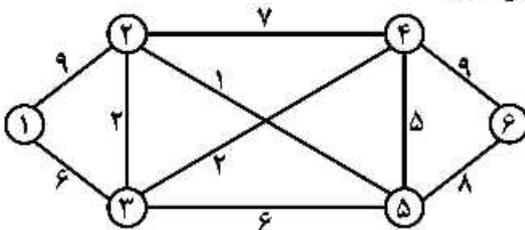


- (۱) غیرنزولی، ۳
- (۲) غیرنزولی، ۳۰۰۰
- (۳) غیرصعودی، ۲
- (۴) غیرصعودی، ۲۰۰۰

۷- جدول سیمپلکس مرتبط با یک مدل برنامه‌ریزی خطی بیشینه‌سازی با تابع هدف $Z = bx_1 + x_2 + 4x_3$ به صورت زیر است. جواب s_1, s_2, x_1, x_2, x_3 متناظر با این جدول چه وضعیتی دارد؟

	x_1	x_2	x_3	s_1	s_2	RHS
(۱) بهینه غیرتابنده	۳	۱۰			۱	۰
(۲) بهینه غیریکتا	۰/۸	-۰/۲۵				۴
(۳) بهینه تابنده	۹	a	۰	۰	۳	۱۶
(۴) غیربهینه تابنده						

۸- در شبکه زیر، گره‌ها نشان‌دهنده روستاهای یک منطقه جغرافیایی است و اعداد روی یال‌ها هزینه احداث جاده بین دو روستا (در صورت امکان) را نشان می‌دهد. هدف برقراری راه ارتباطی به صورت مستقیم یا غیرمستقیم بین تمام روستاهاست. حداقل سرمایه‌گذاری لازم برای این پروژه چقدر است؟



- (۱) ۲۳
- (۲) ۲۱
- (۳) ۱۹
- (۴) ۱۶

۹- چه تعداد از توابع زیر همواره محدب هستند؟

e^{ax} ($a \in \mathbb{R}$) $x \in \mathbb{R}$

x^{-a} ($a < 0$) $x > 0$

$|x|^a$ ($a > 0$) $x \in \mathbb{R}$

$x \log x$ $x > 0$

$\log x$ $x > 0$

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - کد (۲۳۵۰) 325E

صفحه ۵

۱۰- در یک مسئله حمل‌ونقل که هزینه‌های ارسال کالا و سایر اطلاعات در جدول زیر داده شده است، به ازای چه مقادیری از λ جواب حاصل از روش گوشه شمال غربی بهینه است؟

عرضه \ مقصد	۱	۲	۳	عرضه
مبدأ ۱	$5-\lambda$	۱۱	۹	۱۰
۲	۱۳	۷	۳	۲۰
۳	۲۱	۱۴	۶	۳۰
تقاضا	۲۵	۱۵	۲۰	

(۱) $\lambda \leq 5$

(۲) $\lambda \leq 8$

(۳) $\lambda \geq -18$

(۴) $\lambda \geq -12$

۱۱- اگر ماتریس A معین مثبت باشد، کدام گزینه صحیح نیست؟

(۱) A^k (عدد طبیعی دلخواه) معین مثبت است.

(۲) ماتریس B وجود دارد که $A = B^T B$ است.

(۳) به ازای هر بردار x ، $\Lambda + xx^T$ معین مثبت است.

(۴) بزرگ‌ترین درایه در هر سطر، روی قطر اصلی قرار دارد.

۱۲- در یک شرکت رنگ‌سازی هزینه آماده‌سازی دستگاه برای تهیه یک رنگ، بستگی به رنگ ساخته شده قبلی توسط آن دستگاه دارد. کمترین هزینه برای ساخت سه رنگ سیاه، قرمز و سفید چقدر است؟

هزینه ساخت

رنگ ساخته شده قبلی	رنگ سیاه	قرمز	سفید
هیچ‌کدام	۱۰	۸	۶
سیاه	-	۹	۸
قرمز	۱۳	-	۷
سفید	۱۱	۱۰	-
سیاه و قرمز	-	-	۱۱
سیاه و سفید	-	۱۲	-
قرمز و سفید	۱۴	-	-

(۱) ۲۹

(۲) ۳۲

(۳) ۳۰

(۴) ۲۷

۱۳- در کمینه‌سازی تابع $f(x,y) = 4x^2 - 4xy + 2y^2$ با استفاده از روش گرادیان در یک تکرار در صورت شروع از

نقطه $(2,3)^T$ ، چه میزان تابع هدف بهبود می‌یابد؟

(۱) ۴

(۲) ۶

(۳) ۸

(۴) ۱۲

۱۴- فرض کنید Z^* مقدار بهینه مدل زیر است:

$$P \quad \min z = f(x) \\ \text{s.t. } x \in S$$

که در آن $x = (x_1, \dots, x_n)^T$ می باشد. همچنین فرض کنید w_k^* برای $k = 1, \dots, n-1$ مقادیر بهینه مدل های زیر هستند:

$$L_k \quad \min w_k = x_k \quad L_1 \quad \min w_1 = x_1 \\ (k \geq 2) \text{ s.t. } x \in S \quad \text{s.t. } x \in S \\ f(x) = z^* \quad f(x) = z^* \\ x_1 = w_1^*, \dots, x_{k-1} = w_{k-1}^*$$

آنگاه:

- (۱) هر جواب بهینه مدل P برای همه مدل های L_k بهینه است.
- (۲) هر جواب بهینه مدل P برای همه مدل های L_k لزوماً بهینه نیست.
- (۳) جواب های بهینه مدل های P و L_k با هم هم پوشانی ندارند.
- (۴) هر جواب بهینه مدل P حداقل برای یکی از L_k بهینه است.

۱۵- مدل برنامه ریزی خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ \sum_{j=1}^n e_{ij} x_j \leq d_i \quad i = m+1, \dots, q \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

فرض کنید y_i متغیر دوگان نظیر محدودیت $i = 1, \dots, m$ و w_i متغیر دوگان نظیر محدودیت $i = m+1, \dots, q$ باشد. همچنین در نظر بگیرید، x^* یک جواب بهینه برای مدل فوق است و y_i^* و w_i^* جواب های بهینه دوگان متناظر هستند. برای کدام c'_j ، جواب x^* برای مدل زیر بهینه باقی می ماند؟

$$\max \quad z = \sum_{j=1}^n c'_j x_j \\ \text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, m \\ x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n.$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۲)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* \quad (۱)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* + \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۴)$$

$$c'_j = c_j - \sum_{i=1}^m a_{ij} y_i^* - \sum_{i=m+1}^q e_{ij} w_i^* \quad (۳)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۱۶- برای داده‌های ۸، ۱۰، ۶، ۸، ۵، ۴، ۸، ۴ و ۳، میانگین قدر مطلق انحراف‌ها از میانه کدام است؟

(۱) ۰

(۲) ۲

(۳) $\frac{۲}{۹}$

(۴) $\frac{۵}{۹}$

۱۷- ۶ نفر به ترتیب وارد یک اتاق می‌شوند. احتمال اینکه فرد a بعد از فرد b (و نه حتماً بلافاصله) وارد شود، کدام است؟

(۱) $\frac{۱}{۲}$

(۲) $\frac{۱}{۳}$

(۳) $\frac{۱}{۴}$

(۴) $\frac{۱}{۶}$

۱۸- از ظرفی شامل ۴ توپ قرمز، ۲ توپ سفید و ۲ توپ آبی، ۴ توپ به تصادف و با جایگذاری انتخاب می‌کنیم. احتمال این‌که از هر رنگ حداقل یک توپ انتخاب شود، کدام است؟

(۱) $\frac{۳}{۸}$

(۲) $\frac{۴}{۷}$

(۳) $\frac{۱}{۳۲}$

(۴) $\frac{۵}{۳۲}$

۱۹- روی ۱۰ کارت اعداد ۱ تا ۱۰ نوشته شده و در یک ردیف و به تصادف چیده می‌شوند. به‌طور متوسط چند کارت حاوی اعداد زوج در جای خود قرار می‌گیرند؟

(۱) $\frac{۱}{۲}$

(۲) $\frac{۸}{۲۰}$

(۳) $\frac{۹}{۲۰}$

(۴) $\frac{۱۱}{۲۰}$

۲۰- فرض کنید واریانس $X - ۲$ مساوی ۵ و متوسط (میانگین) $\frac{۱}{۳}X + ۲$ مساوی ۴ باشد، متوسط $X^2 + X + ۱$ کدام است؟

(۱) ۶

(۲) ۷

(۳) ۲۴

(۴) ۲۶

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

۲۱- یک پرنده Y تا تخم می گذارد. فرض کنید $Y \sim p(\lambda)$ هر تخم با احتمال p به یک جوجه زنده منجر می شود. اگر X تا از جوجه ها زنده بمانند، میانگین X کدام است؟

(۱) λ

(۲) λp

(۳) $\lambda + p$

(۴) $\frac{\lambda p}{2}$

۲۲- فرض کنید X یک متغیر تصادفی با تابع توزیع زیر است. مقدار $E(X)$ کدام است؟

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & , x < 0 \\ \frac{x}{4} & , 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{2} & , 1 \leq x < 2 \\ \frac{x+3}{8} & , 2 \leq x < 3 \\ 1 & , x \geq 3 \end{cases}$$

(۲) $\frac{15}{16}$

(۴) $\frac{23}{16}$

(۱) $\frac{7}{16}$

(۳) $\frac{27}{16}$

۲۳- فرض کنید (X, Y) یک متغیر تصادفی نرمال با اطلاعات $X \sim N(10, 12)$ ، $Y \sim N(-5, 5)$ و $\text{cov}(X, Y) = 4$ باشند. مقدار $P(X + Y > 5)$ کدام است؟ ($\Phi(\cdot)$ نمایانگر تابع توزیع نرمال استاندارد است.)

(۱) $\Phi(0.5)$

(۲) $1 - \Phi(0)$

(۳) $2\Phi(0) - 1$

(۴) $\frac{1}{2}(1 - \Phi(0))$

۲۴- فرض کنید متغیرهای تصادفی $X \sim F(60, 1)$ و $Y \sim t(60)$ داده شده اند؛ به طوری که در رابطه زیر صدق می کنند.

$$4P\{Y > 2\} = P\{X > 62.79\} = 0.1$$

مقدار $P\{\frac{1}{X} < 4\}$ ، کدام است؟

(۱) ۰.۹۷۵

(۲) ۰.۹۹

(۳) ۰.۹۵

(۴) ۰.۷۵

۲۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $\text{Beta}(\theta, 1)$ با تابع چگالی احتمال زیر باشد. برآوردگر

ماکزیمم درست‌نمایی $\frac{1}{\theta}$ ، کدام است؟ $0 < x < 1, \theta > 0$ ، $F_\theta(x) = \theta x^{\theta-1}$

$$\frac{1}{n} \ln \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (1)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (2)$$

$$-\frac{1}{n} \ln \left(\sum_{i=1}^n X_i \right) \quad (3)$$

$$-\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i \quad (4)$$

۲۶- تابع چگالی احتمال توأم متغیرهای تصادفی X و Y به صورت زیر است. مقدار $p(X + Y \leq 1 | X \leq \frac{1}{4})$ کدام است؟

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} 2x & , 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & , \text{سایر جاها} \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$\frac{1}{4} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (4)$$

۲۷- فرض کنید $X \sim U(0, \theta)$ باشد. اگر بازه $(0, kX)$ یک بازه اطمینان $100(1-\alpha)\%$ برای θ باشد، مقدار k کدام است؟

$$\frac{1}{\alpha} \quad (1)$$

$$\alpha \quad (2)$$

$$\frac{1}{1-\alpha} \quad (3)$$

$$1-\alpha \quad (4)$$

۲۸- یافته‌های زیر، خلاصه اطلاعات به دست آمده از دو نمونه تصادفی مستقل از دو جمعیت نرمال با واریانس‌های

یکسان هستند. برای آزمون برابری میانگین‌ها، مقدار آماره آزمون کدام است؟

$$n = 21, \bar{x} = 33, s_1 = 5$$

$$m = 31, \bar{y} = 35, s_2 = 4$$

$$\sqrt{\frac{15 \times 31}{7 \times 26}} \quad (2)$$

$$\sqrt{\frac{21 \times 31}{5 \times 26}} \quad (4)$$

$$\sqrt{\frac{15 \times 21}{8 \times 26}} \quad (1)$$

$$\sqrt{\frac{5 \times 31}{7 \times 26}} \quad (3)$$

۲۹- فرض کنید $X \sim \text{Bin}(5, p)$ باشد. برای آزمون $H_0: p = \frac{1}{3}$ در مقابل $H_1: p = \frac{2}{3}$ ، اگر ناحیه بحرانی به فرم $X \geq k$ و $x = 4$ مشاهده شود، مقدار $-p$ (p-value) آزمون کدام است؟

(۱) $\frac{11}{81}$

(۲) $\frac{32}{81}$

(۳) $\frac{11}{243}$

(۴) $\frac{32}{243}$

۳۰- در یک مدل رگرسیون خطی ساده $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$ ، $i = 1, 2, \dots, 10$ ، مقدار آماره آزمون از جدول آنالیز واریانس مدل برابر ۴ به دست آمده است. ضریب تعیین کدام است؟

(۱) $\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{3}{4}$

۳۱- ۵ نقطه تقاضا با وزن یکسان در شهر وجود دارد. می خواهیم یک مکان سرویس برای امداد جابجایی کنیم. (با فرض فاصله مختصاتی) مکان بهینه کدام است؟ در صورتی که مختصات نقاط تقاضا به صورت زیر باشد:

$$\begin{cases} p_1 = (3, 2) & w_1 = 1 \\ p_2 = (6, 2) & w_2 = 1 \\ p_3 = (4, 4) & w_3 = 1 \\ p_4 = (8, 1) & w_4 = 1 \\ p_5 = (5, 7) & w_5 = 1 \end{cases}$$

- (۲) جواب مسئله یک سطح مربع یا مستطیل است.
 (۴) جواب مسئله یک نقطه است.

- (۱) جواب مسئله یک پاره خط است.
 (۳) جواب مسئله یک خط است.

۳۲- قرار است ۳ تسهیلات جدید که با یکدیگر در ارتباطند بین تسهیلات موجود مستقر شوند. اگر x بیانگر محل قرارگیری مختصه x تسهیلات جدید j ام باشد و تابع هدف مسئله با در نظر گرفتن فاصله متعامد به صورت زیر نوشته شود:

$$F(x_1, x_2, x_3) = 5|x_1| + 3|x_1 - 4| + |x_2 - 3| + 6|x_2 - 6| + 2|x_2 - 10| + 2|x_3| + 3|x_3 - 10| + 4|x_1 - x_2| + 3|x_2 - x_3|$$

در صورتی که مختصه x تسهیلات جدید ۱ و ۳ به ترتیب بر روی ۳ و ۴ قرار گیرد ($x_1 = 3, x_3 = 4$)، آنگاه مقدار بهینه x_2 کدام گزینه است؟

- (۱) ۳
(۲) ۵
(۳) ۸
(۴) ۱۰

۳۳- تابع هدف و محدودیت‌های مدل ریاضی **ABSMODEL I** که به منظور فرموله کردن مسئله طراحی استقرار تک ردیفه استفاده می‌شود، به صورت زیر است:

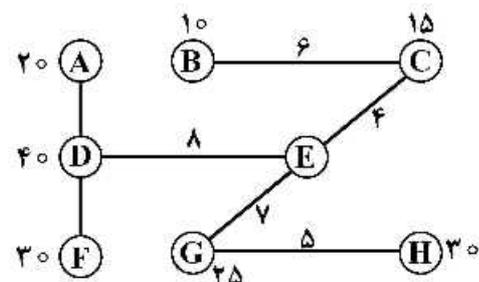
$$\min \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n c_{ij} f_{ij} |x_i - x_j|$$

$$s.t.: |x_i - x_j| \geq \delta(l_i + l_j) + d_{ij}, \forall i = 1, \dots, n-1, j = i+1, \dots, n$$

در یک مسئله‌ای با n تسهیلات جدید، حداکثر تعداد متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های مسئله **LMIP I** کدام گزینه است؟

- (۱) $\binom{n}{2}, n$
(۲) $\binom{n}{2}, (n+2)\binom{n}{2}$
(۳) $2\binom{n}{2}, n + \binom{n}{2}$
(۴) $3\binom{n}{2}, (n+3)\binom{n}{2}$

۳۴- در شبکه داده شده زیر، تقاضای گره **E** چند درصد تقاضای گره **D** باشد تا مسئله **median-1**، جواب بهینه چندگانه داشته باشد؟



- (۱) ۱۰٪
(۲) ۲۵٪
(۳) ۵۰٪
(۴) ۱۰۰٪

۳۵- چنانچه در یک مسئله پوشش کامل مجموعه، ماتریس ضرایب به صورت زیر باشد، آنگاه با اعمال قواعد کاهش سطر و ستون جهت ساده سازی و حل مدل، ماتریس کاهش یافته چند در چند خواهد بود؟

	A	B	C	D	E	F
A	۱	۱	۱	۱	۰	۰
B	۱	۱	۱	۱	۱	۰
C	۱	۱	۱	۰	۱	۱
D	۱	۱	۰	۱	۱	۱
E	۰	۱	۱	۱	۱	۱
F	۰	۰	۱	۱	۱	۱

۵×۵ (۴)

۴×۴ (۳)

۳×۳ (۲)

۲×۲ (۱)

۳۶- با یک مدل جابه جایی تکی در حالت مجذور فاصله مستقیم (مجذور فاصله افلیدی) روبرو هستیم. محل بهینه

استقرار ماشین جدید $(\frac{4}{3}, \frac{1}{3})$ به دست آمده است. با توجه به وزن برابر بین ماشین جدید و ۳ ماشین موجود،

X_2 و Y_2 برابر با کدام یک از گزینه های زیر است؟ اگر ۳ ماشین موجود در نقاط:

$$P_1 = (2, 4), P_2 = (x_2, 4), P_3 = (2, y_2)$$

مستقر باشند.

$$y_2 = 1, x_2 = 1 \quad (2)$$

$$y_2 = 0, x_2 = 0 \quad (1)$$

$$y_2 = 4, x_2 = 2 \quad (4)$$

$$y_2 = 0, x_2 = \frac{1}{2} \quad (3)$$

۳۷- به ترتیب با و بدون در نظر گرفتن خاصیت حکیمی (بهینگی بر روی گره) در حل یک مسئله میانه با ۳ تسهیل

(3 - median) بر روی شبکه ای متشکل از ۲۰ یال و ۱۰ گره، تعداد کل جواب های بالقوه جهت جابجایی

تسهیلات برابر کدام است؟

$$120 \text{ و } 720 \quad (2)$$

$$720 \text{ و } 120 \quad (1)$$

$$120 \text{ بی نهایت و } 120 \quad (4)$$

$$120 \text{ بی نهایت} \quad (3)$$

۳۸- چنانچه فرمولاسیون ریاضی مسئله پوشش مجموعه به صورت زیر نوشته شود:

$$\min \sum_{j \in J} y_j$$

$$\text{s.t.} : \sum_{j \in J} a_{ij} y_j \geq 1 \quad \forall i \in I$$

$$y_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J$$

دو ستون i و k را در نظر بگیریم که در آن به ازای کلیه مقادیر $i \in I$ داشته باشیم $a_{i1} \leq a_{ik}$ و برای حداقل یکی

از آن ها رابطه $a_{i1} < a_{ik}$ برقرار باشد. همچنین دو محدودیت m و n را داشته باشیم به نحوی که به ازای کلیه نقاط

$j \in J$ رابطه $a_{mj} \leq a_{nj}$ برقرار باشد و برای حداقل یکی از نقاط $j \in J$ ، $a_{mj} < a_{nj}$ باشد. آنگاه کدام یک از

محدودیت ها را می توان حذف نمود و مقدار کدام یک از متغیرهای تصمیم در جواب بهینه برابر صفر خواهد شد؟

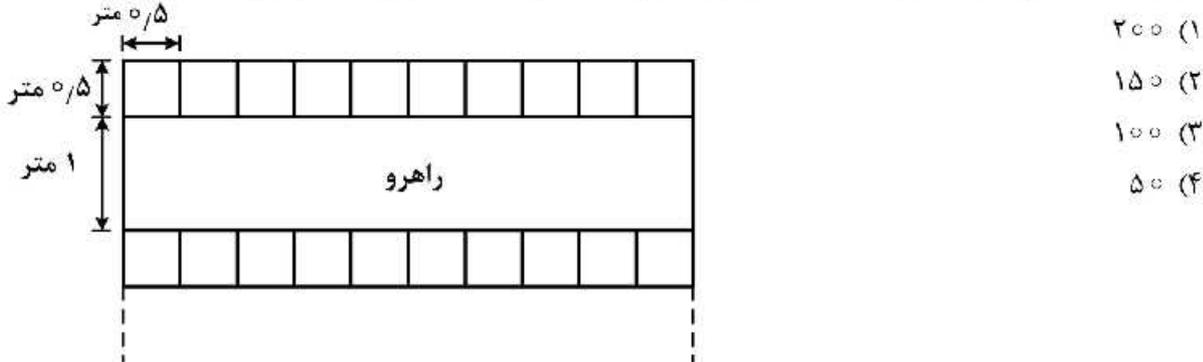
$$(2) \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_1$$

$$(1) \text{ محدودیت } m \text{ و متغیر } y_k$$

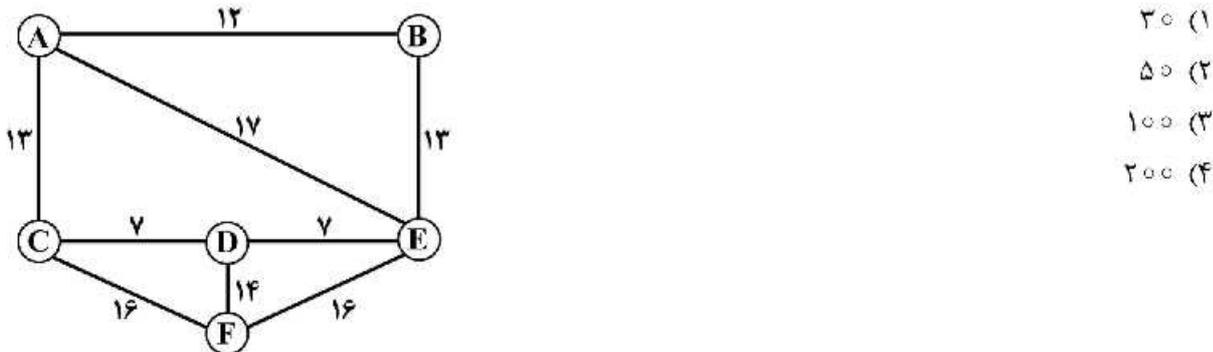
$$(4) \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_1$$

$$(3) \text{ محدودیت } n \text{ و متغیر } y_k$$

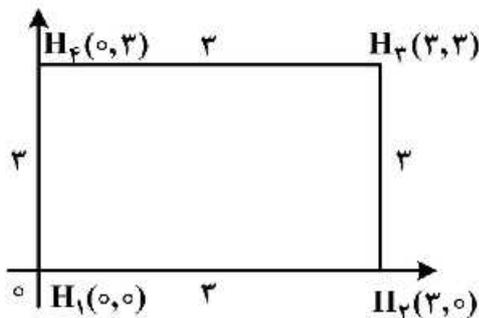
۳۹- قرار است ۴۸۰۰۰ عدد لیوان (حداکثر مقدار موجودی) در کارتن‌هایی با ظرفیت ۴۸ عدد در انباری مطابق شکل زیر نگهداری شود. اگر بتوان هر ۵ کارتن را روی هم چید و مساحت هر کارتن $۰/۵ \times ۰/۵$ متر و عرض راهروها یک متر باشد و به ازای هر ۱۰ جایگاه یک راهرو مورد نیاز باشد، کل مساحت انبار چند مترمربع است؟



۴۰- یک ناحیه جغرافیایی متشکل از ۶ مرکز جمعیتی مفروض است که در شکل زیر راه‌های ارتباطی آن‌ها به همراه فواصل بین‌شان داده شده است. هدف پوشش‌دهی به کلیه نقاط تقاضا با توجه به فاصله پوشش ۱۵ واحدی است. در صورتی که فاصله پوشش ۳۰٪ کاهش یابد، تعداد تسهیلات مورد نیاز چند درصد افزایش خواهد یافت؟



۴۱- در رأس یک مربع به طول ۳ متر چهار ماشین موجود در نقاط H_1 الی H_4 مستقرند. چنانچه ماشین جدیدی بین ماشین‌های موجود با دو مدل مجذور فاصله مستقیم و مدل خطی شکسته (متعامد) جایابی شود، نقطه بهینه کدام است؟ شدت جاذبه (وزن) بین ماشین‌های موجود با ماشین جدید به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ است.

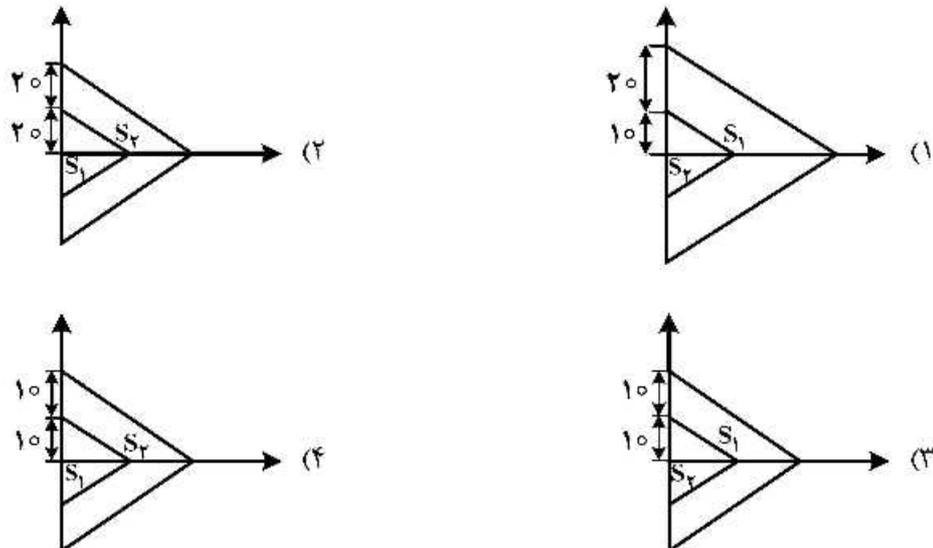


- (۱) مجذور $(x^* = 1/5, y^* = 2/1)$ و خطی شکسته $(x^* = 0, y^* = 3)$ است.
- (۲) با توجه به شرایط مسئله در هر دو حالت برابر با $(x^* = 1/5, y^* = 1/5)$ است.
- (۳) مجذور $(x^* = 3, y^* = 3)$ و خطی شکسته $(x^* = 0, y^* = 3)$ است.
- (۴) مجذور $(x^* = 3, y^* = 2/1)$ و خطی شکسته $(x^* = 0, y^* = 1/5)$ است.

۴۲- شش منطقه جمعیتی در مکان‌های $P_1(9,18)$ ، $P_2(9,13)$ ، $P_3(14,15)$ ، $P_4(15,15)$ ، $P_5(10,7)$ و $P_6(16,6)$ استقرار دارند. هر ۶ نقطه جمعیتی از اهمیت یکسانی برخوردارند. قرار است یک واحد آتش‌نشانی این ۶ منطقه را پوشش دهد. اگر فاصله متعامد در نظر گرفته شود، برای این که مجموعه تراز $S(k)$ وجود داشته باشد (غیر تهی شود) حداقل مقدار k کدام است؟

- (۱) ۶٫۵
- (۲) ۸
- (۳) ۹٫۵
- (۴) ۱۰

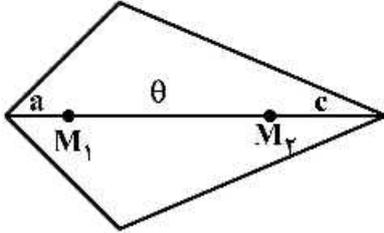
۴۳- چیدمان انباری ناحیه L از اجتماع ربع اول و چهارم دستگاه مختصات به دست آمده و یک بارانداز در مبدأ دارد. قرار است دو قلم کالا با مساحت $A_1 = 100$ و $A_2 = 300$ انبارش شوند. اگر $w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ، و انبارش کالاها به صورت پیوسته انجام شود، نحوه چیدمان بهینه، کدام است؟ (فواصل متعامد در نظر گرفته شود)



۴۴- تسهیلات P_i ($i = 1, \dots, 10$, $w_i = i$) در سطح کارگاهی مستقر شده‌اند. نقطه \bar{P} به عنوان نقطه‌ای است که از روش مرکز ثقل به عنوان مکان بهینه برای قرار گیری تسهیل جدید در میان تسهیلات موجود تعیین شده است. چنانچه از نقطه \bar{P} با شیب $\frac{2}{3}$ به سمت بالا حرکت داشته باشیم و سایه این حرکت بر روی محور x ها برابر ۱۵ واحد باشد، چه میزان تغییر در مقدار تابع هدف خواهیم داشت؟

- (۱) ۱۷۵۷۸
- (۲) ۱۷۸۷۵
- (۳) ۱۸۷۵۵
- (۴) ۱۸۷۸۵

۴۵- فرض کنید تحت شرایط فاصله متعامد، دو تسهیل M_1 و M_2 در یک راستا و در فاصله θ از یکدیگر قرار گرفته‌اند. وزن تسهیل M_1 بیشتر از M_2 بوده و اختلاف اوزان این تسهیلات برابر Δ فرض می‌شود. با توجه به شکل زیر که مبین خط تراز به ازای هزینه Z_0 می‌باشد، کدام گزینه صحیح است؟



$$(w_1 - w_2)(a - c) = \Delta\theta \quad (1)$$

$$(w_1 + w_2)(a - c) = (w_1 + w_2)\theta \quad (2)$$

$$(w_1 - w_2) + (w_1 - w_2)c = \Delta\theta \quad (3)$$

$$(w_1 + w_2)a - (w_1 + w_2)c = \Delta\theta \quad (4)$$

پی اچ دی تست؛ نخستین وب سایت تخصصی آزمون دکتری

سطح زیر منحنی نرمال استاندارد		مقادیر بحرانی توزیع t		مقادیر بحرانی توزیع مربع کای	
z	df	.05	.01	.950	.005
0.0	1	3.078	3.182	0.0039	161.278
0.1	2	1.886	2.925	0.1025	182.222
0.2	3	1.638	2.708	0.2158	200.169
0.3	4	1.533	2.537	0.3518	216.753
0.4	5	1.476	2.403	0.4844	231.903
0.5	6	1.440	2.306	0.6171	246.709
0.6	7	1.415	2.238	0.7500	261.191
0.7	8	1.397	2.181	0.8829	275.413
0.8	9	1.383	2.145	1.0158	289.456
0.9	10	1.372	2.115	1.1484	303.316
1.0	11	1.363	2.090	1.2809	316.919
1.1	12	1.356	2.069	1.4131	330.289
1.2	13	1.350	2.052	1.5450	343.486
1.3	14	1.345	2.038	1.6766	356.549
1.4	15	1.341	2.027	1.8079	369.500
1.5	16	1.337	2.018	1.9389	382.362
1.6	17	1.333	2.011	2.0696	395.156
1.7	18	1.330	2.005	2.2000	407.900
1.8	19	1.328	2.000	2.3301	420.610
1.9	20	1.325	1.996	2.4600	433.280
2.0	21	1.323	1.992	2.5897	445.910
2.1	22	1.321	1.989	2.7192	458.500
2.2	23	1.319	1.986	2.8485	471.060
2.3	24	1.318	1.984	2.9776	483.590
2.4	25	1.316	1.982	3.1064	496.090
2.5	26	1.315	1.980	3.2350	508.570
2.6	27	1.314	1.979	3.3633	521.030
2.7	28	1.313	1.978	3.4913	533.470
2.8	29	1.311	1.977	3.6190	545.890
2.9	30	1.311	1.977	3.7464	558.290
3.0	31	1.311	1.977	3.8735	570.670
3.1	32	1.311	1.977	4.0003	583.030
3.2	33	1.311	1.977	4.1268	595.370
3.3	34	1.311	1.977	4.2530	607.690
3.4	35	1.311	1.977	4.3789	620.000

